



شماره داوطلب
نام خانوادگی و نام

خراسان رضوی
شهر



سروش اندیشه

مؤسسه فرهنگی هنری

کد آزمون ۱۳۴۲

۲۴ خرداد ماه ۱۴۰۵

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)
جمهوری اسلامی ایران
وزارت فرهنگ و ارشاد
اسلامی مؤسسه سروش
اندیشه حیات

پاسخنامه آزمون شبیه ساز کنکور

گروه آزمایشی علوم ریاضی

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی:

مدت پاسخگویی: ۱۴۵ دقیقه

تعداد سوال: ۱۰۵ عدد

عنوان مواد امتحانی تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

برای مشاهده پاسخنامه آزمون به سایت مؤسسه مراجعه نمایید

پاسخنامه تشریحی

۱ گزینه ۱

$$\left(\frac{3-n}{2}, \frac{n+3}{n}\right) = \left(\frac{3}{2} - \frac{n}{2}, 1 + \frac{3}{n}\right)$$

به ازای هر عدد طبیعی n ، ابتدای بازه کوچکتر از $\frac{3}{2}$ و انتهای بازه بزرگتر از ۱ است؛ بنابراین فقط اعداد ۱ و ۲ می‌توانند اعداد موردنظر باشند.

اگر بخواهیم بازه موردنظر فقط شامل عدد صحیح ۲ باشد، باید $\frac{3-n}{2} \geq 1$ و $\frac{n+3}{n} \leq 3$ باشد که در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \frac{3-n}{2} \geq 1 \Rightarrow 3-n \geq 2 \Rightarrow n \leq 1 \\ \frac{n+3}{n} \leq 3 \xrightarrow[n>0]{n \in \mathbb{N}} n+3 \leq 3n \Rightarrow n \geq \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \emptyset = \text{اشتراک}$$

پس باید بازه موردنظر فقط شامل عدد صحیح ۱ باشد، در این صورت باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} \frac{3-n}{2} \geq 0 \Rightarrow n \leq 3 \\ \frac{n+3}{n} \leq 2 \Rightarrow n \geq 3 \end{cases} \Rightarrow n = 3 : \text{اشتراک}$$

بنابراین فقط یک عدد طبیعی n در شرایط مسئله صدق می‌کند.

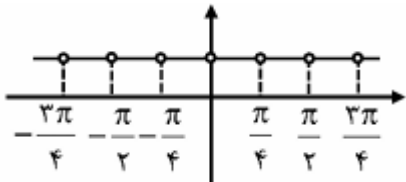
راه دوم: به ازای جای‌گذاری مقادیر ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ... به جای n مشخص می‌شود که به ازای $n \geq 4$ امکان‌پذیر نیست و فقط به ازای $n = 3$ بازه موردنظر فقط شامل یک عدد صحیح خواهد بود.

۲ گزینه ۳

دوره تناوب تابع $f(x) = |\sin mx|$ به صورت $T = \frac{\pi}{|m|}$ است بنابراین: $\frac{\pi}{|m|} = \frac{\pi}{2} \rightarrow m = \pm 2$

به ازای هر دو مقدار $m = \pm 2$ تابع $g(x)$ به صورت زیر خواهد بود. (نقاطی که $\tan 2x$ و $\cot 2x$ در آن‌ها تعریف نشده هستند از دامنه حذف می‌شوند)

$$g(x) = \tan 2x \cdot \cot 2x = 1, \quad (2x \neq k\pi, 2x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, x \neq \frac{k\pi}{2}, x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4})$$



همان‌طور که ملاحظه می‌شود تابع $g(x)$ تابعی ثابت است که از دامنه آن مقادیر منظمی حذف شده است و دوره تناوب آن $T = \frac{\pi}{2}$ است.

۳ گزینه ۴

$$\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$$

$$1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x = \frac{5}{8} \rightarrow \frac{3}{8} = \frac{1}{2} \sin^2 2x \rightarrow \sin^2 2x = \frac{3}{4} \rightarrow \sin 2x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow 2x = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{6}$$

$$\begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \rightarrow x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}, \frac{11\pi}{6} \\ x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}, \frac{7\pi}{6}, \frac{5\pi}{3} \end{cases} \rightarrow \text{۸ جواب در بازه } (0, 2\pi) \text{ دارد.}$$

۴ گزینه ۲ ابتدا ضابطه تابع درجه دوم $f(x)$ را با استفاده از صفرهای تابع و محل تقاطع آن با محور عرض‌ها به دست می‌آوریم.

$$\text{صفرهای تابع} \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases} \quad f(x) = a(x+3)(x-1) \xrightarrow{\text{قرار دادن (0,2) در تابع}} 2 = a(3)(-1) \rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

$$f(x) = -\frac{2}{3}(x^2 + 2x - 3) \rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$$

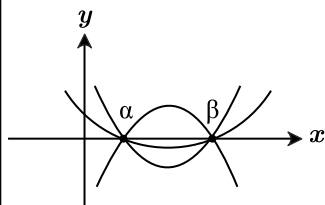
معادله $f(x) = g(x)$ را تشکیل می‌دهیم:

$$-\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 2 = 2x - 1 \xrightarrow{\times 3} -2x^2 - 4x + 6 = 6x - 3 \rightarrow -2x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$\text{مجموع عکس ریشه‌ها: } \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = \frac{S}{P} = \frac{-5}{-\frac{9}{2}} = \frac{10}{9}$$

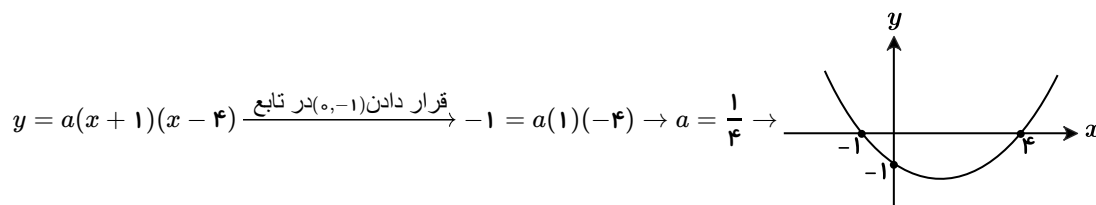
درسنامه:

اگر صفرهای تابع درجه دومی $x = \beta$ و $x = \alpha$ باشد، معادله آن به صورت $y = a(x - \alpha)(x - \beta)$ خواهد بود. دلیل قرار دادن پارامتر a در تابع این است که تابع درجه دوم بی‌شماری می‌توانند ریشه‌های $x = \beta$ و $x = \alpha$ داشته باشند.



برای پیدا کردن پارامتر a کافی است نقطه‌ای به غیر از صفرهای تابع را در تابع قرار دهیم و ضابطه تابع را کامل کنیم.

مثال: $f(x) = ?$

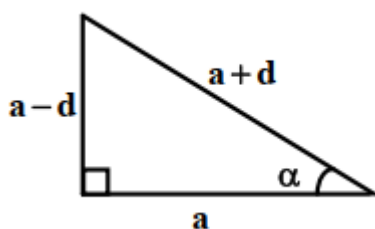


$$y = a(x + 1)(x - 4) \xrightarrow{\text{قرار دادن } (0, -1) \text{ در تابع}} -1 = a(1)(-4) \rightarrow a = \frac{1}{4} \rightarrow$$

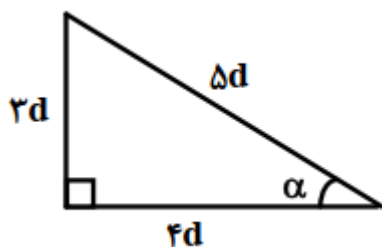
$$y = \frac{1}{4}(x + 1)(x - 4) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{4}x - 1 \rightarrow f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{4}x - 1$$

گزینه ۲ ۵

با توجه به اطلاعات مسئله مثلث قائم‌الزاویه به صورت زیر تعریف می‌کنیم:



$$\xrightarrow{\text{رابطه فیثاغورس}} (a + d)^2 = a^2 + (a - d)^2 \rightarrow \cancel{a^2} + 2ad + \cancel{d^2} = \cancel{a^2} + a^2 - 2ad + \cancel{d^2} \rightarrow 4ad = a^2 \rightarrow 4d = a$$



$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{3d}{5d} = \frac{3}{5} \\ \cos \alpha &= \frac{4d}{5d} = \frac{4}{5} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} S = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5} \\ P = \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{25} \end{cases}$$

$$\rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \rightarrow x^2 - \frac{7}{5}x + \frac{12}{25} = 0 \xrightarrow{\times 25} 25x^2 - 35x + 12 = 0$$

گزینه ۴ مختصات نقطه M وسط AB را می‌یابیم: ۶

$$A(-1, 5), B(3, -1) \Rightarrow M\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{5-1}{2}\right) \Rightarrow M(1, 2)$$

معادله خط گذرنده از نقاط C و D را به دست می آوریم:

$$C(0, 4), D(-1, 1) \Rightarrow m_{CD} = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{1-4}{-1-0} = 3$$

$$y - 4 = 3(x - 0) \Rightarrow 3x - y + 4 = 0$$

فاصله نقطه M از خط فوق را محاسبه می کنیم:

$$\frac{|3 \times 1 - 2 + 4|}{\sqrt{9+1}} = \frac{|3-2+4|}{\sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{10} = \frac{1}{2}\sqrt{10}$$

۷ گزینه ۳

$$g(f(x)) = \frac{3x+1}{2x-1} \rightarrow g^{-1}\left(\frac{3x+1}{2x-1}\right) = f(x)$$

$$f^{-1}\left(g^{-1}\left(\frac{3x+1}{2x-1}\right)\right) = x$$

چون $f^{-1}(3)$ مدنظر سؤال است، پس داریم:

$$g^{-1}\left(\frac{3x+1}{2x-1}\right) = 3$$

$$g^{-1}(x) = 3 \Rightarrow x - \sqrt{3x+1} = 3 \rightarrow x - 3 = \sqrt{3x+1} \xrightarrow[\text{می‌رسانیم}]{\text{به توان ۲}} x^2 - 6x + 9 = 3x + 1$$

$$x^2 - 9x + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ غلط} \\ x = 8 \text{ قف} \end{cases} \Rightarrow \frac{3x+1}{2x-1} = 8 \rightarrow 3x+1 = 16x-8 \rightarrow 9 = 13x \Rightarrow x = \frac{9}{13}$$

درسنامه سوال:

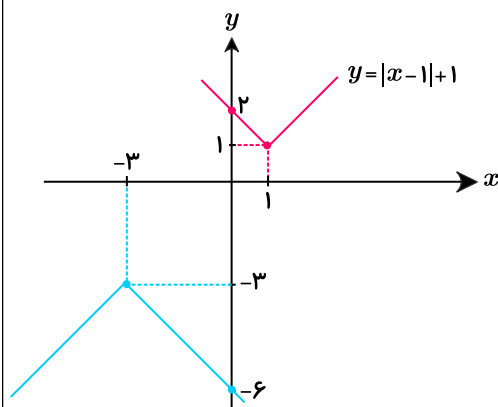
چون وارون تابع f که f^{-1} می باشد نسبت به خط $y = x$ قرینه می باشد

$$\left| \begin{matrix} A \\ B \end{matrix} \right| \in f \Leftrightarrow \left| \begin{matrix} B \\ A \end{matrix} \right| \in f^{-1}$$

۸ گزینه ۲

$$y = |x-1| + 1 \xrightarrow[x \rightarrow x+4]{\text{واحد چپ ۴}} y = |x+3| + 1 \xrightarrow[x+2]{\text{واحد بالا ۲ کل}} y = |x+3| + 3 \xrightarrow[\times(-1)]{\text{قرینه به } x \text{ ها}} y = -|x+3| - 3$$

حال نمودارهای دو تابع $y = |x-1| + 1$ و $y = -|x+3| - 3$ را رسم می کنیم:



از روی نمودارهای رسم شده واضح است که نسبت به نقطه $\left| \begin{matrix} -3+1 \\ 2 \end{matrix} \right| = -1$ قرینه هم اند.

$$\left| \begin{matrix} -3+1 \\ 2 \end{matrix} \right| = -1$$

۹ گزینه ۲

$$\log_{\sqrt{r}} x^{\sqrt{r}-3x^{\sqrt{r}}-17x+3} - \log_{\sqrt{r}} x^{\sqrt{r}+3} = 3 \rightarrow \log_{\sqrt{r}} \frac{x^{\sqrt{r}-3x^{\sqrt{r}}-17x+3}}{x^{\sqrt{r}+3}} = 3$$

$$x^{\sqrt{r}-3x^{\sqrt{r}}-17x+3} = (x+3)(x^{\sqrt{r}}-6x+1) \rightarrow \log_{\sqrt{r}} \frac{(x+3)(x^{\sqrt{r}}-6x+1)}{x^{\sqrt{r}+3}} = 3$$

$$\log_{\sqrt{r}} x^{\sqrt{r}-6x+1} = 3 \rightarrow x^{\sqrt{r}} - 6x + 1 = 8 \rightarrow x^{\sqrt{r}} - 6x - 7 = 0$$

$$(x-7)(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 7 \rightarrow \log_{\sqrt{r}} \sqrt{32} = \log_{\sqrt{r}} \frac{5}{2} = \frac{5}{2} = 2/5 \\ x = -1 \rightarrow x \text{ زیر رادیکال منفی می‌شود} \end{cases}$$

۱۰ گزینه ۱

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{4 - (\frac{1}{x} - 2)^2}{8 - (\frac{1}{x} - 2)^3} \cdot \frac{1}{x} = \lim_{t \rightarrow -2} \frac{4 - t^2}{8 + t^3} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(2-t)(2+t)}{(2+t)(t^2-2t+4)} = \frac{4}{4+4+4} = \frac{1}{3}$$

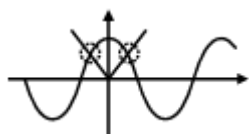
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - 2 = t \\ x \rightarrow +\infty \Rightarrow t \rightarrow -2 \end{cases}$$

درسنامه سوال:

در محاسبه برخی از حدها می‌توان از روش تغییر متغیر مناسب آن را به یک حد ساده‌تر تبدیل کرد. دقت داشته باشید روش مشخصی برای تعیین متغیر جدید وجود ندارد و بستگی به نوع سؤال آن را معلوم می‌کنیم و متغیر جدید از رابطه $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t+a)$ معرفی می‌شود.

۱۱ گزینه ۳ مجانب‌های قائم را به دست می‌آوریم:

$$f \text{ مجانب قائم } : |x| - \cos x = 0 \rightarrow \cos x = |x|$$

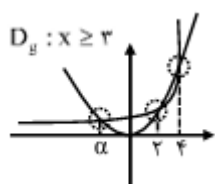


به روش هندسی تعداد جواب‌های معادله را می‌یابیم:

دو جواب دارد پس تابع f دو مجانب قائم دارد.

$$g \text{ مجانب قائم } : 2^x - x^2 = 0 \rightarrow 2^x = x^2$$

به روش هندسی تعداد جواب‌ها را می‌یابیم:



با توجه به دامنه تابع g ؛ تابع g فقط یک مجانب قائم دارد.

۱۲ گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow \log_2^+} \frac{9^x + 2(3^{x+1}) - 16}{9^x - 4} = \frac{0}{0} \text{ مبهم}$$

$$\lim_{x \rightarrow \log_2^+} \frac{(3^x)^2 + 6(3^x) - 16}{(3^x)^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow \log_2^+} \frac{(3^x + 8)(3^x - 2)}{(3^x - 2)(3^x + 2)} = \lim_{x \rightarrow \log_2^+} \frac{3^x + 8}{3^x + 2} = \frac{3^{\log_2^+} + 8}{3^{\log_2^+} + 2} = \frac{2 + 8}{2 + 2} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

درسنامه سوال:

۱۳ گزینه ۱ برای اینکه تابع f در نقطه‌ای به طول ۲ بر محور x مماس باشد، باید $f(2) = 0$ و $f'(2) = 0$ شود؛ بنابراین داریم:

$$f(x) = x^3 + ax - b \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + a$$

$$\begin{cases} f(2) = 0 \Rightarrow 8 + 2a - b = 0 \\ f'(2) = 0 \Rightarrow 12 + a = 0 \Rightarrow a = -12 \end{cases} \Rightarrow b = -16$$

$$\Rightarrow b - a = -4$$

۱۴ گزینه ۱

$$f'(x) = \frac{-\cos x(1 + \sin x) - \cos x(1 - \sin x)}{(1 + \sin x)^2} = \frac{-\cos x - \cancel{\cos x \sin x} - \cos x + \cancel{\cos x \sin x}}{(1 + \sin x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-2 \cos x}{(1 + \sin x)^2}$$

$$f''(x) = \frac{2 \sin x(1 + \sin x)^2 - 2(1 + \sin x) \cos x(-2 \cos x)}{(1 + \sin x)^4}$$

$$\xrightarrow{x=0} f''(0) = 2$$

۱۵ گزینه ۲

$$f(x) - 2g(x) = \frac{|2x - 4|}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{2|x - 2| + 2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$= \frac{2|x - 2| - 2|x - 2| - 2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{-2\sqrt{3x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{-2\sqrt{3}\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}} = -2\sqrt{3}x^{-\frac{1}{6}}$$

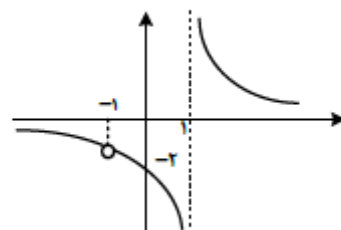
$$f'(x) - 2g'(x) = -2\sqrt{3} \times -\frac{1}{6}x^{-\frac{7}{6}} = \frac{\sqrt{3}}{3}x^{-\frac{7}{6}}$$

$$f'(1) - 2g'(1) = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۱۶ گزینه ۳ ابتدا ضابطه تابع f را ساده می‌کنیم.

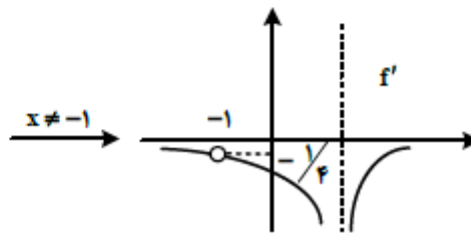
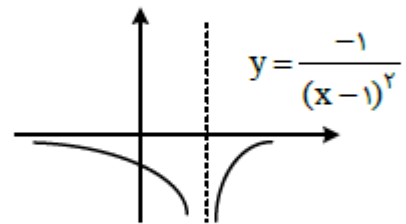
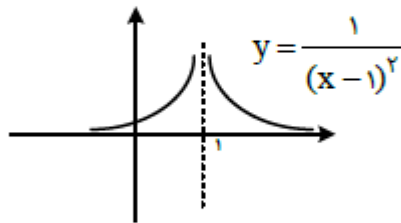
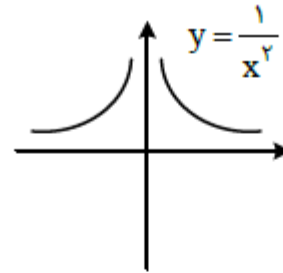
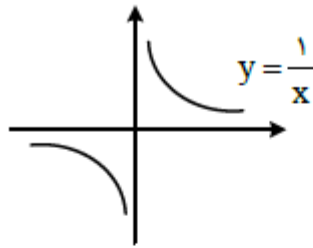
$$f(x) = \frac{x + 1}{(x - 1)(x + 1)} \rightarrow f(x) = \frac{1}{x - 1}; x \neq -1$$

با کمک انتقال تابع $f(x)$ را رسم می‌کنیم:



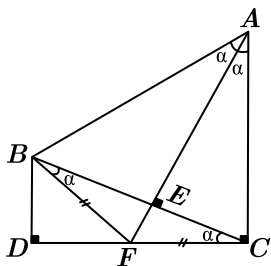
تابع f در بازه‌های $(-\infty, -1)$ و $(-1, 1)$ و $(1, +\infty)$ اکیداً نزولی است.

$$f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2}; x \neq 1$$



تابع f' نیز در بازه‌های $(-\infty, -1)$ و $(-1, 1)$ اکیداً نزولی هستند. هر دو تابع f و f' در بازه $(-1, 1)$ و $(-\infty, -1)$ اکیداً نزولی هستند.

۱۷ گزینه ۳



از دو سر BC به یک فاصله است، بنابراین AE عمود منصف BC است. در نتیجه زوایای مشخص شده در شکل با هم برابر بوده و مثلث‌های ABE و BDC متشابه‌اند. می‌دانیم $DC = 2BD$ ، پس $AE = 2BE$. برای محاسبه مساحت ABE کافی است اندازه BE را محاسبه کنیم.

$$BC^2 = BD^2 + CD^2 = 4 + 16 = 20 \rightarrow BC = 2\sqrt{5} \rightarrow BE = \frac{BC}{2} = \sqrt{5}, AE = 2\sqrt{5}$$

$$\rightarrow S_{ABE} = \frac{1}{2} BE \cdot AE = \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = 5$$

۱۸ گزینه ۲

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6} = k = \frac{3}{5} \rightarrow x = 2k, y = 2k, z = 6k$$

$$x + y + z = 2k + 2k + 6k = 10k = 10\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{30}{5} = 6$$

۱۹ گزینه ۳

دقت کنید که گزینه ۱ لوزی است و هر لوزی یک متوازی‌الاضلاع است.

گزینه‌های ۲ و ۴ متوازی‌الاضلاع را مشخص می‌کنند.

گزینه ۳ می‌تواند متوازی‌الاضلاع نباشد مثلاً دوزنقه متساوی‌الساقین که دو ضلع برابر دارد و دو ضلع موازی.

اگر در گزینه ۳ به این صورت بیان می‌شد، متوازی‌الاضلاع مشخص می‌شد: (چهارضلعی که دو ضلع مساوی و موازی دارد) باید دو ضلع مساوی، موازی هم باشند تا متوازی‌الاضلاع باشد.

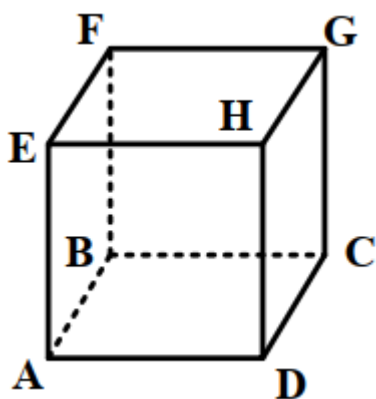
۲۰ گزینه ۴

در مکعب مقابل EF و GH با صفحه $ABCD$ موازی‌اند و با هم موازی‌اند.

EF و FG با صفحه $ABCD$ موازی‌اند و با هم متقاطع‌اند.

AB و FG با صفحه $ABCD$ موازی‌اند و با هم متناظرند.

پس هر ۳ وضعیت را می‌توانند داشته باشند.



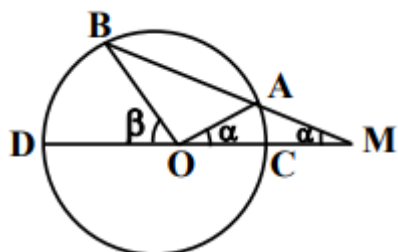
۲۱ گزینه ۱

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{r_a} = \frac{1}{\frac{s}{p}} + \frac{1}{\frac{s}{p-a}} = \frac{p}{s} + \frac{p-a}{s} = \frac{2p-a}{s} = \frac{a+b+c-a}{s} = \frac{b+c}{s} = \frac{\frac{2s}{h_b} + \frac{2s}{h_c}}{s} = \frac{2s(\frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c})}{s}$$

$$= 2(\frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}) = 2(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$$

۲۲ گزینه ۱

از A به O وصل می‌کنیم.



$$MA = OA = R \rightarrow \hat{AMO} = \hat{OM}A = \alpha$$

زیرا اندازه زاویه مرکزی با اندازه کمان روبه‌رو به آن برابر

$$\rightarrow \widehat{AC} = \alpha$$

$$\hat{BOD} = \beta \rightarrow \widehat{BD} = \beta$$

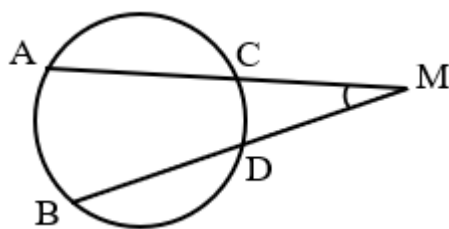
$$\hat{M} = \frac{\widehat{BD} - \widehat{AC}}{2} \rightarrow \alpha = \frac{\beta - \alpha}{2} \rightarrow 2\alpha = \beta - \alpha \Rightarrow \beta = 3\alpha$$

$$\widehat{BD} + \widehat{AB} + \widehat{AC} = 3\alpha + 100^\circ + \alpha = 180^\circ \rightarrow \alpha = 20^\circ$$

درسنامه:

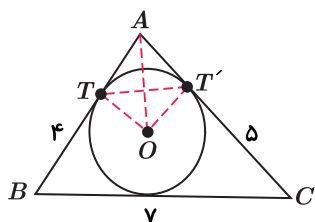
(۱) اندازه هر زاویه مرکزی برابر است با اندازه کمان روبه‌روی آن

$$\hat{M} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2} \quad (۲)$$



۲۳ گزینه ۲ بازتاب مرکزی و انتقال و دوران و بازتاب محوری همگی ایزومتري اند. دوران و بازتاب محوری لزوماً شیب خط را حفظ نمی کنند.

۲۴ گزینه ۲



ΔABC قضیه کسینوس ها در $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$

$$\Rightarrow 7^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \times 4 \times 5 \times \cos \hat{A} \Rightarrow \cos \hat{A} = -\frac{1}{5}$$

$$p = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{4 + 5 + 7}{2} = 8$$

$$AT = AT' = p - a = 8 - 7 = 1$$

$\Delta ATT'$ قضیه کسینوس ها در $TT'^2 = AT^2 + AT'^2 - 2AT \times AT' \times \cos \hat{A}$

$$\Rightarrow TT'^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \times 1 \times 1 \times \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{12}{5} \Rightarrow TT' = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2}{5}\sqrt{15} = 0,4\sqrt{15}$$

۲۵ گزینه ۴

$$\text{محیط} = 2P = 7 + 9 + 12 = 28 \rightarrow P = 14$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$= \sqrt{14(14-12)(14-9)(14-7)}$$

$$= \sqrt{14 \times 2 \times 5 \times 7} = 14\sqrt{5}$$

$$\rightarrow S = \frac{bh}{2} \rightarrow 14\sqrt{5} = \frac{bh}{2} \rightarrow b = 4\sqrt{5}$$

۲۶ گزینه ۱ رابطه ماتریسی داده شده را از سمت چپ در وارون $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ضرب می کنیم:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{2 \times 1 - 3 \times 1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{ضرب از سمت چپ}} \begin{bmatrix} a & 2 \\ b & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & c \\ 0 & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -c+d \\ 3 & 3c-2d \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}, \begin{cases} -c+d = 2 \\ 3c-2d = -1 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل}} \begin{cases} c = 3 \\ d = 5 \end{cases}$$

وارون ماتریس موردنظر به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{-5 - 3 \times 3} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \frac{-1}{14} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{مجموع درایه ها}} \frac{-1}{14} (5 - 3 - 3 - 1) = \frac{1}{7}$$

۲۷ گزینه ۳

$$B^2 = 2I \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & \sqrt{2}b & 0 \\ c & 0 & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & \sqrt{2}b & 0 \\ c & 0 & d \end{bmatrix} = 2 \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1+ac & 0 & a+ad \\ 0 & 2b^2 & 0 \\ c+cd & 0 & ac+d^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} c+cd=0 &\Rightarrow c(1+d)=0 \Rightarrow c=0 \text{ یا } d=-1 \\ 1+ac=2 &\Rightarrow ac=1 \Rightarrow c \neq 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow d=-1$$

$$2b^2 = 2 \Rightarrow b^2 = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

$$|A| = 2 \Rightarrow \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 2 \Rightarrow ad - bc = 2 \xrightarrow{d=-1} -a - bc = 2 \Rightarrow a + bc = -2$$

$$\xrightarrow{b=-1} \left. \begin{aligned} a-c &= -2 \\ ac &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{در مجموعه اعداد صحیح فاقد جواب است}$$

$$\xrightarrow{b=1} \left. \begin{aligned} a+c &= -2 \\ ac &= 1 \end{aligned} \right\} \xrightarrow[\substack{a \in \mathbb{Z} \\ c \in \mathbb{Z}}]{a=c} a=c=-1$$

جمع بندی: $b=1$ و $a=c=d=-1$

$$B^3 = B^2 \times B = 2I \times B = 2B = 2 \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 2\sqrt{2} & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B^3 = \text{حاصل ضرب درایه های غیر صفر ماتریس} = 2 \times (-2) \times (2\sqrt{2}) \times (-2) \times (-2) = -32\sqrt{2}$$

۲۸ گزینه ۲

$$B = A - 2I = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B^2 = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} = 3B \Rightarrow B^5 = 3^4 B$$

$$= \begin{bmatrix} 3^4 & 3^4 & 3^4 \\ 3^4 & 3^4 & 3^4 \\ 3^4 & 3^4 & 3^4 \end{bmatrix} \quad \text{مجموعه درایه ها} = 9 \times 3^4 = 3^6$$

$$B^2 = 3B \rightarrow B^5 = 3^4 B \quad \text{روش تستی}$$

درسنامه سوال:

در محاسبه توان های بزرگ یک ماتریس، چند توان اولیه را حساب کنید تا به عبارتی برسید که قابل جاگذاری باشد. مثلاً توان دوم یا سوم kA ، I ، kI ، 0 ، سپس توان بزرگ را جاگذاری کنید.

نکته:

$$A^2 = kA \rightarrow A^n = k^{n-1} A \quad (n \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{R})$$

نکته:

$$A^2 = I \rightarrow \begin{cases} A^n = I & n = 2k \in \mathbb{N} \\ A^n = A & n = 2k+1 \in \mathbb{N} \end{cases}$$

نکته:

$$\frac{A^m}{A^n} = \frac{0}{0} \quad m, n \in \mathbb{N}, n \geq m$$

۲۹ گزینه ۴ فرض کنیم معادله دایره به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ بشد، در این صورت خواهیم داشت:

$$\left. \begin{aligned} A(-1, 0) &\rightarrow 1 + 0 - a + 0 + c = 0 \rightarrow a - c = 1 \\ B(3, 0) &\rightarrow 9 + 3a + 0 + c = 0 \rightarrow 3a + c = -9 \end{aligned} \right\} \rightarrow a = -2, c = -3$$

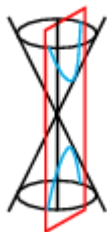
$$C(0, -3) \rightarrow 0 + 9 - 3b + c = 0 \rightarrow 9 - 3b - 3 = 0 \rightarrow b = 0$$

معادله دایره به صورت $x^2 + y^2 - 2ax + 2y - 3 = 0$ است و اندازه شعاع برابر است با:

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{(-2)^2 + 2^2 - 4(-3)} = \sqrt{5}$$

$$L = \frac{72}{360} \times 2\pi \times \sqrt{5} = 0.4\sqrt{5}\pi$$

۳۰ گزینه ۳ فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی در این حالت، هذلولی است.



۳۱ گزینه ۴

۳۲ گزینه ۴ روش اول:

$$\begin{aligned} \sim p \iff q &\equiv (\sim p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \sim p) \\ &\equiv (p \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim p) \\ &\equiv [p \wedge (\sim q \vee \sim p)] \vee [q \wedge (\sim q \vee \sim p)] \\ &\equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p) \\ &\equiv \sim [\sim (p \wedge \sim q) \wedge \sim (q \wedge \sim p)] \\ &\equiv \sim [(\sim p \vee q) \wedge (\sim \sim p \wedge q)] \end{aligned}$$

روش دوم:

می‌توان $p \iff q$ را در جبر مجموعه‌ها با $A \Delta B$ معادل گرفته و از نمودار ون استفاده کرد.

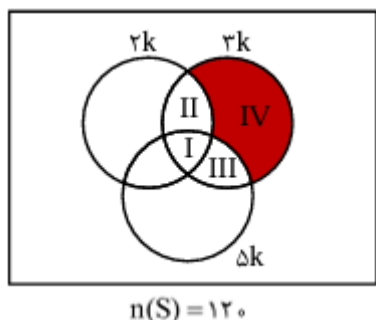
روش سوم:

اتحاد منطقی مفیدی که می‌توان در این مورد به کار برد $p \iff q \equiv \sim (p \iff q)$ است. با بازنویسی عبارت داخل پرانتز در $\sim (p \iff q)$ می‌توان به نتیجه فوق‌الذکر رسید.

۳۳ با توجه به اینکه سکه را ۳ بار پرتاب کرده‌ایم، حداکثر ۳ بار ممکن است رو بیاید؛ پس عدد روی تاس قطعاً (۱) است. احتمال این رخداد برابر است با این که تاس عددگزینه ۳ (۱) و سکه هر ۳ بار «رو» آمده باشد:

$$\underbrace{\frac{1}{6}}_{\text{آمدن تاس}} \times \left(\underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{رو آمدن یک سکه}} \right)^3 = \frac{1}{48}$$

۳۴ گزینه ۴ برای حل سؤال بهتر است از نمودار ون استفاده کنیم و باید تعداد عضو در قسمت رنگ‌شده را پیدا کنیم. بنابراین به‌ترتیب از قسمت (I) شروع به پر کردن نمودار می‌کنیم:



$$(I) \left[\frac{120}{[2, 3, 5]} \right] = \left[\frac{120}{30} \right] = 4$$

$$(II) \left[\frac{120}{6} \right] - 4 = 20 - 4 = 16$$

$$(III) \left[\frac{120}{15} \right] - 4 = 8 - 4 = 4$$

$$(IV) \left[\frac{120}{3} \right] - (4 + 16 + 4) = 40 - 24 = 16 \Rightarrow p(A) = \frac{16}{120} = \frac{2}{15}$$

۳۵ گزینه ۲ می‌دانیم مجموع انحراف از میانگین‌ها همیشه صفر است چون مجموع اعداد داده شده برابر ۱۵ - است، پس اگر همه اعداد داده شده را ۳ واحد به راست شیفت بدهیم

انحراف از میانگین‌ها به دست می‌آید:

$$۷, -۴, -۳, -۲, ۲$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{۷^2 + (-۴)^2 + (-۳)^2 + (-۲)^2 + (۲)^2}{۵} = \frac{۸۲}{۵} = ۱۶٫۴$$

البته اگر واریانس پنج داده مسئله را هم به دست آورید، برابر با همین عدد می‌شود؛ چون اگر به هر داده‌ای y واحد اضافه کنید واریانس تغییر نمی‌کند.

۳۶ گزینه ۱

$$۸x^2 + xy + 3x - y = 0$$

$$\Rightarrow 8x^2 + 3x = y - xy = y(1 - x) \Rightarrow y = \frac{8x^2 + 3x}{1 - x}$$

$$y \in \mathbb{Z} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1 - x | 8x^2 + 3x \\ 1 - x | 8(1 - x^2) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 1 - x | 3x + 8 \\ 1 - x | 3(1 - x) \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow 1 - x | 11 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2 & \checkmark \\ x - 1 = 11 \Rightarrow x = 12 & \checkmark \\ x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0 & \checkmark \\ x - 1 = -11 \Rightarrow x = -10 & \checkmark \end{array} \right.$$

۳۷ گزینه ۲

$$\sum_{i=1}^p d(v_i) = 2q \rightarrow \delta^2 + \Delta^2 = 74$$

سمت چپ معادله اخیر، مجموع دو مربع کامل است یعنی عدد ۷۴ را باید به صورت جمع دو مربع کامل بنویسیم:

$$\delta^2 + \Delta^2 = 74 = 25 + 49 \rightarrow \delta = 5 \text{ و } \Delta = 7 \rightarrow p = 12$$

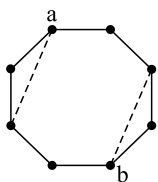
$$q + q' = \binom{p}{2} \rightarrow 37 + q' = \binom{12}{2} = 66 \rightarrow q' = 29$$

درسنامه سوال:

۱) در هر گراف، مجموع درجات رئوس، عددی زوج است. این عدد ۲ برابر تعداد یال‌های گراف است بنابراین تعداد رئوس فرد هر گراف عددی زوج است.

$$۲) \text{ اگر } \bar{G} \text{ با } q' \text{ یال، مکمل گراف } p \text{ راسی } G \text{ با } q \text{ یال باشد آنگاه: } q + q' = \binom{p}{2}$$

۳۸ گزینه ۲



همانطور که در شکل مشاهده می‌شود افزودن دو یال کافی است تا $\{a, b\}$ مجموعه احاطه‌گر مینیمم شود.

۳۹ گزینه ۳

طرفین معادله را بر y تقسیم می‌کنیم:

$$x + y + z = \frac{14}{y}$$

حال به y عدد می‌دهیم و دقت کنید که تعداد جواب‌های طبیعی را به دست می‌آوریم:

$$(۱ \ y = 1 \rightarrow x + z = 13 \rightarrow \binom{13-1}{2-1} = 12)$$

$$(۲ \ y = 2 \rightarrow x + z = 5 \rightarrow \binom{5-1}{2-1} = 4)$$

بنابراین در کل معادله $N = 12 + 4 = 16$ جواب طبیعی دارد.

۴۰ گزینه ۳ اگر در هر فصل ۴ نفر به دنیا آمده باشند نمی‌توانیم مطمئن باشیم، ۳ نفر هم جنسیت در آن فصل متولد شده‌اند. مثلاً ۲ مرد و ۲ زن که همه در بهار به دنیا آمده‌اند ولی با ورود نفر پنجم حتماً چنین شرایطی محقق خواهد شد. پس اگر در هر فصل ۴ نفر جمع شده باشند در کل ۱۶ نفر داریم و اطمینان نداریم که شرایط سؤال اتفاق افتاده باشد ولی نفر هفدهم که وارد شود حداقل در یک فصل ۵ نفر به دنیا آمده‌اند و در بین آنها ۳ نفر هم جنسیت حضور دارد.

خلاصه:

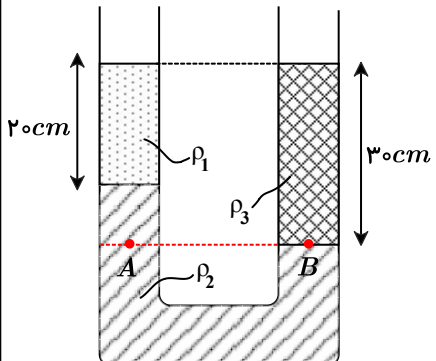
$$? = (4 \times 2 \times (3 - 1)) + 1 = 17$$

پاسخنامه تشریحی

۴۱ گزینه ۱ یکای جرم در SI کیلوگرم (kg) است.

$$0.911 \times 10^{-12} \text{ pg} = 0.911 \times 10^{-12} \text{ pg} \times \frac{10^{-12} \text{ g}}{1 \text{ pg}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

۴۲ گزینه ۴



$$P_A = P_B$$

$$P_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = P_0 + \rho_3 g h_3$$

$$\Rightarrow \rho_1 20 + \rho_2 10 = \rho_3 30$$

$$\frac{\rho_2 = 2\rho_1}{\Rightarrow 2\rho_1 + 1 \times 2\rho_1 = \rho_3 \times 3}$$

$$\Rightarrow 4\rho_1 = 3\rho_3 \Rightarrow \frac{\rho_3}{\rho_1} = \frac{4}{3}$$

۴۳ گزینه ۱ مایع با چگالی بیشتر، مایعی است که پایین تر قرار گرفته. فشار در ته ظرف:

$$P = P_0 + P_1 + P_2 = P_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2, \quad h_1 + h_2 = 1 \text{ m}$$

$$\Rightarrow h_2 = 1 - h_1$$

$$1.3 \times 10^5 = 10^5 + 5 \times 10^3 \times 10 \times h_1 + 10^3 \times 10 \times (1 - h_1) \Rightarrow h_1 = 0.5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

۴۴ گزینه ۳

$$K_{\text{پدر}} = \frac{1}{2} K_{\text{پسر}} \rightarrow \frac{1}{2} \times 2m \times v_{\text{پدر}}^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times m \times v_{\text{پسر}}^2 \rightarrow v_{\text{پسر}} = 2v_{\text{پدر}}$$

$$K'_{\text{پدر}} = K'_{\text{پسر}} \rightarrow \frac{1}{2} \times 2m \times (v_{\text{پدر}} + 2)^2 = \frac{1}{2} \times m \times (2v_{\text{پدر}})^2$$

$$\rightarrow \sqrt{2}(v_{\text{پدر}} + 2) = 2v_{\text{پدر}} \rightarrow v_{\text{پدر}} + 2 = \sqrt{2}v_{\text{پدر}} \rightarrow v_{\text{پدر}}(\sqrt{2} - 1) = 2$$

$$\rightarrow v_{\text{پدر}} = \frac{2}{\sqrt{2} - 1} \times \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} = 2\sqrt{2} + 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۴۵ گزینه ۳

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} \rightarrow m = \frac{P \times \Delta t}{gh} = \frac{4 \times 746 \times 3.75 \times 60}{10 \times 90} = 746 \text{ kg}$$

جرم بالای: $746 - 500 = 246 \text{ kg}$

۴۶ گزینه ۳

$$\Delta A = A_1 2\alpha \Delta \theta$$

$$A_1 = \frac{\pi D^2}{4} \xrightarrow{D=2 \text{ cm}=20 \text{ mm}} A_1 = \frac{3 \times (20)^2}{4} = 300 \text{ mm}^2$$

$$\Delta A = 300 \times 2 \times 2 \times 10^{-5} \times 150 = 1.8 \text{ mm}^2$$

۴۷ گزینه ۴ ابتدا کل گرمای تولید شده توسط گرمکن را محاسبه می کنیم:

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q_{\text{گرمکن}} = P \times t \Rightarrow Q_{\text{گرمکن}} = 4/2 \times 10^3 \times 22 \times 60 \Rightarrow Q_{\text{گرمکن}} = 5544 \times 10^3 \text{ J}$$

$$Q_{\text{گرمکن}} = Q_{\text{بخار آب ۱۰۰ به ۱۰۰ آب}} + Q_{\text{آب ۱۰۰ به آب صفر}} + Q_{\text{آب صفر به یخ}}$$

جرم یخ موجود در مخلوط را m' فرض می کنیم:

$$5544 \times 10^3 = m' \times 336000 + 2 \times 4200 \times (100 - 0) + 2 \times 2268 \times 10^3 \Rightarrow m' = 0.5 \text{ kg}$$

(لازم به ذکر است قبل از ضرب اعداد طرفین رابطه بالا به ۴۲۰۰ بخش پذیر است و محاسبه آسان تر می شود.)

۴۸ گزینه ۲

$$\Delta U = Q + W = -800 + 450 = -350 J$$

علامت منفی نشان دهنده کاهش است.

دقت کنید به دلیل تراکم، $W_{محیط} > 0$ است و در فرایند هم فشار، گاز در حین تراکم، گرما از دست می دهد یعنی $Q < 0$ است.

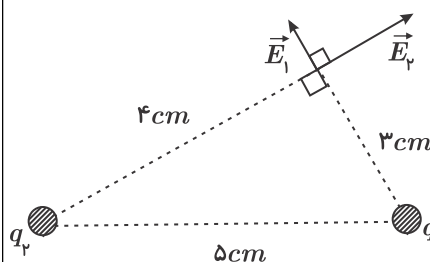
۴۹ گزینه ۱

$$\text{همدما: } T_A = T_C \Rightarrow U_A = U_C \Rightarrow \Delta U_{ABC} = U_C - U_A = 0$$

$$Q_{ABC} + W_{ABC} = 0 \Rightarrow Q_{ABC} = -W_{ABC} \Rightarrow |Q_{ABC}| = |W_{ABC}|$$

۵۰ گزینه ۳ در مرحله های ضربه مکش، ضربه تراکم، ضربه قدرت و ضربه خروج گاز، پیستون حرکت می کند.

۵۱ گزینه ۲



$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-8}}{9 \times 10^{-4}} = 3 \times 10^5 \frac{N}{C} \\ E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 1.6 \times 10^{-7}}{16 \times 10^{-4}} = 9 \times 10^5 \frac{N}{C} \end{cases}$$

$$E_t = \sqrt{(3 \times 10^5)^2 + (9 \times 10^5)^2} = 3\sqrt{10} \times 10^5 N$$

۵۲ گزینه ۴

اولاً: ۱۲/۵ درصد یعنی $\frac{12.5}{100}$ یا به عبارتی برابر $\frac{1}{8}$ می شود.

ثانیاً: بار دو کره همانم است زیرا در ابتدا یکدیگر را دفع می کنند.

$$\text{در حالت دوم} \begin{cases} q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{10 + q_B}{2} & F = \frac{K|q_A||q_B|}{r^2} \\ F' = F + \frac{1}{8}F = \frac{9}{8}F & F' = \frac{K|q'_A||q'_B|}{r^2} \end{cases}$$

$$F' = \frac{9}{8}F \Rightarrow \frac{K|q'_A||q'_B|}{r^2} = \frac{9}{8} \times \frac{K|q_A||q_B|}{r^2} \rightarrow \left(\frac{10 + q_B}{2}\right)^2 = \frac{9}{8} \times 10 \times q_B \Rightarrow$$

$$100 + 20q_B + q_B^2 = 45q_B \Rightarrow q_B^2 - 25q_B + 100 = 0 \Rightarrow q_B = 5 \mu C \text{ یا } 20 \mu C$$

درسنامه:

اگر دو کره رسانای مشابه (هماندازه) روی پایه های عایق قرار داشته باشند و دارای بارهای q_1 و q_2 باشند، پس از تماس آن ها به یکدیگر، بار آن ها برابر q'_1 و q'_2 خواهد شد به طوری که:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

۵۳ گزینه ۲

$$d_2 = d_1 - \frac{75}{100}d_1 = \frac{25}{100}d_1 \Rightarrow d_2 = \frac{1}{4}d_1$$

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{d_1}{\frac{1}{4}d_1} = 4$$

چون دو سر خازن به باتری وصل است، V ثابت می ماند.

$$Q = CV \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} = 4$$

۵۴ گزینه ۲

$$۲۵kWh = ۲۵ \times ۱۰۰۰ \times ۳۶۰۰ = ۹ \times ۱۰^۶ J \times ۱۰^{-۶} = ۹۰MJ$$

۵۵ گزینه ۲ ابتدا طول سیم را پیدا می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow V = \frac{۳۱۴}{۱۰} = ۳۱,۴ \text{ cm}^۳$$

$$V = AL \xrightarrow{A = \pi \frac{d^۲}{۴}} ۳۱,۴ = ۳,۱۴ \times \frac{(۰,۱)^۲}{۴} \times L \rightarrow L = ۴ \times ۱۰^۳ \text{ cm} = ۴۰m$$

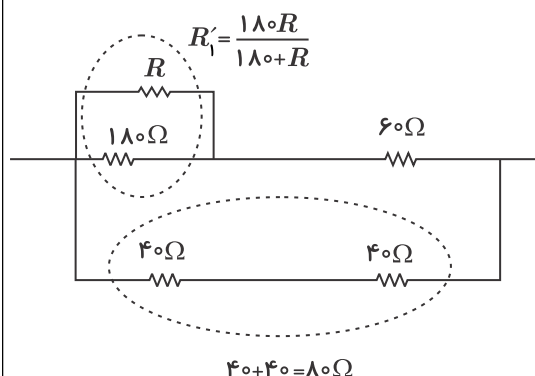
حال مقاومت سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \frac{\rho L}{A} \rightarrow R = \frac{۳,۱۴ \times ۱۰^{-۸} \times ۴۰}{۳,۱۴ \times \frac{(۱۰^{-۲})^۲}{۴}} = ۱۶۰ \times ۱۰^{-۲} = ۱,۶ \Omega$$

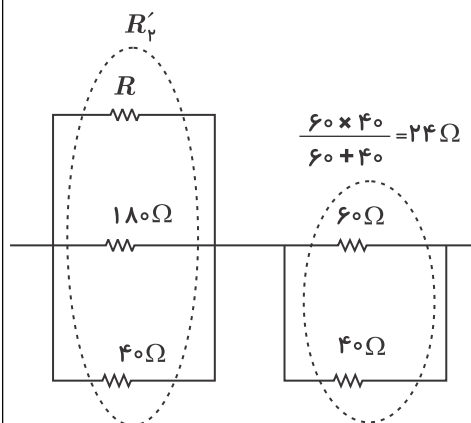
۵۶ گزینه ۳ مقاومت معادل را در هر دو حالت محاسبه می‌کنیم.

حالت اول: کلید باز

$$R_{eq1} = \frac{۸۰ \times (R'_1 + ۶۰)}{۸۰ + R'_1 + ۶۰}$$



حالت دوم: کلید بسته



بهترین (کوتاه‌ترین!) راه، چک کردن گزینه‌ها است. داریم:

$$R_{eq1} = R_{eqr} \rightarrow \text{گزینه ۳: } R = ۹۰ \Omega \rightarrow \begin{cases} R'_1 = \frac{۱۸۰ \times ۹۰}{۱۸۰ + ۹۰} = ۶۰ \Omega \rightarrow R_{eq1} = \frac{۸۰ \times (۶۰ + ۶۰)}{۸۰ + (۶۰ + ۶۰)} = ۴۸ \Omega \\ \frac{1}{R'_r} = \frac{1}{۹۰} + \frac{1}{۱۸۰} + \frac{1}{۴۰} = ۶۰ \rightarrow R'_r = ۲۴ \Omega \rightarrow R_{eqr} = ۲۴ + ۲۴ = ۴۸ \Omega \end{cases}$$

۵۷ گزینه ۴

مقاومت ویژه رساناها با افزایش دما افزایش می‌یابد و مقاومت ویژه نیم‌رساناها با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

رابطه $\frac{V}{I}$ در دمای ثابت، در صورتی نشان‌دهنده قانون اهم است که R ثابت باشد یعنی مستقل از I و V باشد.

رئوستا از سیمی با مقاومت ویژه نسبتاً زیاد ساخته می‌شود.

۵۸ گزینه ۳

نیروی وارد بر هر سیم، ناشی از میدان سیم دیگر است.

$$F = ILB \sin \theta = 3 \times 0.2 \times 200 \times 10^{-4} \times 1 = 1.2 \times 10^{-2} N$$

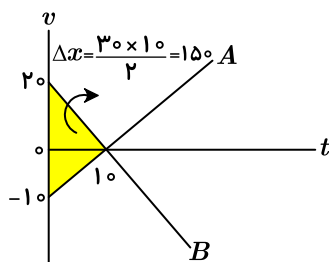
با توجه به اینکه جریان‌ها در خلاف جهت یکدیگرند در نتیجه یکدیگر را دفع می‌کنند.

۵۹ گزینه ۱ با استفاده از قاعده دست راست جهت نیروی وارد بر الکترون در شکل A درست است.

۶۰ گزینه ۴

طبق قانون لنز، در حلقه ۱ و ۳، شار مغناطیسی به ترتیب در حال کاهش و افزایش است؛ در نتیجه جهت میدان القایی در این دو حلقه، به ترتیب هم‌جهت و خلاف جهت با میدان اصلی است. پس با توجه به قانون دست راست در حلقه، جریان القایی در حلقه ۱ پادساعتگرد و در حلقه ۳ ساعتگرد است. در حلقه ۲ در لحظه نشان داده شده شار مغناطیسی ثابت است. پس جریان القایی صفر خواهد بود.

۶۱ گزینه ۲ ابتدا فاصله دو متحرک در لحظه $t = 1.0 s$ را حساب می‌کنیم:



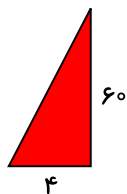
در لحظه $t = 0$ ، هر دو متحرک در مبدأ قرار دارند و تا لحظه $t = 1.0 s$ ، متحرک B به اندازه $150 m$ از A جلو می‌افتد.

از ثانیه ۱۰ به بعد سرعت A مثبت و B منفی می‌شود. بنابراین A و B به هم می‌رسند و سپس A از B جلوتر می‌رود و در لحظه t' ، از B به اندازه $150 m$ جلوتر خواهد بود؛ بنابراین در کل حرکت، دو بار فاصله بین دو متحرک برابر $150 m$ می‌شود.

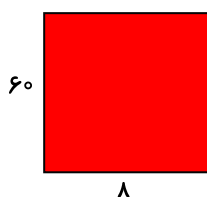
۶۲ گزینه ۲ محاسبه سطح زیر نمودار:

دقت کنید $\frac{1}{60}$ برای تبدیل دقیقه به ساعت ضرب شده است.

از ۰ تا ۴ دقیقه:



$$\frac{60 \times 4}{2} \times \frac{1}{60} = 2 km$$



$$60 \times 8 \times \frac{1}{60} = 8 km$$

از ۴ تا ۱۲ دقیقه:



$$\frac{(30 + 60) \times 1}{2} \times \frac{1}{60} = 0.75 km$$

$$2 + 8 + 0.75 = 10.75 km$$

از ۱۲ تا ۱۳ دقیقه:

۶۳ گزینه ۴ در لحظه رها شدن گلوله سوم، گلوله اول به زمین می‌رسد، بنابراین زمان سقوط گلوله اول برابر است با:

$$t_1 = 2 + 2 = 4 s$$

ارتفاع h را به دست می‌آوریم:

$$|h_1| = \frac{1}{2} g t_1^2 \Rightarrow h_1 = \frac{1}{2} \times 10 \times 4^2 = 80 m$$

در لحظه رسیدن گلوله اول به زمین، از سقوط گلوله دوم، ۲ ثانیه می‌گذرد. در این مدت میزان سقوط آن برابر است با:

$$|\Delta y_2| = \frac{1}{2}gt_2^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 = 20m$$

گلوله دوم، ۲۰m از ارتفاع ۸۰ متری را پایین آمده و اکنون در ارتفاع ۶۰ متری از سطح زمین قرار دارد.

۶۴ گزینه ۲ ابتدا دوره تناوب چرخش میز و سرعت چرخش سکه را حساب می‌کنیم:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow T = \frac{3.14}{3}s$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} \rightarrow \frac{3.14}{3} = \frac{2 \times 3.14 \times 0.1}{v} \rightarrow v = 0.6 \frac{m}{s}$$

نیروی مرکزگرا برابر با نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه است؛ بنابراین داریم:

$$F_C = f_{s_{max}} \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \mu_s mg \rightarrow \frac{(0.6)^2}{0.1} = \mu_s \times 10 \rightarrow \mu_s = 0.36$$

۶۵ گزینه ۳ حالت سکون وزن واقعی را نشان می‌دهد:

$$mg = 8 \Rightarrow m = 0.8kg$$

وقتی جهت شتاب رو به پایین است، داریم:

$$F = m(g - a) \Rightarrow F = 0.8(10 - 2.5) = 0.8 \times 7.5 = 6N$$

۶۶ گزینه ۱

$$35 \frac{\cancel{\text{کوره}}}{\cancel{\text{دقیقه}}} \times \frac{(2\pi) \text{ rad}}{1 \cancel{\text{کوره}}} \times \frac{1 \cancel{\text{دقیقه}}}{60s} = \frac{90\pi}{60} = \frac{3\pi}{2} \frac{\text{rad}}{s}$$

۶۷ گزینه ۳

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 45 - 40 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 0.5$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10}$$

۶۸ گزینه ۲

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow 2.5 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{50}{m}} \Rightarrow 6.25 = \frac{1}{4\pi^2} \times \frac{50}{m} \Rightarrow m = 0.2kg = 200g$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2.5} = 0.4s, \frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{0.4} = 2.5 \Rightarrow \Delta t = 2.5T$$

$$\Delta t = 2T + \frac{T}{2} \Rightarrow \ell = 2 \times 4A + 2A \Rightarrow \ell = 10A$$

$$10 = 10A \Rightarrow A = 1cm$$

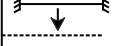
۶۹ گزینه ۴

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{0.8}{0.6} = \frac{4}{3} \xrightarrow{v_1=c} v_2 = \frac{3}{4} \times 3 \times 10^8 = \frac{9}{4} \times 10^8 \frac{m}{s}$$

$$\frac{v_2}{v_3} = \frac{\sin 37^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{0.6}{0.5} = \frac{6}{5} \Rightarrow v_3 = \frac{5}{6} v_2 = \frac{5}{6} \times \frac{9}{4} \times 10^8 = \frac{15}{8} \times 10^8 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_2 - v_3 = \frac{9}{4} \times 10^8 - \frac{15}{8} \times 10^8 = \left(\frac{18}{8} - \frac{15}{8}\right) \times 10^8 = \frac{3}{8} \times 10^8 = 3.75 \times 10^7 \frac{m}{s}$$

۷۰ گزینه ۱

شکل تار	t
	$0, T$
	$\frac{T}{2}, \frac{5T}{4}$
	$\frac{T}{3}, \frac{3T}{2}$
	$\frac{3T}{4}, \frac{7T}{4}$

$$t = \frac{v}{f} = \frac{v}{f} T$$

۷۱ گزینه ۴

الف) شکست هنگامی رخ می‌دهد که اولاً در دو یا سه بُعد موج حرکت کند، ثانیاً پرتو موج عمود بر سطح جدایی دو محیط نتابد.

ب) به دلیل کاهش تندی موج و در نتیجه کاهش طول موج، جبهه‌های موج به هم نزدیک می‌شوند.

پ) بهترین مثال، پاشندگی نور در منشور است.

ت) با افزایش دما، ضریب شکست کاهش می‌یابد.

۷۲ گزینه ۳

- اجسام در هر دمایی، تابش گرمایی گسیل می‌کنند.

- طیف رشته داغ لامپ روشن، طیف پیوسته است.

۷۳ گزینه ۱

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

$$\text{موج بلندترین طول موج} \Rightarrow (6 \rightarrow 5) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_1} = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{6^2} \right) \Rightarrow \lambda_1 = \frac{25 \times 36}{11 \times R}$$

$$\text{موج کوتاه‌ترین طول موج} \Rightarrow (\infty \rightarrow 5) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_2} = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_2 = \frac{25}{R}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{36}{11}$$

۷۴ گزینه ۱ چون α و پوزیترون هر دو بار مثبت دارند، پس طبق قانون دست راست هر دو به چپ منحرف می‌شوند.

۷۵ گزینه ۲ دقت کنیم که در نمودار، محور قائم جرم متلاشی شده است.

$$m = \frac{m_0}{\gamma^n} \Rightarrow (400 - 300) = \frac{400}{\gamma^n} \Rightarrow n = 2 = \frac{30}{T}$$

$$\Rightarrow T = 15h$$

$$400 - 200 = \frac{400}{\gamma^n} \Rightarrow n = 1 = \frac{t'}{15} \Rightarrow t' = 15h (\text{روز})$$

۷۶ گزینه ۱ اعداد اتمی به این صورت هستند:

$$D : 7, X : 16, E : 21, A : 25$$

گزینه ۱) شمار الکترون‌ها با $l = 0$ در اتم D برابر با ۴ است.

گزینه ۲) الکترون ظرفیت اتم A برابر است و مجموع الکترون ظرفیت E و D برابر ۸ است.

$$\text{گزینه ۳) } 8 + 8 + 16 + 9 = 41$$

$$3(l+n) = 3 \times 3 = 9 \Leftarrow 2p \text{ در زیرلایه } D$$

$$4(l+n) = 4 \times 4 = 16 \Leftarrow 3p \text{ در زیرلایه } X$$

$$2(l+n) = 8 \Leftarrow 4s \text{ در زیرلایه } E$$

$$2(l+n) = 2 \times 4 = 8 \Leftarrow 4s \text{ در زیرلایه } A$$

گزینه ۴) E فلز است و توانایی تشکیل مولکول ندارد.

۷۷ گزینه ۲ در عناصر دوره دوم جدول لایه دوم در حال پرشدن است، به طوری که در دو عنصر اول این دوره زیر لایه s پر می‌شود و در ۶ عنصر بعد زیر لایه s پر شده و زیر لایه

p در حال پُر شدن است.

۷۸ گزینه ۴ بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱) در تروپوسفر اصلی‌ترین عامل تشکیل اوزون، N_2 است که طی واکنش‌های متعدد با اکسیژن به اوزون تبدیل می‌شود ولی جزء اصلی تشکیل اوزون برای استراتوسفر همان اکسیژن و اتم آزاد اکسیژن است.

گزینه ۲) می‌تواند خواص شیمیایی متفاوت داشته باشند.

گزینه ۳) خیر، برگشت‌ناپذیر است و از طریق واکنش‌های متوالی N_2 تشکیل می‌شود.

۷۹ گزینه ۳

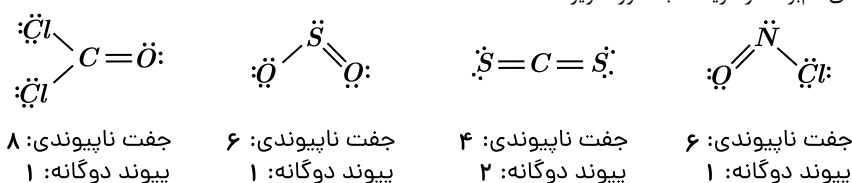
$$NH_3 \rightarrow \text{اتم } 4 \Rightarrow NH_3 \text{ مول } 2, \text{ اتم‌های } 2, 4 \approx 4 \times 0,2 N_A \approx 0,8 N_A \text{ اتم}$$

$$CH_4 \text{ مول } 8, 8 N_A \Rightarrow CH_4 \text{ داریم}$$

$$? g CH_4 = 0,8 mol CH_4 \times \frac{16 g CH_4}{1 mol CH_4} = 12,8 g CH_4$$

حجم ۱ مول گاز در شرایط STP برابر ۲۲,۴ لیتر است $\Rightarrow$ ۱ مول گاز داریم $\Rightarrow$ ۰,۸ مول + ۰,۲ مول = مجموع ۲ گاز

۸۰ گزینه ۱ ساختار لوئیس ترکیب‌های نام‌برده در گزینه‌ها به صورت زیر است:



در نتیجه گزینه ۱ صحیح است.

۸۱ گزینه ۲ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱) در محلول اتانول و آب همیشه آب حلال است.

گزینه ۲)

$$H_2O = 2 \times 1 + 16 = 18 \frac{gr}{mol} = \text{جرم مولی آب}$$

$$C_3H_8O = 3 \times 12 + 8 \times 1 + 16 = 58 \frac{gr}{mol} = \text{جرم مولی استون}$$

$$\frac{x}{18} < \frac{4x}{58} \Leftrightarrow \text{چون مول استون بیشتر است پس حلال است.}$$

اگر جرم مساوی از هر دو اضافه شود چون جرم مولی آب کمتر است پس تعداد مول بیشتری از آب وجود دارد.

گزینه ۳) استون حلال قطبی است و همیشه برای مواد قطبی به عنوان حلال استفاده می‌شود.

گزینه ۴) چگالی آب طبق متن کتاب بیشتر است.

۸۲ گزینه ۱ درصد جرمی در محلول (S معادل انحلال پذیری است):

$$x_{\text{جرمی}} = \frac{S}{S+100} \times 100 \Rightarrow 44,4 = \frac{S}{S+100} \times 100$$

$$44,4\% \simeq \frac{4}{9} = \frac{S}{S+100} \Rightarrow 4S + 400 = 9S$$

$$\Rightarrow 5S = 400 \Rightarrow S = 80$$

در نمودار، نمک $NaNO_3$ در دمای $10^\circ C$ این مقدار انحلال پذیری را دارد.

$$450 g \text{ محلول} \times \frac{80 g \text{ نمک}}{180 g \text{ محلول}} = 200 g \text{ نمک}$$

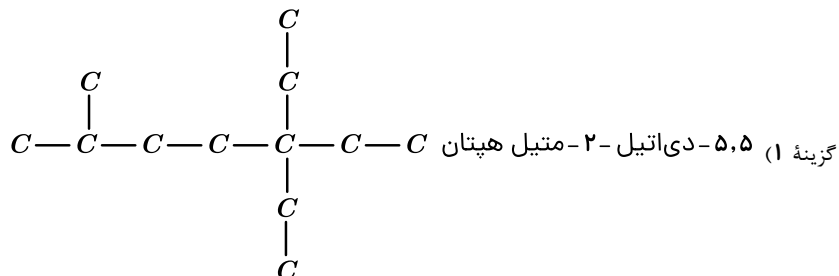
۸۳ گزینه ۳

$$BaSO_4 \text{ جرم مولی} = Ba + S + 4 \times O = 137 + 32 + 4 \times 16 = 233 g \cdot mol^{-1}$$

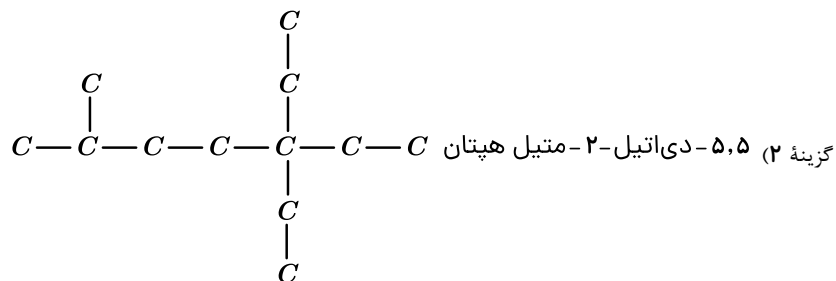
$$13,98g BaSO_4 \times \frac{1mol BaSO_4}{233g BaSO_4} \times \frac{1mol Na_2SO_4}{1mol BaSO_4} \times \frac{3mol \text{ یون}}{1mol Na_2SO_4}$$

$$= 0,18mol \text{ یون}, n = CV \Rightarrow 0,18mol = 0,12 \times V \Rightarrow V = 1,5L = 1500mL$$

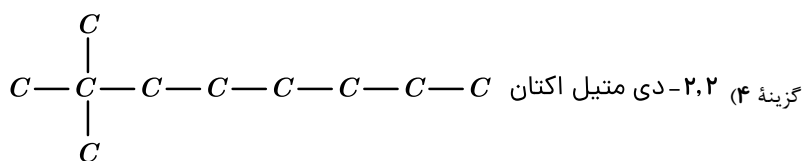
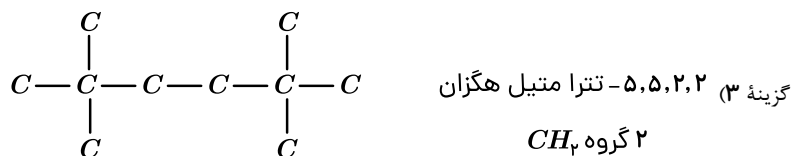
۸۴ گزینه ۳ بررسی همه گزینه‌ها:



۵ گروه CH_3 دارد.



۵ گروه CH_3 دارد.



۵ گروه CH_3 دارد.

۸۵ گزینه ۳ در هر گروه با افزایش شعاع اتمی خصلت نافلزی که معادل تمایل به جذب الکترون‌هاست، کاهش می‌یابد. صورت صحیح گزینه‌های دیگر:

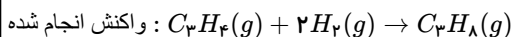
گزینه ۱: در هر دوره با کاهش عدد اتمی، شعاع اتمی و خصلت فلزی افزایش می‌یابد.

گزینه ۲: در هر گروه با کاهش عدد اتمی خصلت نافلزی افزایش می‌یابد اما واکنش‌پذیری بسته به نافلز یا فلز بودن، افزایش یا کاهش می‌یابد.

گزینه ۴: در هر دوره با افزایش شعاع اتمی، تعداد الکترون‌های ظرفیت کاهش می‌یابد و روند واکنش‌پذیری را نمی‌توان مقایسه کرد.

۸۶ گزینه ۲ گاز هیدروژن فقط با ترکیب سیرنشده پروپین واکنش می‌دهد و متان وارد واکنش نمی‌شود.

$$\left. \begin{array}{l} (CH_4 \rightarrow xg) \\ (C_2H_6 \rightarrow yg) \end{array} \right\} \rightarrow x + y = 32g$$



$$(H \text{ جرم}) : \frac{1}{16} \times 32 = 2g \rightarrow yg C_2H_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_6}{40g C_2H_6} \times \frac{4g \text{ جرم}}{1 \text{ mol } C_2H_6} = 2g$$

$$\rightarrow y = \frac{24 \times 4}{16 \times 4} = 24g \rightarrow x = 32 - 24g = 8g CH_4$$

$$\rightarrow y = \frac{8g CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16g CH_4}}{2L} = 0.25 \frac{\text{mol}}{L}$$

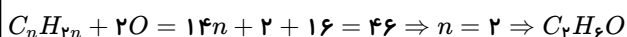
۸۷ گزینه ۳ پاسخ درست گزینه ۳ ← متان - بی‌هوازی

۸۸ گزینه ۱

$$\frac{1360 \text{ kJ}}{340 \text{ kJ}} = 4$$

یعنی $\frac{1}{4}$ مول سوخته شده که جرمش برابر $11.5gr$ بود پس $46g \times 4 = 184g$ جرم مولی ترکیب آلی است.

می‌تواند اتر یا الکل باشد. (دی‌متیل اتر یا اتانول)



۸۹ گزینه ۴ نسبت ظرفیت گرمایی به ظرفیت گرمایی ویژه، برابر جرم ماده است که در هر دو یکسان است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: چون c_M (ظرفیت گرمایی ویژه M) دو برابر c_X (ظرفیت گرمایی ویژه X) است، $\Delta\theta$ برای M نصف $\Delta\theta$ برای X با گرمای یکسان خواهد بود.

$$Q = c_M m \Delta\theta_M = c_X m \Delta\theta_X \Rightarrow \frac{\Delta\theta_M}{\Delta\theta_X} = \frac{c_X}{c_M} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲:

$$\frac{Q_X}{Q_M} = \frac{\Delta\theta_X c_X}{\Delta\theta_M c_M} = 4 \times \frac{c_X}{c_M} = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

گزینه ۳:

$$\frac{Q_M}{Q_X} = \frac{\Delta\theta_M c_M}{\Delta\theta_X c_X} = 1 \times 2 = 2$$

۹۰ گزینه ۲ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) می‌تواند به معنی پایان واکنش باشد و نه تعادل.

(۲) اگر سرعت واکنش برابر با سرعت برای ماده A باشد، ضریب استوکیومتری A برابر ۱ است، و اگر قبل از Δn ، علامت منفی نباشد، A فراورده است.

(۳) هم برای واکنش‌دهنده و هم فراورده با گذر زمان شیب مقدار کمتری پیدا می‌کند.

(۴) برای واکنش‌دهنده‌ها نیز این قضیه صادق است.

۹۱ گزینه ۳ منبع بزرگ پلاستیکی (تانکر) آب مربوط به پلی‌اتن سنگین است.

کولار که نوعی پلی‌آمید ساختگی است در تهیهٔ تایر اتومبیل به کار می‌رود.

۹۲ گزینه ۳ چگالی پلی‌اتیلن سنگین از آب کمتر است.

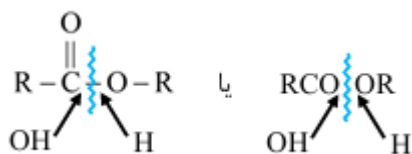
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: این مورد در پلیمرهای تشکیل‌شده از مونومر با پیوند دوگانه یا سه‌گانه کربن - کربن صحیح است و در پلی‌استرها و پلی‌آمیدها نقض می‌شود.

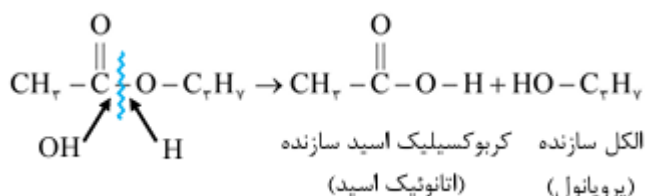
گزینه ۲: نادرست؛ برای مثال در تشکیل پلی‌استرها، پیوند دوگانه کربن - اکسیژن در محصول دست‌نخورده باقی می‌ماند و پلیمر نهایی سیرنشده خواهد بود.

گزینه ۴: یک مولکول آب به ازای هر مونومر در پلی‌استرها و پلی‌آمیدها خارج می‌شود و اتم O را حذف می‌کند.

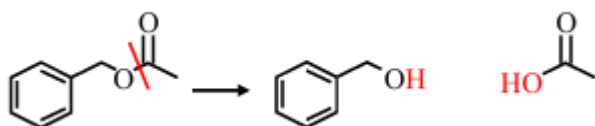
گزینه ۳ نکته: برای تشخیص کربوکسیلیک اسید و الکل سازنده یک استر، ابتدا پیوند یگانه بین عامل کربونیل ($\text{C}=\text{O}$) و اکسیژن را شکسته، سپس به عامل کربونیل، OH اضافه می‌کنیم تا کربوکسیلیک اسید اولیه به دست آید. به همین صورت به اکسیژن، H اضافه می‌کنیم تا الکل اولیه حاصل شود؛ یعنی این‌جوری:



مثال:



این ماده، یک استر است و ساختار الکل و اسید سازنده آن به‌صورت زیر می‌باشد:



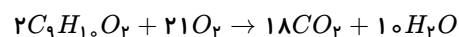
بنابراین، الکل سازنده این استر، یک ترکیب آروماتیک و اسید سازنده آن، اتانویک (استیک) اسید (نه بنزویک اسید که یک نگه‌دارنده مواد غذایی است!) می‌باشد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): فرمول شیمیایی ترکیب موردنظر به‌صورت $\text{C}_9\text{H}_{10}\text{O}_2$ است؛ در نتیجه مجموع شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار آن برابر است با:

$$\frac{(3 \times \text{تعداد اتم‌های N}) + (2 \times \text{تعداد اتم‌های O}) + (1 \times \text{تعداد اتم‌های H}) + (4 \times \text{تعداد اتم‌های C})}{2} = \frac{(9 \times 4) + (10 \times 1) + (2 \times 2)}{2} = 25$$

همچنین در ساختار این ترکیب، ۴ پیوند اشتراکی دوگانه وجود دارد؛ بنابراین شمار پیوندهای اشتراکی یگانه در این ساختار برابر با $25 - 4 = 21$ است.

گزینه (۲): معادله موازنه شده واکنش سوختن کامل ترکیب داده شده به‌صورت زیر است:



بنابراین هر مول از این ترکیب برای سوختن کامل به 10.5 مول یا 336g $\frac{32\text{gO}_2}{1\text{molO}_2} \times 10.5\text{molO}_2$ گاز اکسیژن نیاز دارد.

گزینه (?): حلقه موجود در ویتامین (دی)، برخلاف ترکیب داده شده، بنزنی نیست؛ بنابراین این ترکیب برخلاف ویتامین (دی)، آروماتیک است، همچنین در ساختار ویتامین (ث) گروه‌های عاملی هیدروکسیل و استری وجود دارد.

نکته:

ویتامین	ث	آ	دی	کا
گروه عاملی	استری $1 \times$ + هیدروکسیل $4 \times$	هیدروکسیل $1 \times$	هیدروکسیل $1 \times$	کتونی $2 \times$
فرمول مولکولی	$\text{C}_{60}\text{H}_{80}\text{O}_6$	$\text{C}_{28}\text{H}_{44}\text{O}$	$\text{C}_{28}\text{H}_{44}\text{O}$	$\text{C}_{31}\text{H}_{46}\text{O}_2$
نوع انحلال‌پذیری	محلول در آب	محلول در چربی	محلول در چربی	محلول در چربی
آروماتیک	نیست	نیست	نیست	هست

$$\begin{aligned} \xrightarrow{\alpha=0.1} [H^+] &= [A^-] = 0.1C_0 \quad (C_0 \text{ غلظت اولیه اسید } HA \text{ است}) \\ [HA] &= C_0 - 0.1C_0 = 0.9C_0 \\ \Rightarrow K_a &= \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{0.1C_0 \times 0.1C_0}{0.9C_0} = \frac{0.01}{0.9}C_0 = 10^{-3} \Rightarrow C_0 = 0.9M \end{aligned}$$

حالت دوم:

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= 2\alpha_1 = 2 \times 0.1 = 0.2 \Rightarrow [H^+] = [A^-] = 0.2C'_0 [HA] = C'_0 - 0.2C'_0 = 0.8C'_0 \\ \Rightarrow K_a &= \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{0.2C'_0 \times 0.2C'_0}{0.8C'_0} = \frac{0.04}{0.8}C'_0 = 10^{-3} \Rightarrow C'_0 = 0.2M \\ C_1V_1 &= C_2V_2 \Rightarrow 0.9M \times 250mL = 0.2M \times V_2 \Rightarrow V_2 = 1125mL \\ \Rightarrow \Delta V &= V_2 - V_1 = 1125 - 250 = 875mL \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

۹۵ گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

(۱) گریس در ساختار خود هیدروکسیل ندارد.

(۲) مخلوط آب و روغن و صابون یک کلوئید بوده و نور را پخش می‌کند در حالی که مخلوط اوره و آب یک محلول (همگن) است و نور را عبور می‌دهد.

(۳) پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی هر دو به ازای یک مول، یک مول کاتیون و یک مول آنیون دارند.

(۴) پاک‌کننده‌های غیرصابونی با یون‌های موجود در آب سخت (کلسیم و منیزیم) واکنش نمی‌دهند.

۹۶ گزینه ۴ جرم مولی فرمیک اسید برابر ۴۶ گرم بر مول و جرم مولی استیک اسید ۶۰ گرم بر مول است.

$$\frac{\text{مول فرمیک اسید } (CH_2O_2)}{\text{مول استیک اسید } (C_2H_4O_2)} = \frac{\frac{0.92m}{46}}{\frac{m}{60}} = 0.02 \times 60 = 1.2$$

در حجم ثابت غلظت فرمیک اسید اولیه بیشتر بوده و از آنجایی که فرمیک اسید نسبت به استیک اسید قوی‌تر است، شمار یون‌ها در محلول آن بیشتر خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱- مول آرنيوس در مورد قدرت اسیدی نظری نمی‌دهد.

۲- از آنجایی که HX ضعیف است، غلظت اولیه آن باید بیشتر بوده باشد.

۳- pH کوچک‌تر خواهد بود.

۹۷ گزینه ۲ بررسی گزینه‌ها:

۱- نادرست؛ به غلظت آنها نیز بستگی دارد.

۲- شیشه پاک‌کن محلول بازی ضعیف است پس ذره‌های حل‌شونده به شکل مولکول نیز وجود دارند.

۳- نادرست؛ در غلظت‌های متفاوت محلول آنها pH متفاوتی خواهد داشت.

۴- نادرست؛ محلول غلیظ آمونیاک می‌تواند با یک محلول رقیق‌تر از سدیم هیدروکسید، pH برابری داشته باشد.

۹۸ گزینه ۱ تعداد الکترون‌های زیرلایه $3d$ در X ، با تعداد الکترون‌های زیرلایه $3p$ در Y برابر است.

گزینه ۱: نادرست؛ Y نافلز جامد سفیدرنگ است؛ در نتیجه Y فسفر است و آرایش الکترونی آن در لایه آخر $3s^2 3p^3$ است، پس X باید ۱ الکترون در بیرونی‌ترین زیرلایه داشته باشد درحالی‌که آرایش الکترونی آن مطابق زیر است:

$${}_{23}X : [1s^2] 3d^3 / \boxed{4s^2}$$

و در بیرونی‌ترین زیرلایه خود، ۲ الکترون دارد.

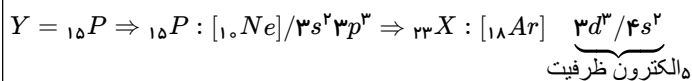
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲:

$$X = {}_{25}Mn \quad {}_{25}Mn : [1s^2] 3d^5 / 4s^2 \rightarrow 3d \text{ الکترون در}$$

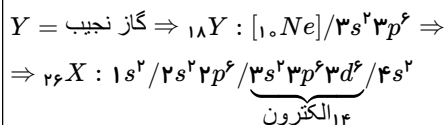
$$\Rightarrow {}_{17}Y : [1s^2] 3s^2 3p^5 \Rightarrow {}_{17}Y = {}_{17}Cl \rightarrow \text{به آرامی با هیدروژن در دمای اتاق واکنش می‌دهد}$$

گزینه ۳:



در نتیجه بزرگ‌ترین عدد اکسایش اتم X در ترکیب‌های آن ۵+ است.

گزینه ۴:



۹۹ گزینه ۴ عبارت اول: قدرت کاهندگی $X < Z$

عبارت دوم: قدرت کاهندگی: Z و D و $Cu < X$. در نتیجه قدرت کاهندگی A از Cu هم کمتر است.

عبارت سوم: قدرت کاهندگی: X و $A < D < Z$

۱۰۰ گزینه ۱

روی اکسایش یافته است در نتیجه در آند است. $Zn - Ag$ سلول: $Zn(s) + 2Ag^+(aq) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2Ag(s) \rightarrow$

مس کاهش یافته است در نتیجه در کاتد است. $Al - Cu$ سلول: $2Al(s) + 3Cu^{2+}(aq) \rightarrow 2Al^{3+}(aq) + 3Cu(s) \rightarrow$

$$Zn - Ag \text{ سلول} \text{ در مبادله شده در الکترون های مبادله شده در سلول } 1,95gZn \times \frac{1molZn}{65gZn} \times \frac{2mole^-}{1molZn} = 0,06mole^-$$

$$0,06 = 0,3 \times Al - Cu \text{ سلول} \text{ در مبادله شده در الکترون های مبادله شده در سلول} \rightarrow e_{Al-Cu}^- = 0,2mol$$

$$?gCu = 0,2mole^- \times \frac{3molCu}{6mole^-} \times \frac{64gCu}{molCu} = 6,4gCu$$

۱۰۱ گزینه ۴

با توجه به اینکه هر دو در دوره سوم قرار دارند Y عنصر گروه ۱۶ و X عنصر گروه ۱ است.

یون منیزیم از X^{1+} کوچک‌تر است و یون Cl^- از یون Y^{2-} چون همگی در دوره ۳ هستند.

۱۰۲ گزینه ۴ الف) درست

ب) جامد مولکولی: آرایش منظم مولکول‌ها در ۳ بُعد است.

ج) درست

د) جامد یونی: چینش ۳ بُعدی از یون‌های مثبت و منفی است.

۱۰۳ گزینه ۳ انرژی فعال‌سازی واکنش، همان فاصله سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها با قله انرژی است، پس هرچه این فاصله بیشتر باشد، انرژی فعال‌سازی واکنش نیز بیشتر خواهد بود.

۱۰۴ گزینه ۴ اتیل بوتانوات: $C_6H_{12}O_2$

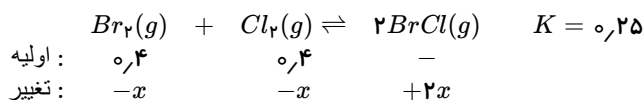
نفتالین: $C_{10}H_8$

ترفتالیک اسید: $C_8H_6O_4$

اتیلن گلیکول: $C_2H_6O_2$

$$\frac{12}{\frac{8}{4-2}} = \frac{1,5}{2} = 0,75$$

۱۰۵ گزینه ۳



$$\rightarrow \frac{(2x)^2}{(0,4-x)^2} = 0,25 \rightarrow \frac{2x}{0,4-x} = 0,5 \rightarrow x = 0,08$$

