



شماره داوطلب
نام خانوادگی و نام

خراسان رضوی
شهر



سروش اندیشه

مؤسسه فرهنگی هنری

کد آزمون ۱۳۳۹

مرداد ماه ۱۴۰۵

جمهوری اسلامی ایران
وزارت فرهنگ و ارشاد
اسلامی مؤسسه سروش
اندیشه حیات

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

پاسخنامه آزمون شبیه ساز کنکور

گروه آزمایشی علوم ریاضی

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی:

مدت پاسخگویی: ۱۴۵ دقیقه

تعداد سوال: ۱۰۵ عدد

عنوان مواد امتحانی تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

برای مشاهده پاسخنامه آزمون به سایت مؤسسه مراجعه نمایید

پاسخنامه تشریحی

۱ گزینه ۲

$$S_1 = \sqrt{3} S_2 \Rightarrow \frac{a_1(1 - q^1)}{1 - q} = \sqrt{3} \times \frac{a_1(1 - q^2)}{1 - q}$$

$$\Rightarrow 1 - q^1 = \sqrt{3}(1 - q^2) \Rightarrow (1 - q^2)(1 + q^2 + q^4) = \sqrt{3}(1 - q^2)$$

$$\Rightarrow 1 + q^2 + q^4 = \sqrt{3} \Rightarrow q^4 + q^2 - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow (q^2 - 1)(q^2 + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} q^2 = 1 \Rightarrow q = 1 \\ q^2 = -1 \Rightarrow q = \sqrt{-1} \end{cases} \quad \checkmark$$

غلط

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_1 q^2}{a_1} = q^2 = 1$$

۲ گزینه ۳ تبدیلات را اعمال می کنیم:

$f(x - k)$: واحد راست

$f(\frac{x}{n} - k)$: طول نقاط را n برابر

$$\Rightarrow f(\frac{x}{n} - k) = m - f(-x) = m - \frac{-x - 1}{-x + 1}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{x}{n} - k - 1}{\frac{2x}{n} - 2k + 1} = \frac{m(2x - 1) - x - 1}{2x - 1}$$

$$\Rightarrow \frac{x - nk - n}{2x - 2kn + n} = \frac{(2m - 1)x - m - 1}{2x - 1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m - 1 = 1 \\ -nk - n = -m - 1 \\ -2kn + n = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ -nk - n = -2 \\ -2kn + n = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 1 \\ k = 1 \end{cases}$$

۳ گزینه ۴ نمودار f را با خط $y = x$ تقاطع می دهیم.

$$\frac{mx + 2}{x + m + 1} = x \Rightarrow mx + 2 = x^2 + mx + x \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1, -2$$

$$f^{-1}(\alpha + \beta) = f^{-1}(-1) = 2 \Rightarrow f(2) = -1$$

$$\Rightarrow \frac{2m + 2}{3 + m} = -1 \Rightarrow m = -\frac{5}{3}$$

۴

	-1	1	2	
x^{-1}	+	-	+	+
x^{-2}	-	-	-	+

گزینه ۴

$$D_f = (2, +\infty) \cup (-1, 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$$

۵ گزینه ۲ باید $2 - x$ ریشه مخرج هم باشد.

$$۸ - ۳۲ + ۲a - ۱۸ = ۰ \Rightarrow a = ۲۱$$

$$y = \frac{x-۲}{x^۳-۸x^۲+۲۱x-۱۸} = \frac{x-۲}{(x-۲)(x^۲-۶x+۹)}$$

$$= \frac{(x-۲)}{(x-۲)(x-۳)^۲}$$

$$\lim_{x \rightarrow ۲} y = y(k) \Rightarrow ۱ = \frac{۱}{(k-۳)^۲} \Rightarrow (k-۳)^۲ = ۱ \Rightarrow k = ۴$$

۶ گزینه ۳ ابتدا نامساوی $x^۳ \geq x$ را در نظر می‌گیریم و جواب آن را به دست می‌آوریم:

$$x^۳ \geq x \Rightarrow x^۳ - x \geq ۰ \Rightarrow x(x^۲ - ۱) \geq ۰ \Rightarrow x(x-۱)(x+۱) \geq ۰$$

چون ریشه عوامل موجود در عبارت بالا $x = ۰$ و $x = ۱$ و $x = -۱$ است، پس خواهیم داشت:

	-۱	۰	۱	
x	-	-	+	+
$x^۲-۱$	+	-	-	+
$x^۳-x$	-	+	-	+

$$f(x) = \begin{cases} \frac{۱}{x^۲+۲x} & -۱ \leq x \leq ۰ \text{ یا } x \geq ۱ \\ \frac{x+۴}{x^۲-۳x} & x < -۱ \text{ یا } ۰ < x < ۱ \end{cases}$$

$$x^۲+۲x = ۰ \Rightarrow x(x+۲) = ۰ \Rightarrow x = ۰, x = -۲ \text{ ق.ق.} \Rightarrow$$

زیرا در دامنه این ضابطه قرار ندارد.

$$x^۲-۳x = ۰ \Rightarrow x(x-۳) = ۰ \Rightarrow x = ۰, x = ۳ \text{ ق.ق.} \Rightarrow$$

زیرا در دامنه این ضابطه قرار ندارد.

پس فقط کافی است نقاط $x = ۰$ و $x = -۱$ و $x = ۱$ را از نظر پیوستگی بررسی کنیم. در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow ۰^-} = \lim_{x \rightarrow ۰^-} \frac{۱}{x(x+۲)} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow ۰^+} = \lim_{x \rightarrow ۰^+} \frac{x+۴}{x(x-۳)} = -\infty \end{cases} \Rightarrow$$

تابع در $x = ۰$ ناپیوسته است.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-۱)^-} = \lim_{x \rightarrow (-۱)^-} \frac{x+۴}{x^۲-۳x} = \frac{۳}{۴} \\ \lim_{x \rightarrow (-۱)^+} = \lim_{x \rightarrow (-۱)^+} \frac{۱}{x^۲+۲x} = -۱ \end{cases} \Rightarrow$$

تابع در $x = -۱$ ناپیوسته است.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow ۱^+} = \lim_{x \rightarrow ۱^+} \frac{۱}{x^۲+۲x} = \frac{۱}{۳} \\ \lim_{x \rightarrow ۱^-} = \lim_{x \rightarrow ۱^-} \frac{x+۴}{x^۲-۳x} = \frac{۵}{-۲} \end{cases} \Rightarrow$$

تابع در $x = ۱$ ناپیوسته است.

پس تابع جمعاً در ۳ نقطه $x = ۰$ و $x = ۱$ و $x = -۱$ ناپیوسته است.

۷ گزینه ۳ تابع در $x = ۰$ صعودی است پس $ab > ۰$ است.

نمودار به سمت چپ منتقل شده و سپس به اندازه $\frac{۱}{b}$ منقبض یا منبسط شده پس b مثبت است. فرض کنید a و b هر دو مثبت باشند:

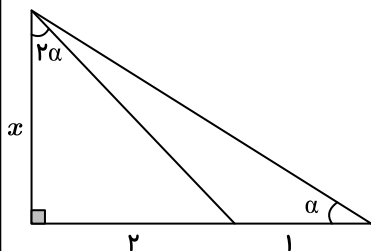
$$\max = ۱ + a = ۴ \Rightarrow a = ۳$$

در نقطه $x = \frac{5\pi}{3}$ برای دومین بار مینیمم نشده است. پس:

$$bx + \frac{\pi}{6} = 2\pi + \frac{3\pi}{2} \Rightarrow bx = \frac{20\pi}{6} \Rightarrow b \times \frac{5\pi}{3} = \frac{20\pi}{6} \Rightarrow b = 2$$

در نقطه A برای اولین بار $\max$ شده است.

$$bx + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$



$$\begin{aligned} \tan 2\alpha &= \frac{2}{x}, \quad \tan \alpha = \frac{x}{1} \\ \Rightarrow \frac{2}{x} &= \frac{2 \times \frac{x}{1}}{1 - \left(\frac{x}{1}\right)^2} \Rightarrow 1 - \frac{x^2}{1} = \frac{x^2}{2} \\ \Rightarrow \frac{1}{2} &= x^2 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \Rightarrow \cot \alpha &= \frac{1}{x} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

۹ گزینه ۴

$$\frac{\cot \alpha}{\sin \alpha} > 0 \Rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} > 0 \Rightarrow \cos \alpha > 0$$

$$2 \sin \alpha < \sin 2\alpha \Rightarrow 2 \sin \alpha < 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 2 \sin \alpha (\underbrace{1 - \cos \alpha}_{\substack{\text{همواره مثبت} \\ (\cos \alpha < 1)}}) < 0 \Rightarrow \sin \alpha < 0$$

چون $\cos \alpha > 0$ و $\sin \alpha < 0$ پس α در ربع چهارم قرار دارد.

۱۰ گزینه ۳

$$\left(\frac{3\pi}{8} - x\right) + \left(\frac{\pi}{8} + x\right) = \frac{\pi}{2} \quad \text{پس:}$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{8} - x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{8} + x\right)\right) = \cos\left(\frac{\pi}{8} + x\right)$$

حال معادله را بازنویسی و حل می‌کنیم:

$$2 \cos\left(\frac{\pi}{8} + x\right) = 1 \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{8} + x\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow x + \frac{\pi}{8} = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{5\pi}{24} \xrightarrow{k=0} x = \frac{5\pi}{24} \\ x = 2k\pi - \frac{11\pi}{24} \xrightarrow{k=1} x = \frac{37\pi}{24} \end{cases}$$

معادله در بازه $[0, 2\pi]$ تنها دو جواب فوق را دارد که اختلاف آنها برابر است با:

$$\frac{37\pi}{24} - \frac{5\pi}{24} = \frac{32\pi}{24} = \frac{4\pi}{3}$$

۱۱ گزینه ۴

$$\sqrt{-1 \circ x - 2} = 2 - x \Rightarrow -1 \circ x - 2 = (2 - x)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 6x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 = s^2 - 2p = 36 - 12 = 24 \\ \alpha^2 + 6\alpha = -6 \end{cases}$$

$$\alpha^2 + \frac{2}{3}\beta^2 + 2\alpha = \frac{1}{3}(3\alpha^2 + 2\beta^2 + 6\alpha) = \frac{1}{3}(2(\alpha^2 + \beta^2) + \alpha^2 + 6\alpha) = \frac{1}{3}(48 - 6) = 13$$

گزینه ۲ ۱۲

$$\log_v^{(v^x-1)} - \log_v^{2v} = -x \Rightarrow \log_v \frac{(v^x-1)}{2v} = -x$$

$$\Rightarrow \frac{v^x-1}{2v} = v^{-x} \xrightarrow{v^x=t} t^v - 1 = \frac{2v}{t}$$

$$t^v - t - 2v = 0 \Rightarrow (t-3)(t^v + 3t + 8) = 0$$

$$\Rightarrow t = 3 \Rightarrow v^\alpha = 3 \Rightarrow v^{3\alpha} - 1 = 26$$

گزینه ۴ ۱۳

$$\begin{cases} f'(x) = \frac{2}{\pi}x + \cos x \\ f''(x) = \frac{2}{\pi} - \sin x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(\circ) = 1 \\ f''(\pi) = \frac{2}{\pi} \end{cases}$$

$$g'(x) = \frac{2}{\pi}x - \sin x \Rightarrow g'(\frac{\pi}{2}) = 0$$

$$(f \circ g')'(\frac{\pi}{2}) = g''(\frac{\pi}{2}) \times f'(\circ) = \frac{2}{\pi} \times 1 = \frac{2}{\pi}$$

نسبت دو مقدار بالا، برابر $\frac{1}{2}$ است.

گزینه ۴ ۱۴

$$f'(-2) = \frac{f(a) - f(-a)}{a - (-a)} \Rightarrow \frac{9}{9} = \frac{\frac{4a+11}{a+5} - \frac{11-4a}{5-a}}{2a}$$

$$\Rightarrow 2a = \frac{4 \circ a - 22a}{25 - a^2} \Rightarrow 25 - a^2 = 9 \Rightarrow a = 4$$

$$f(4) = \frac{4 \times 4 + 11}{4 + 5} = \frac{27}{9} = 3$$

گزینه ۴ ۱۵

$$M(x, 1 - x^2)$$

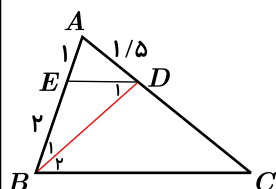
$$\begin{cases} AM = a \\ BM = b \end{cases} \rightarrow p = a^2 + b^2 = (1+x)^2 + (1-x^2)^2 + (1-x)^2 + (1-x^2)^2$$

$$\Rightarrow p = 2x^4 - 2x^2 + 4$$

$$p' = 0 \Rightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \min p = 2(\frac{\sqrt{2}}{2})^4 - 2(\frac{\sqrt{2}}{2})^2 + 4 = 3,5$$

گزینه ۳ ۱۶



$$DE \parallel BC \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{B}_2$$

BD نیمساز زاویه B است. پس $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$. با توجه به قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

در نتیجه:

$$\hat{B}_1 = \hat{D}_1 \Rightarrow BE = ED = 2$$

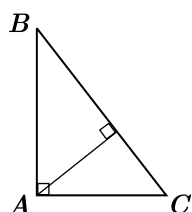
حالا قضیه تالس را به کار می‌بریم:

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1.5}{AC} = \frac{2}{BC} \Rightarrow \begin{cases} AC = 4.5 \Rightarrow DC = 3 \\ BC = 6 \end{cases}$$

پس:

$$\text{محیط دوزنقه} = 6 + 3 + 2 + 2 = 13$$

۱۷ گزینه ۴



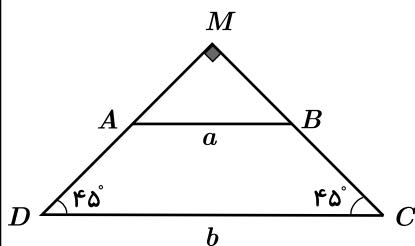
$$AB^2 = BH \times BC, AC^2 = CH \times BC$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

پس:

$$\frac{AB^2 \times CH}{AC^2 \times BH} = \frac{BH \times BC \times CH}{CH \times BC \times BH} = 1$$

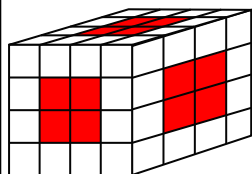
۱۸ گزینه ۲



ساق را امتداد می‌دهیم تا در M برخورد کنند. داریم: $\hat{M} = 90^\circ$

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= S_{MDC} - S_{MAB} = \frac{1}{2} [MD \times MC - MA \times MB] \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2} b \right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} a \right)^2 \right] = \frac{1}{4} (b^2 - a^2) \end{aligned}$$

۱۹ گزینه ۴ مکعب به ابعاد $4 \times 4 \times 4$ ، شش وجه دارد. روی هر کدام از وجه‌های مکعب به ابعاد $4 \times 4 \times 4$ ، چهار مکعب به ابعاد $1 \times 1 \times 1$ وجود دارد که فقط یک وجه‌شان رنگ شده است. بنابراین تعداد کل مکعب‌های به ابعاد $1 \times 1 \times 1$ که فقط یک وجه‌شان رنگ شده است. برابر است با: $6 \times 4 = 24$

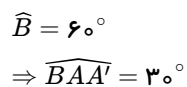


۲۰ گزینه ۳ روابط طولی برای نقطه C :

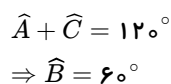
$$\begin{aligned} 3(4 + 2x) &= 5(5 + x) \Rightarrow 12 + 6x = 25 + 5x \\ \Rightarrow x &= 13 \Rightarrow AC = 8, BC = 10 \Rightarrow AB = 6 \\ \Rightarrow S_{ABC} &= \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 \end{aligned}$$

۲۱ گزینه ۱ پاسخ این مسئله در دو حالت به شرح زیر قابل بحث می‌باشد:

الف) زوایای مثلث حاده باشند، کمتر از 90° .

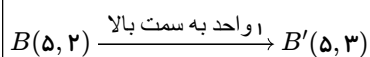

$$\Rightarrow \widehat{C'B'B} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{C'B'C} = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$$

(ب) زاویه $\hat{A}$ یا $\hat{C}$ باز باشند، بیشتر از 90° .


$$C'B'C = \widehat{B} = 90^\circ$$

۲۲ گزینه ۳

مطابق شکل، نقطه B را به اندازه $MN = 1$ به سمت بالا می‌بریم:



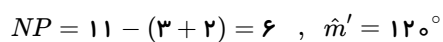
$$|AB'| = \sqrt{(-\gamma - \delta)^2 + (\lambda - \nu)^2} = 13$$

$$\Rightarrow \min(AMNB) = AM + MN + NB = AM + BB' + MB' = AB' + BB' = 1\text{ cm} + 1\text{ cm} = 2\text{ cm}$$

۲۳ گزینہ ۱

نقطه M را نسبت به ضلع AB بازتاب می‌دهیم.

مساحت مستطیل $ABCD$ به علاوه مساحت مثلث $NM'P$ جواب است.



$$x^2 + x^2 - 2x^2 \cos 120^\circ = 36 \Rightarrow x^2 = 12$$

$$S_{NM'P} = \frac{1}{r} x^r \sin 12^\circ = \frac{1}{r} \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{r} = 3\sqrt{3} \rightarrow \text{جواب} = 88 + 3\sqrt{3}$$

$$S_{ABCD} = \mathbf{1} \times \mathbf{11} = \mathbf{11}$$

$$\hat{B} = 1\lambda_0^\circ - (\hat{A} + \hat{C}) = 1\lambda_0^\circ - (95^\circ + 1\lambda_0^\circ) = 50^\circ$$
$$||A|A^{\mathfrak{r}}| = |\mathfrak{A}|I| \Rightarrow |A|^{\mathfrak{r}}|A^{\mathfrak{r}}| = \mathfrak{A}^{\mathfrak{r}}|I| \Rightarrow |A|^{\mathfrak{r}} \times |A|^{\mathfrak{r}} = (\mathfrak{r}^{\mathfrak{r}})^{\mathfrak{r}} \times 1 \Rightarrow |A|^{\mathfrak{r}} = \mathfrak{r}^{\mathfrak{r}} \Rightarrow |A| = \mathfrak{r}^{\frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{r}}} = \mathfrak{r}\sqrt{\mathfrak{r}}$$

بنابراین قرینه ضریب I در تساوی فوق برابر با دترمینان A است که در این حالت خاص برابر با $\frac{1}{p}$ است.

$$\Rightarrow 1 - r \sin^r \alpha = \frac{1}{r} \Rightarrow \sin^r \alpha = \frac{1}{r} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt[r]{r}}{r}$$
$$\text{هرم } V_{OMN} = \frac{1}{3} |\vec{b}| \times \frac{|\vec{BN}| |\vec{C}|}{2} = \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{1 \times 3}{2} = 1$$

۳۰ گزینه ۴

با کمک قانون دمورگان خواهیم داشت:

$$(((A \cup B) \cup C) \cap (A \cup C))' = (A \cup C)' = A' \cap C'$$

۳۱ گزینه ۲ اعضای هر مجموعه را مشخص می‌کنیم. گزینه «۱»:

$$x = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \Rightarrow x^2 = \{4, 1, 0, 1, 4\} = \{0, 1, 4\}$$

۳ عضو دارد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۲»:

$$x = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\} \Rightarrow 2x = \{-6, -4, -2, 0, 2, 4\}$$

۶ عضو دارد.

گزینه «۳»:

$$x = \{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow 2x + 3 = \{5, 7, 9, 11\}$$

۴ عضو دارد.

گزینه «۴»:

$$x = \{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow x + 2 = \{3, 4, 5, 6\}$$

۴ عضو دارد.

مشخص است که گزینه «۲» دارای عضوهای بیشتری است.

۳۲ گزینه ۳

$$P(1) = \frac{|\{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}|}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(2) = \frac{|\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}|}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(3) = \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

$$P(4) = \frac{|\{(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)\}|}{36} = \frac{1}{6}$$

۳۳ گزینه ۳

$$x = P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{\frac{9!}{10!}}{\frac{9 \times 9!}{10!}} = \frac{1}{9}$$

$$y = P(B|B > A) = \frac{P(B)}{P(B > A)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{5}} = \frac{5}{9}$$

۳۴ گزینه ۲

$$990 = 36 \times 27,5 = \text{مجموع کل داده‌ها}$$

$$270 = 9 \times 30 = \text{مجموع داده‌های سمت راست}$$

$$198 = 9 \times 22 = \text{مجموع داده‌های سمت چپ}$$

$$\Rightarrow ? = \frac{990 - (270 + 198)}{18} = 29$$

۳۵ گزینه ۲ در نمونه‌گیری سیستماتیک اندازه هر طبقه (فاصله بین دو نمونه متوالی) از رابطه $t = \frac{N}{n}$ به دست می‌آید t تا t تا جلو می‌رویم) و اگر شماره اولین واحد انتخابی a باشد. شماره k آمین واحد انتخابی از رابطه $t(k-1) + a$ به دست می‌آید. (دنباله حسابی با قدرنسبت t و جمله اول a) و تعداد طبقات با تعداد نمونه برابر است.

$$t = \frac{N}{n} = \frac{1365}{21} = 65$$

$$\text{شماره } 13 \text{ آمین واحد انتخابی } 807 = 65(13-1) + 27$$

۳۶ گزینه ۲

x_i	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷
f_i	۳	۲	a	۶	۱

$$\bar{x} = \frac{1}{12+a}(27+22+13a+90+17) = 13$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{12+a}(3 \times 16 + 2 \times 4 + a \times 0 + 6 \times 4 + 1 \times 16) = 6 \Rightarrow a = 4$$

۳۷ گزینه ۲ حاصل جمع n عدد طبیعی فرد، زوج است اگر و تنها اگر n زوج باشد. برای سایر گزینه‌ها مثال‌های نقض به شکل زیر وجود دارد:

$$\bullet x = 2, y = 1$$

$$\bullet 1 \times 2 \times 5 = 10 \text{ (حاصل ضرب ۳ (که عددی فرد است) عدد طبیعی متمایز زوج شده است)}$$

$$\bullet A = \{1, 2\}, B = \{1, 3, 4, 5\}, C = \{1, 6\}$$

۳۸ گزینه ۲

(۱) تمام زیرمجموعه‌های چهار عضوی احاطه‌گر هستند.

(۲) تمام زیرمجموعه‌های سه عضوی احاطه‌گر هستند.

(۳) تمام زیرمجموعه‌های دو عضوی احاطه‌گر هستند.

(۴) از بین زیرمجموعه‌های یک عضوی دو زیرمجموعه $\{b\}$ و $\{c\}$ احاطه‌گر هستند.

بنابراین:

$$? = \binom{4}{4} + \binom{4}{3} + \binom{4}{2} + 2 = 13$$

۳۹ گزینه ۲ اعداد اول یک‌رقمی عبارتند از ۲، ۳، ۵، ۷ و تعداد کل اعداد سه‌رقمی که می‌توان با آنها ساخت برابر است با:

$$|S| = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

اگر مجموعه A_1 ، اعداد فاقد ۷، A_2 اعداد فاقد ۵ را نشان دهند، داریم:

$$|\overline{A_1} \cap \overline{A_2}| = |S| - |A_1 \cup A_2| = |S| - (|A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2|)$$

$$= 64 - (3 \times 3 \times 3 + 3 \times 3 \times 3 - 2 \times 2 \times 2)$$

$$= 64 - (27 + 27 - 8) = 64 - (54 - 8) = 64 - 54 + 8 = \boxed{18}$$

۴۰ گزینه ۴ ابتدا مربع لاتین داده شده را تکمیل می‌کنیم و داریم:

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

هر یک از گزینه‌ها را تکمیل می‌کنیم و سپس شرط متعامد بودن را بررسی می‌کنیم.

گزینه «۱»:

۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱

 $\Rightarrow$

۳	۱	۲	۳
۱	۳	۲	۳
۲	۲	۳	۱

گزینه «۲»:

۲	۳	۱
۱	۲	۳
۳	۱	۲

 $\Rightarrow$

۳	۲	۱	۳
۱	۱	۲	۳
۲	۳	۳	۱

گزینه «۳»:

۱	۳	۲
۲	۱	۳
۳	۲	۱

 $\Rightarrow$

۳	۱	۱	۲
۱	۲	۲	۳
۲	۳	۳	۱

گزینه «۴»:

۱	۳	۲
۳	۲	۱
۲	۱	۳

 $\Rightarrow$

۳	۱	۱	۲
۱	۳	۲	۳
۲	۲	۳	۱

در این مربع عدد دو رقمی تکراری وجود دارد و متعامد نیستند.

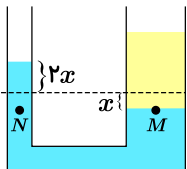
پاسخنامه تشریحی

۴۱ گزینه ۲

$$m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} V$$

$$\begin{cases} m_{\text{ظرف}} + m_{\text{مایع}1} = 600 \text{ gr} \\ m_{\text{ظرف}} + m_{\text{مایع}2} = 720 \text{ gr} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_{\text{ظرف}} + 1,5V = 600 \\ m_{\text{ظرف}} + 2,5V = 720 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V = 120 \text{ cm}^3 \\ m_{\text{ظرف}} = 420 \text{ gr} \end{cases}$$

۴۲ گزینه ۱ هنگامی که روغن را به شاخه سمت راست اضافه می‌کنیم آب به اندازه x پایین می‌رود و سمت چپ به اندازه $2x$ از ارتفاع قبلی بالا می‌رود و آب در دو شاخه به اندازه $3x$ اختلاف ارتفاع پیدا می‌کند بنابراین داریم:



$$P_M = P_N$$

$$0,8 \times 10 = 1 \times 3x \Rightarrow 3x = 8$$

۴۳ گزینه ۲ جملات (الف) و (ج) نادرست و جملات (ب) و (د) صحیح هستند.

نیروهای وزن و اصطکاک در طول این مسیرها کار انجام می‌دهند. با توجه به اینکه نیروی وزن فقط به ارتفاع اول و آخر بستگی دارد کار نیروی وزن برای هر سه مسیر برابر و مثبت است. کار نیروی اصطکاک به طول مسیر بستگی دارد و همواره منفی است، مسیر (۱) اصطکاک نداریم و با توجه به اینکه مسیرهای (۲) و (۳) طول برابر ندارند کار نیروی اصطکاک آنها برابر نیست. بنابراین گلوله (۱) در زمان کوتاه‌تر و با سرعت بیشتر به زمین می‌رسد.

۴۴ گزینه ۴

$$w_{\text{مصرفی}} = p \cdot t = (8000)(20) = 160,000 J$$

$$w_{\text{مفید}} = mgh = (500)(10)(20) = 100,000 J$$

$$R_a = \frac{w_{\text{مفید}}}{w_{\text{مصرفی}}} = \frac{100,000}{160,000} = \frac{5}{8} \Rightarrow R_a = 62,5\%$$

۴۵ گزینه ۲

$$\text{بخار } 100^\circ C \xrightarrow{Q_1} \text{آب } 100^\circ C \xrightarrow{Q_2} 0^\circ C \xleftarrow{Q_3} \text{آب } 0^\circ C$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + 6540 = 0$$

$$-mL_V + mc\Delta\theta + m'L_F + 6540 = 0$$

$$-m \times 2256 + m \times 4,2 \times (-100) + 100 \times 336 + 6540 = 0 \Rightarrow 2676m = 40140$$

$$\Rightarrow m = \frac{40140}{2676} = 15g$$

۴۶ گزینه ۱ با استفاده از قانون گازها، حباب را به عنوان گاز کامل در نظر می‌گیریم. بنابراین در دو وضعیت عمق و سطح دریاچه خواهیم داشت:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{(\rho gh + P_0) V_1}{T_1} = \frac{(P_0)(3,75 V_1)}{273 + 27}$$

$$\Rightarrow \frac{[10^5 + (1000)(10)(30)]}{T_1} = \frac{10^5 \times 3,75}{300}$$

$$\Rightarrow 300(4 \times 10^5) = 3,75 T \Rightarrow T = 320 K \Rightarrow \theta = 47^\circ C$$

۴۷ گزینه ۴ کار انجام شده توسط گاز برابر مساحت داخل چرخه است.

$$|W| = S = 2 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-3} = 1000 J$$

گرمای مبادله شده در فرایند CD و DA منفی است یعنی گاز گرما از دست داده است.

$$Q_t = Q_{CD} + Q_{DA} = -2000 - 500 = -2500 J$$

از طرفی می‌دانیم:

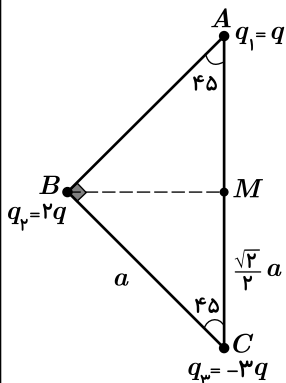
$$Q_H = |Q_t| + |W|$$

سپس بازده را به دست می‌آوریم:

$$R = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{|W|}{|Q_l| + |W|} = \frac{1000}{2500 + 1000} = \frac{2}{3} \times 100 = 28\%$$

۴۸ گزینه ۳ هنگامی که میله با بار منفی را به الکتروسکوپ با بار مثبت نزدیک می‌کنیم الکترون‌ها از روی کلاهک به سمت تیغه‌های الکتروسکوپ می‌روند و با خنثی کردن بار مثبت روی تیغه‌ها زاویه کاهش می‌یابد.

۴۹ گزینه ۴



$$\widehat{B} = 90^\circ, \widehat{A} = \widehat{C} = 45^\circ \Rightarrow Ac = \sqrt{2}AB = \sqrt{2}AC = \sqrt{2}a$$

$$MC = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a \Rightarrow M \text{ وسط ضلع } AC \text{ است} \Rightarrow BM \text{ میانه است}$$

$$BM = \frac{\sqrt{2}}{2}a \Leftarrow \text{در مثلث قائم‌الزاویه میانه وارد بر وتر نصف وتر است}$$

را برابر $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ در نظر می‌گیریم و مسئله را پارامتری حل می‌کنیم. چون در نهایت از ما نسبت دو میدان را خواسته است از k هم صرف نظر می‌کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} E_1 = \frac{q}{r^2} \downarrow \\ E_2 = \frac{2q}{r^2} \rightarrow \\ E_3 = \frac{-3q}{r^2} \downarrow \end{array} \right\} \xrightarrow{\frac{q}{r^2} = E_0} \begin{array}{c} \xrightarrow{E_2=2E_0} \\ \xrightarrow{E_1=E_0} \\ \xrightarrow{E_3=3E_0} \end{array} \xrightarrow{\begin{array}{c} 2E_0 \\ 4E_0 \end{array}}$$

$$E_{net,M} = \sqrt{(2E_0)^2 + (4E_0)^2} = 2\sqrt{5}E_0 \xrightarrow{E_2=2E_0} \frac{E_{net}}{E_2} = \frac{2\sqrt{5}E_0}{2E_0} = \sqrt{5}$$

۵۰ گزینه ۱ خازن از باتری جدا شده پس Q ثابت است. A هم ثابت است.

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 \kappa A} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \times \frac{A_1}{A_2} \times \frac{\kappa_1}{\kappa_2}$$

پس:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2}$$

Q ثابت است.

$$U_{\text{خازن}} = \frac{Q^2}{C}, C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$U_{\text{خازن}} \propto \frac{1}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \times \frac{A_1}{A_2} \times \frac{d_2}{d_1} = \frac{4}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{2} = 2$$

۵۱ گزینه ۱

$$R = \frac{\rho L}{A} \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{A = \frac{\pi d^2}{4}} \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{d_1}{0.99d_1}\right)^2 = \left(\frac{1}{0.99}\right)^2$$

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2} = (0.99)^2$$

برای محاسبه راحت‌تر، از اتحاد مربع کامل استفاده می‌کنیم:

$$\frac{P_r}{P_1} = (1 - 0.01)^2 = 1 - 0.02 + 0.0001 \simeq 0.98$$

پس توان تقریباً دو درصد کاهش می‌یابد.

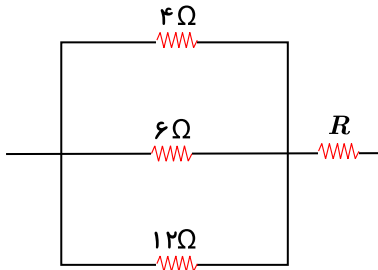
۵۲ گزینه ۱ با افزایش مقاومت رئوسا، جریان مدار کاهش می‌یابد و برعکس.

$$P_1 = P_r \Rightarrow R_1 I_1^2 = R_r I_r^2 \Rightarrow R_1 \times 4 = (R_1 - 2) \times 16$$

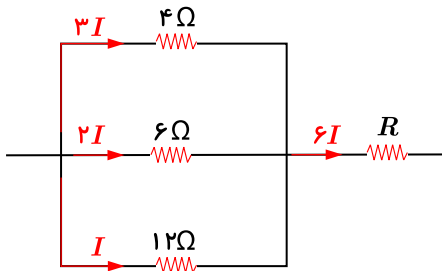
$$\Rightarrow R_1 = 4R_1 - 8 \Rightarrow R_1 = \frac{8}{3} \Omega$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \Rightarrow 2 = \frac{8}{\frac{8}{3} + r} \Rightarrow r = \frac{4}{3} \Omega$$

۵۳ گزینه ۱ شکل ساده شده به شکل زیر است:



با توجه به اینکه در اینکده در شاخه‌های موازی ولتاژ برابر است. جریان هر شاخه با مقدار مقاومت آن رابطه عکس دارد پس داریم:



$$\frac{P_R}{P_6} = \frac{R(6I)^2}{4(I)^2} = 9 \Rightarrow \frac{36RI^2}{4I^2} = 9 \Rightarrow R = 1 \Omega$$

۵۴ گزینه ۱ قبل از بستن کلید

$$\frac{1}{R_T} = \left(\frac{1}{6R} + \frac{1}{12R} + \frac{1}{4R} \right) \Rightarrow \frac{1}{R_T} = \frac{2+1+3}{12R}$$

$$R_T = 2R$$

پس از بستن کلید، مقاومت $3R$ حذف می‌شود.

$$\frac{1}{R'_T} = \frac{1}{3R} + \frac{1}{12R} + \frac{1}{4R} \Rightarrow \frac{4+1+3}{12R} \Rightarrow R'_T = \frac{12R}{8} = 1.5R$$

$$\frac{R_T}{R'_T} = \frac{2R}{1.5R} = \frac{4}{3}$$

۵۵ گزینه ۴

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} = \frac{\mu_0 NI}{ND} = \frac{\mu_0 I}{D}$$

$$B = 8 \times 10^{-4} = \frac{(12 \times 10^{-4})I}{2(6 \times 10^{-3})} \Rightarrow I = \frac{8 \times 10^{-4}}{10^{-4}} \Rightarrow 8A$$

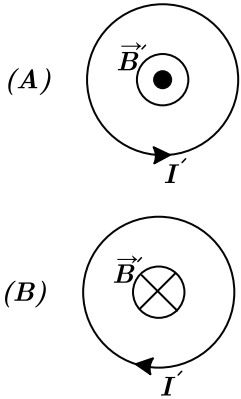
۵۶ گزینه ۴

۵۷ گزینه ۳

$$|\varepsilon| = BVL$$

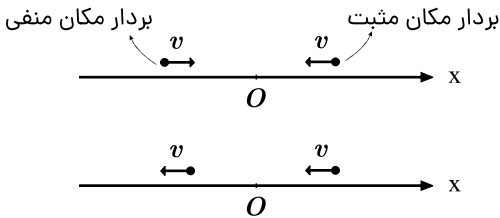
$$\rightarrow |\varepsilon| = 1000 \times 10^{-4} \times 2 \times 10 \times 10^{-2} = 0.02 V$$

۵۸ گزینه ۱ در هر دو حلقه، شار در حال کاهش است و طبق قانون لنز، جریان به گونه‌ای در حلقه‌ها القا می‌شود که با تغییرات شار مخالفت کند. میدان مغناطیسی ناشی از سیم، در حلقه A برون‌سو و در حلقه B درون‌سو است؛ پس میدان القایی نیز در حلقه A برون‌سو و در حلقه B درون‌سو خواهد شد. در نهایت طبق قانون دست راست، جریان القایی در حلقه‌های A و B به ترتیب پادساعتگرد و ساعتگرد خواهد بود.



۵۹ گزینه ۲

جمله الف صحیح است.



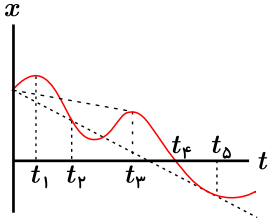
جمله ب نادرست است.

جمله ج نادرست است. اگر دوبار متحرک از یک نقطه عبور کند حداقل یکبار تغییر جهت داده است ولی تعداد تغییر جهت‌ها مشخص نیست.

جمله د نادرست است. اگر سرعت جسم مثبت باشد متحرک به سمت راست حرکت می‌کند و بردار مکان جسم افزایش می‌یابد ولی مقدار بردار مکان ممکن است کاهش یابد.

۶۰ گزینه ۳

سرعت متوسط شیب خط واصل و سرعت لحظه‌ای شیب خط مماس در نمودار مکان - زمان است. با توجه به این توضیح درستی گزینه‌های ۱ و ۲ مشخص می‌شود.



بردار مکان در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مختصات ($x = 0$) عبور کند تغییر علامت می‌دهد و این اتفاق فقط در t_4 می‌افتد؛ بنابراین گزینه ۳ نادرست است. جهت حرکت متحرک همان جهت سرعت جسم (شیب خط مماس) است که در بازه t_3 تا t_4 در خلاف جهت محور x است.

۶۱ گزینه ۴ با توجه به اینکه متحرک یکنواخت حرکت می‌کند داریم:

$$\frac{l'}{l} = \frac{\delta' \Delta t'}{\delta \Delta t} = \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{4}{3}$$

۶۲ گزینه ۲

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{L}{V_1} = \frac{3000}{10} = 300s \\ t_2 &= \frac{L}{V_2} = \frac{3000}{20} = 150s \\ t_3 &= \frac{L}{V_3} = \frac{3000}{30} = 100s \end{aligned}$$

با توجه به بازه‌های زمانی بدست آمده بار اول و دوم پاره خط را به شکل کامل طی می‌کند ($t_1 + t_2 = 450s$) ولی بار سوم با توجه به اینکه $500s$ از $500s$ باقیمانده است نیمی از مسیر پاره خط را طی می‌کند (بار سوم به طور کامل $100s$ طول می‌کشد). بنابراین:

$$L_{\text{کل}} = L_1 + L_2 + L_3 = 3000 + 3000 + 1500 = 7500m$$

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{7500}{500} = 15 \frac{m}{s}$$

۶۳ گزینه ۳ نادرستی گزینه ۱: شتاب همواره ثابت و به اندازه g است. ($F_{net} = mg$)

نادرستی گزینه ۲: سرعت در اوج کمترین مقدار را دارد ولی شتاب ثابت است.

درستی گزینه ۳: در نقطه اوج علاوه بر mg ، هم بر گلوله وارد می‌شود، بنابراین نیروی خالص بیشتر از mg یعنی شتاب بیشتر از g است.

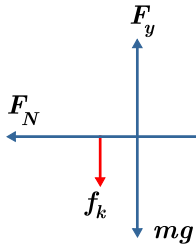
نادرستی گزینه ۴: در شرایطی که مقاومت هوا وجود دارد، شتاب رفت بیشتر از شتاب برگشت است بنابراین زمان رفت کمتر از زمان برگشت است.

۶۴ گزینه ۱ با توجه به اینکه حرکت کندشونده است دو حالت قابل بررسی است.

حالت ۱: اگر کندشونده به بالا باشد: $(mg + f_k) > \lambda_0 \leftarrow 40 + f_k > \lambda_0$

حالت ۲: اگر کندشونده به پایین باشد: $mg < (\lambda_0 + f_k) \leftarrow 40 < \lambda_0 + f_k$

حالت دوم، امکان پذیر نیست. بنابراین با توجه به نمودار نیروها خواهیم داشت:



$$F_y - f_k - mg = ma \Rightarrow \lambda_0 - f_k - 40 = 4(-2)$$

$$f_k = 48 \Rightarrow \mu_k = \frac{f_k}{f_N} \Rightarrow \mu_k = \frac{48}{60} = \frac{4}{5}$$

۶۵ گزینه ۴ معادله درجه ۲ برای سهمی $p - t$ را به دست می‌آوریم:

$$p = k(t - 2)(t - 8) \xrightarrow[p=32]{t=0} 32 = k(-2)(-8) \Rightarrow k = 2$$

$$p = 2(t^2 - 10t + 16) = 2t^2 - 20t + 32$$

$$F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F_{t \rightarrow 8} = \frac{P_{t=8} - P_{t=2}}{4} = \frac{0 - (-16)}{4} = 4N$$

۶۶ گزینه ۳

$$20\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.1s \Rightarrow \frac{T}{4} = 0.025s$$

$$t = \frac{T}{4} = 0.025s \quad t = \frac{T}{4} = 0.025s \quad t = 0$$

هر چه نوسانگر به نقطه تعادل نزدیکتر باشد حرکت با تندی بیشتری انجام می‌شود و در مدت زمان معینی مسافت بیشتری را طی می‌کند. در بین بازه‌های زمانی داده شده $0.023s$ تا $0.024s$ به نقطه تعادل نزدیک‌تر است.

۶۷ گزینه ۲ نادرستی جمله الف: هر گاه نوسانگر به دو انتهای پاره خط نزدیک می‌شود تندی حرکت کاهش می‌یابد.

درستی جمله ب: علامت شتاب همیشه مخالف علامت مکان است و علامت سرعت هم با توجه به جهت حرکت مشخص می‌شود.

درستی جمله ج: در مکان‌های منفی شتاب و نیرو مثبت هستند. مقدار a و F و U زمانی که به دو انتهای پاره خط نزدیک می‌شویم افزایش می‌یابد. درست برعکس مقادیر V و K .

نادرستی جمله د: حرکت به سمت تعادل تند شونده و هنگام دور شدن از آن کند شونده است.

۶۸ گزینه ۱

$$\frac{a_{max}}{v_{max}} = \frac{Aw^2}{Aw} = w \Rightarrow w = \frac{2\pi}{T} = 3 \Rightarrow T = 2s$$

تعداد نوسان	زمان
۱	$2s \rightarrow x = 30$
x	$60s$

$$l = 30 \times 4A = 6 \Rightarrow A = 0.5m$$

$$v_{max} = Aw = 0.5 \times 3 = 1.5 \frac{m}{s}$$

۶۹ گزینه ۳

$$E = K + U = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \Rightarrow \frac{125}{10000} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{100} \times \frac{1}{100} \times \omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 250$$

$$\Rightarrow \omega = 5\sqrt{10} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.4s$$

زمان پایان حرکت $t = 1.2s = 3T$ است. در هر دوره نیمی از زمان حرکت کند شونده و نیمی از زمان حرکت تند شونده است.

البته از $3T$ به اندازه $0.1s = \frac{T}{4}$ آغازین حرکت در بازه زمانی ما نیست. می‌دانیم $\frac{T}{4}$ ابتدای حرکت (از A به سمت مرکز نوسان) حرکت تند شونده است. پس در این بازه داده شده حرکت تند شونده $0.6s$ و حرکت کند شونده داریم.

۷۰ گزینه ۱

$$\frac{I_r}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2$$

$$\Delta B = 10 \log \frac{I_r}{I_1} = 20 \log \frac{r_1}{r_r} = 6$$

$$\log \frac{r_1}{r_r} = 0.3 = \log^2$$

$$2 = \frac{r_1}{r_r} \rightarrow 2 = \frac{10}{r_r}$$

$$r_r = 5m$$

$5m$ باید شنونده به منبع نزدیک شود.

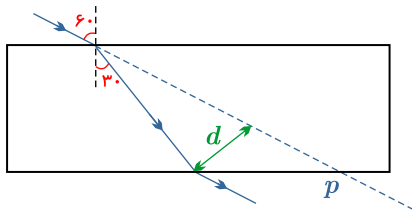
۷۱ گزینه ۳ به وسیله قانون اسنل زاویه پرتوی خروجی و ورودی را می‌یابیم:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$1 \times \sin 60 = \sqrt{3} \times \sin \theta_r$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \sin \theta_r$$

$$\sin \theta_r = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_r = 30$$



این تیغه نور را منحرف نمی‌کند ولی باعث جابه‌جایی آن می‌شود. اگر محیط ورود و خروج یکسان باشد زاویه ورود و خروج نیز برابر خواهد بود.

$$d = \frac{W \sin(i - r)}{\cos r}$$

میزان جابه‌جایی پرتو نور ورودی و خروجی:

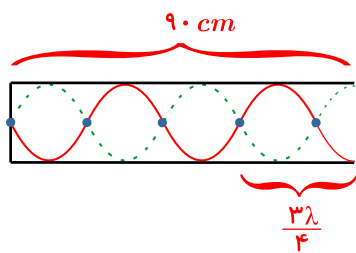
W = پهنای تیغه

i = زاویه ورودی

r = زاویه شکست

$$d = \frac{12 \times \sin(60 - 30)}{\cos 30} = \frac{12 \times \sin 30}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} \Rightarrow d = 4\sqrt{3}$$

۷۲ گزینه ۱ در لوله صوتی یک انتها بسته تعداد گره‌ها و شکم‌ها برابر است.



$$\frac{9\lambda}{4} = 90 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm}$$

$$\frac{3\lambda}{4} = 30 \text{ cm}$$

۷۳ گزینه ۱

$$P = \frac{E}{t} = \frac{nhc}{\lambda t} = \frac{3 \times 10^{21} \times 1.24 \times 10^3 \times 1.6 \times 10^{-19}}{248 \times 60} = \frac{800}{20} = 40 \text{ W}$$

۷۴ گزینه ۴

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{اولین خط: } n' = 3, n_1 = 4 \\ \text{دومین خط: } n' = 3, n_2 = 5 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\frac{1}{\lambda_1}}{\frac{1}{\lambda_2}} = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{16}}{\frac{1}{9} - \frac{1}{25}} = \frac{\frac{7}{144}}{\frac{4}{225}} = \frac{175}{256} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{256}{175}$$

۷۵ گزینه ۲ واپاشیده شدن ۹۳/۷۵ درصد هسته‌های اولیه به این معنی است که هسته‌های فعال باقی‌مانده ۶/۲۵ درصد است و داریم:

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{2^n} \Rightarrow \frac{6.25}{100} = \frac{1}{2^n}$$

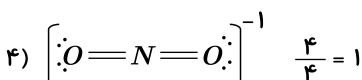
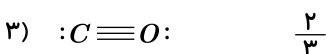
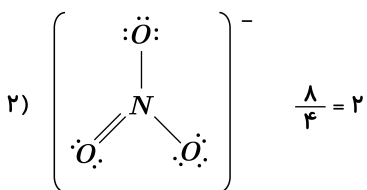
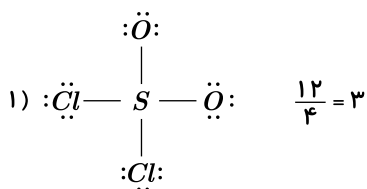
$$\Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{1}{2^n} \Rightarrow n = 4$$

۴ نیمه عمر در طول این ۳۰ روز گذشته است، پس نیمه عمر ماده رادیواکتیو $\frac{30}{4}$ یعنی ۷/۵ روز است.

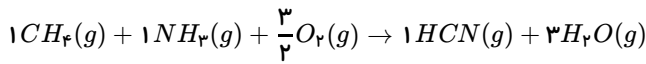
۷۶ گزینه ۱

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{F_1 + F_2} = \frac{35 \times 76 + 37 \times 24}{100} = 35.48 \text{ میانگین جرم اتمی}$$

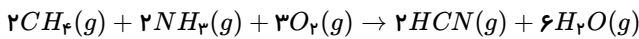
۷۷ گزینه ۱



۷۸ گزینه ۴ اگر موازنه را از ترکیبی که بیشتر انواع عناصر را دارد یعنی هیدروژن سیانید (HCN) شروع کنیم و به روش واریسی آن را تکمیل کنیم خواهیم داشت:

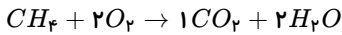
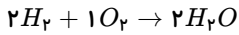


برای از بین رفتن ضرایب کسری، همه ضرایب را در ۲ ضرب می‌کنیم.



همان‌طور که مشخص است، مجموع ضرایب استوکیومتری گونه‌های شرکت‌کننده در واکنش برابر ۱۵ است.

۷۹ گزینه ۴



$$5,6lit CO_2 \times \frac{1mol CO_2}{22,4lit CO_2} \times \frac{2mol H_2O}{1mol CO_2} \times \frac{18gr H_2O}{1mol H_2O} = 9gr H_2O \text{ دوم واکنش}$$

$$11,25 - 9 = \underbrace{2,25gr H_2O}_{\text{واکنش اول}} \times \frac{1mol H_2O}{18gr H_2O} \times \frac{2mol H_2}{1mol H_2O} \times \frac{22,4lit H_2}{1mol H_2} = 2,8lit H_2$$

$$5,6lit CO_2 \times \frac{1mol CO_2}{22,4lit CO_2} \times \frac{1mol CH_4}{1mol CO_2} \times \frac{22,4lit CH_4}{1mol CH_4} = 5,6lit CH_4$$

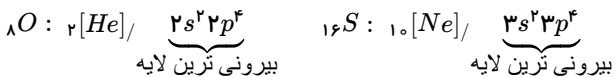
$$\text{درصد حجمی متان} = \frac{5,6}{5,6 + 2,8} \times 100 = 66,66$$

$$\text{گزینه ۲ مورد آ: درست است. } \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ جفت الکترون‌های پیوندی} : \ddot{O} - \ddot{S} = \ddot{O} : \text{ جفت الکترون‌های غیر پیوندی}$$

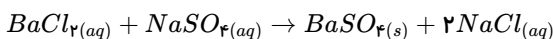
مورد ب: غلط است. گاز SO_3 (گوگرد تری‌اکسید) در اثر واکنش با آب سولفوریک اسید تولید می‌کند.

مورد پ: درست است. اکسید فلزات در آب تشکیل اسید می‌دهند و PH کاهش می‌یابد.

مورد ت: درست است. عناصر گوگرد و اکسیژن هر ۲ متعلق به گروه ۱۶ جدول هستند که دارای ۶ الکترون می‌باشند، که ۲ الکترون در زیرلایه S و ۴ الکترون در زیر لایه P می‌باشد.



۸۱ گزینه ۱



(آ) درست - در این واکنش رسوب سفید رنگ $BaSO_4$ تولید می‌شود. در واکنش میان محلول‌های $NaCl$ و $AgNO_3$ ، رسوب سفید رنگ $AgCl$ تولید می‌شود.

(ب) درست - با توجه به تشکیل رسوب رنگی باریم سولفات، از این واکنش می‌توان برای شناسایی یون باریم در محلول آبی استفاده کرد.

(پ) نادرست - واکنش مورد نظر سریع است.

(ت) درست - با توجه به ضرایب واکنش

۸۲ گزینه ۴ گزینه ۱: نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در K_2CO_3 و $CuNO_3$ به ترتیب ۲ و ۱ است.

گزینه ۲: نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در Na_2O و $Mg(NO_3)_2$ به ترتیب ۲ و ۱ است.

گزینه ۳: نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در $Ca_3(PO_4)_2$ و $FeCl_3$ به ترتیب ۳ و ۱ است.

گزینه ۴: نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در $MgSO_4$ همانند AlN برابر ۱ است.

۸۳ گزینه ۳ به طور کلی بر روی قطره‌های جدول از بالا به پایین شعاع اتمی افزایش می‌یابد اما بر اساس کتاب درسی شعاع $38Sr$ نسبت به $19K$ کوچک‌تر است هرچند بر روی یک قطر قرار دارند.

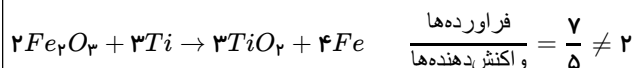
۸۴ گزینه ۳

بررسی گزینه‌های نادرست:

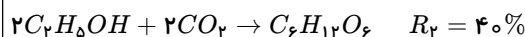
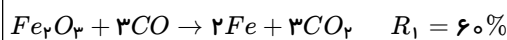
۱) واکنش پذیری منیزیم بیشتر از آهن است؛ بنابراین فلز منیزیم می تواند با ترکیبها آهن واکنش دهد.

۲) ترتیب واکنش پذیری عناصرها، به صورت $Mg > Ti > Fe$ است.

۴)



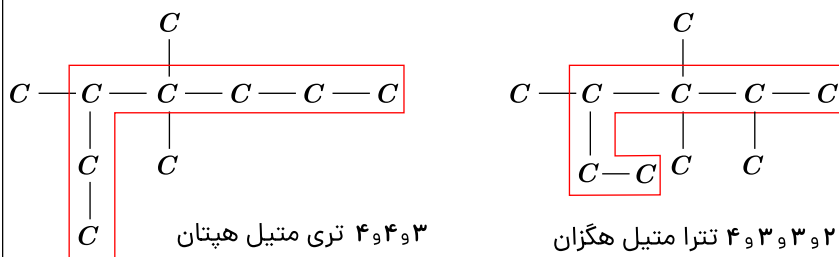
۸۵ گزینه ۱



$$8.8g \times \frac{25g}{100g} \times \frac{60g}{100g} \times \frac{1mol}{160g Fe_2O_3} \times \frac{3mol CO_2}{1mol Fe_2O_3} \times \frac{40}{100} \times \frac{1mol}{2mol} \times \frac{180}{1} = 0.891 \checkmark$$

۸۶ گزینه ۲ ارزیابی چرخه عمر شامل ارزیابی چهار مرحله استخراج و تولید مواد خام برای تولید یک فراورده، توزیع، مصرف و دفع آن است.

۸۷ گزینه ۴ ساختار آلکان داده شده را به دو صورت می توان در نظر گرفت:



پس در مجموع در دو ایزومر این آلکان، ۲ شاخه فرعی متیل قابل مشاهده است.

۸۸ گزینه ۴ هیچ کدام از عبارتهای زیر حتماً درست نیستند! بررسی عبارات:

- در صورتی که حالت فیزیکی ماده A و B یکسان باشد، با برابر بودن دمای آنها، میانگین تندی ذرات دو نمونه با هم برابر خواهد بود.
- در صورتی که جرم دو نمونه آب با هم برابر باشد، انرژی گرمایی نمونه با دمای بالاتر، بیشتر است.
- اگر مقدار برابری روغن زیتون و آب داشته باشیم، به دلیل بیشتر بودن گرمای ویژه آب، برای افزایش دما به مقدار یکسان، انرژی گرمایی بیشتری مورد نیاز است.
- بسته به جرم نمونه ماده A ، ظرفیت گرمایی یک نمونه می تواند بزرگتر، کوچکتر و برابر با گرمای ویژه باشد.

۸۹ گزینه ۳

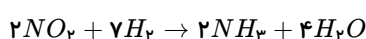
$$Q = 1.44g C \times \frac{1mol C}{12g C} \times \frac{393.5 kJ}{1mol C} \times \frac{10^3 J}{1kJ} = 120 \times 393.5 J$$

$$Q = mC\Delta\theta \text{ : } 120 \times 393.5 = 24 \times 108 \times C \times 78.7$$

$$\Rightarrow \frac{5 \times 5}{108} \simeq 0.23 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C$$

$$\text{جرم نقره : } 24mol Ag \times \frac{108g Ag}{1mol Ag} = 24 \times 108$$

۹۰ گزینه ۲



روش اول:

$$molH_2 = 11,2 LH_2 \times \frac{1 molH_2}{22,4 LH_2} = 0,5 molH_2$$

$$\bar{R}_{H_2} = -\frac{\Delta n_{H_2}}{\Delta t} = \frac{0,5 molH_2}{0,5 min} = 1 \frac{mol}{min}$$

$$\bar{R}_{واکنش} = \frac{\bar{R}_{آب}}{4} = \frac{\bar{R}_{H_2}}{4} \Rightarrow \bar{R}_{آب} = \frac{4}{4} \times 1 \frac{mol}{min} = \frac{0,4 mol}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 0,4 min = 24 s$$

روش دوم: (برای سرعت ثابت)

$$\Delta t = 0,4 molH_2O \times \frac{1 molH_2}{2 molH_2O} \times \frac{22,4 LH_2}{1 molH_2} \times \frac{0,5 min}{11,2 LH_2} \times \frac{60 s}{1 min} = 24 s$$

۹۱ گزینه ۳

$$3 mol CO_2 \times \frac{-25 kJ}{mol CO_2} = -75 kJ$$

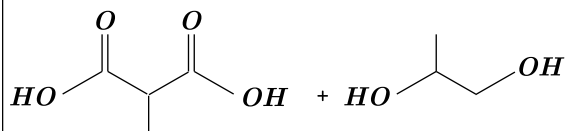
$$\Delta H_{واکنش} = [(C \equiv C) + 2(C-H) + 2(H-H)] - [(C-C) + 6(C-H)]$$

$$= [140 + 2(435)] - [(350) + 4(415)] = -300 \frac{kJ}{mol}$$

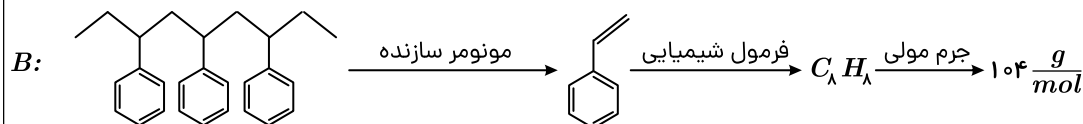
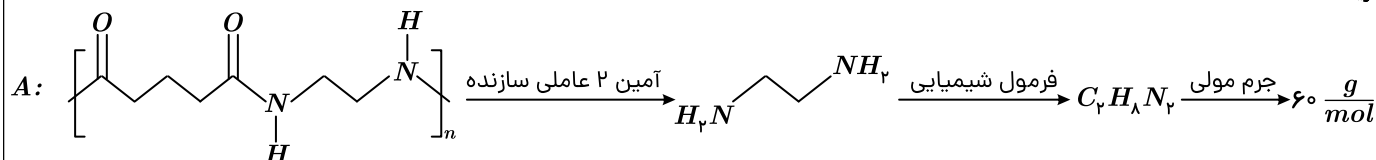
$$\rightarrow ? g C_2H_2 = -75 kJ \times \frac{1 mol C_2H_2}{-300 kJ} \times \frac{26 g C_2H_2}{mol C_2H_2} = 6,5 g C_2H_2$$

۹۲ گزینه ۱ فقط مورد چهارم صحیح است.

مونومرها به صورت مقابل است.



۹۳ گزینه ۴



نسبت جرم این دو ماده برابر است با:

$$\frac{60}{104} \cong 0,58$$

۹۴ گزینه ۳ مولکول داده شده دارای ۱۴ اتم کربن، ۲ اتم اکسیژن و ۱ اتم نیتروژن است. برای محاسبه تعداد هیدروژن از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$H_{تعداد} = 2n + 2 - 2 \times \text{پیوند دوگانه} - 1 \times \text{حلقه} - 1 \times \text{هالوژن} + 1 \times \text{نیتروژن}$$

$$2 \times 14 + 2 - 2 \times 7 - 2 \times 2 - 1 \times 2 + 1 \times 1 = 11$$

پس فرمول شیمیایی این ترکیب به صورت $C_{14}H_{11}O_2NCl_2$ و جرم مولی آن ۲۹۶ است.

بررسی چهار مورد:

مورد (۱) شمار پیوندهای $C-H$ = ۹ - ۲ = ۱۱ و شکار پیوندهای $C-N$ = ۲ است. (نادرست)

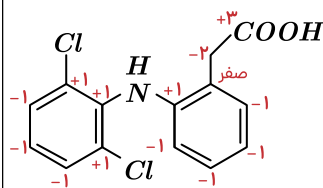
مورد (۲) درصد جرمی اکسیژن در این ترکیب (درصد جرم مولی اکسیژن در ترکیب) برابر است با:

$$A = \frac{\text{جرم اتم‌های سنگین}}{\text{جرم مولکول}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{32}{296} \times 100 \cong 10,8\%$$

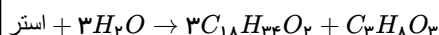
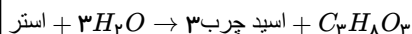
مورد (۳)

تعداد اتم کلر = ۲ = ۹ - ۷ = تعداد پیوند $C-H$ - تعداد پیوند ۲ گانه

مورد ۴) در این مولکول ۴ جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم‌های اکسیژن، یک جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم نیتروژن و ۶ جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم‌های کربن و در مجموع ۱۱ جفت الکترون ناپیوندی دیده می‌شود. عدد اکسایش اتم‌های کربن در این ماده به صورت زیر هستند:



۹۵ گزینه ۲



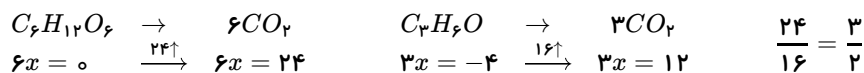
طبق موازنه باید فرمول استر به صورت $C_{57}H_{104}O_6$ باشد.

۹۶ گزینه ۳ چون در ظرف گاز H_2 نداریم در آغاز واکنش برگشت انجام می‌شود و در لحظه تعادل غلظت NH_3 از N_2 کمتر خواهد بود.

۹۷ گزینه ۳ رسانایی به غلظت یون‌ها بستگی دارد.

$$غلظت یون‌ها = 0.6 \times \frac{1}{3} \times 2 = 0.4$$

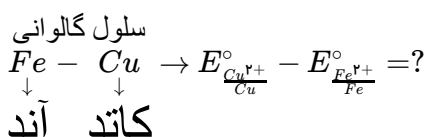
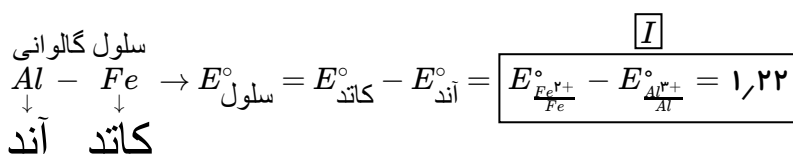
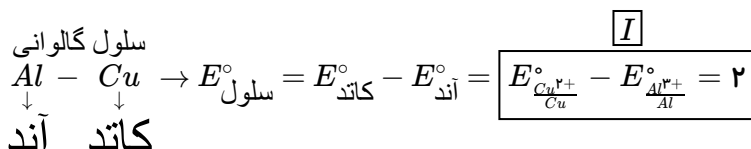
۹۸ گزینه ۲



۹۹ گزینه ۴

۱) درست است چون جرم کاتد (Cu) افزایش یافته و قطب منفی که همان آند (Zn) است با کاهش جرم روبه‌رو است.

۲) درست است



عبارت II را در منفی ضرب کرده و با عبارت I جمع می‌کنیم $\Rightarrow$

$$\begin{array}{rcl} E^\circ_{\frac{Cu^{2+}}{Cu}} - \cancel{E^\circ_{\frac{Al^{3+}}{Al}}} & = & 2 \\ \boxed{+} & & \\ \cancel{E^\circ_{\frac{Al^{3+}}{Al}}} - E^\circ_{\frac{Fe^{2+}}{Fe}} & = & \boxed{-1.22} \end{array} \Rightarrow \boxed{E^\circ_{\frac{Cu^{2+}}{Cu}} - E^\circ_{\frac{Fe^{2+}}{Fe}} = 0.78}$$

۳) نادرست است $\Leftarrow$ چون H_2 کاهنده تر از Cu است $\Leftarrow H_2$ آند و Cu کاتد می‌شوند.



(۴) درست است.

(۵) درست است

۱۰۰ گزینه ۳ از واکنش اول نتیجه می شود که x^{3+} از y^{2+} کاهنده قوی تر است.واکنش دوم نتیجه می شود که β کاهنده ضعیف تری نسبت به x^{3+} است.واکنش سوم نتیجه می شود که y^{2+} کاهنده قوی تری نسبت به α است.واکنش چهارم نتیجه می شود که β از α کاهنده قوی تری است.واکنش پنجم نتیجه می شود که β از y^{2+} کاهنده قوی تری است.

۱۰۱ گزینه ۴ سیلیس جامد کووالانسی و یخ جامد مولکولی است. در بلور یخ اتم های اکسیژن در راس حلقه های شش گوشه قرار دارند.

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) ساختار یخ سه بعدی است.

(۲) در سیلیس هر اتم سیلیسیم با چهار اتم اکسیژن و هر اتم اکسیژن با دو اتم سیلیسیم پیوند کووالانسی دارد.

(۳) سیلیسیم و یخ هر دو شفاف هستند. همچنین سیلیس برخلاف یخ ساختار شش گوشه ندارد.

۱۰۲ گزینه ۱ گرافن مانند گرافیت ساختار کووالانسی و لایه ای داشته و تعداد پیوندهای اشتراکی هر اتم کربن در آن ها با یکدیگر برابر است. همچنین مانند گرافیت رسانایی

الکتریکی دارد ولی گرافیت برخلاف آن شفاف نبوده و انعطاف پذیر نیست.

۱۰۳ گزینه ۲ فقط عبارت گزینه (ب) صحیح است.

بررسی عبارت های نادرست:

(الف) این عبارت نادرست است. سرعت واکنش را با توجه به اطلاعات سوال نمی توان بررسی کرد. همچنین $\Delta H - E_a = -2a$ می باشد.

(پ) انرژی فعال سازی یک واکنش مقداری ثابت است و با افزایش دما تغییر نمی کند. اما سرعت واکنش افزایش می یابد. پس این عبارت نیز نادرست است.

(ت) کمترین مقدار انرژی لازم برای واکنش برابر با $3akJ$ است زیرا برای گذر کردن از قله انرژی لازم است.۱۰۴ گزینه ۲ با توجه به کاهش K با افزایش دما واکنش گرماده است.(الف) نادرست است زیرا با توجه به واحد Y نمی تواند جامد یا مایع باشد.(ب) افزایش دما، تعادل در جهت مصرف Q یعنی در جهت برگشت جابه جا می شود.(پ) در واکنش گرماده برگشت $Ea < E_{a\text{ رفت}}$ است.

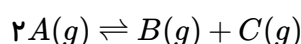
(ت) نادرست. در واکنش هایی که مواد به صورت گازی هستند افزایش فشار باعث افزایش سرعت واکنش آن می شود.

۱۰۵ گزینه ۱

$$k = \frac{[B][C]}{[A]^2} = \frac{\frac{3}{2} \times \frac{3}{2}}{\frac{1.5^2}{2}} = 4$$

ثابت تعادل در دمای 30°

در دمای بالاتر، مقدار ثابت تعادل کمتر شده پس تعادل داده شده گرماده بوده و در جهت برگشت جابه جا می شود.



مول اولیه	۱٫۵	۳	۳
تغییر مول	+۲x	-x	-x
مول نهایی	۱٫۵ + ۲x	۳ - x	۳ - x

$$K_2 = 0.25 K_1 = 0.25 \times 4 = 1 = \frac{\left(\frac{3-x}{2}\right)\left(\frac{3-x}{2}\right)}{\left(\frac{1.5+2x}{2}\right)^2}$$

$$\rightarrow 3 - x = 1.5 + 2x \rightarrow 3x = 1.5 \rightarrow x = 0.5$$

$$A_{\text{نهایی}}: 1.5 + 2(0.5) = 2.5 \text{ mol}$$

$$[A]_{\text{نهایی}}: \frac{2.5 \text{ mol}}{2L} = 1.25 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$