شماره داوطلب

نام خانوادگی و نام

- - -

خراسان رضوی

شهر

سروش اندیشه

مؤسسه فرهنگی هنری

کد آزمون ۱۳۲۸

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی موسسه سروش اندیشه حیات

۱۷ خرداد ۱۴۰۵

پاسخنامه آزمون شبیه ساز کنکور

گروه آزمایشی علوم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۱۰۰عدد	مدت پاسخگویی: ۱۴۰دقیقه

عنوان مواد امتحانی تعداد،شماره سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۳۵	۱	۳۵	۶۵ دقیقه
۲	فیزیک	۳۵	۳۶	۷۰	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۱	۱۰۰	۳۰ دقیقه

برای مشاهده پاسخنامه آزمون به سایت موسسه مراجعه نمایید

پاسخنامه تشریحی

۱ گزینه ۳

$$\frac{\sin(-۲۸۵^\circ)+۲\cos(-۱۰۵^\circ)}{۲\sin(۱۶۵^\circ)+۳\sin(۳۷۵^\circ)}=\frac{-\sin(\frac{۳\pi}{۲}+۱۵^\circ)+۲\cos(\frac{\pi}{۲}+۱۵^\circ)}{۲\sin(\pi-۱۵^\circ)+۳\sin(۲\pi+۱۵^\circ)}$$

$$=\frac{\cos ۱۵^\circ-۲\sin ۱۵^\circ}{۲\sin ۱۵^\circ+۳\sin ۱۵^\circ}=\frac{\cos ۱۵^\circ-۲\sin ۱۵^\circ}{۵\sin ۱۵^\circ}=\frac{۱}{۵}\cot ۱۵^\circ-\frac{۲}{۵}$$

برای محاسبهٔ $\cot ۱۵^\circ$ از فرمول مثلثاتی $\tan\frac{x}{۲}=\frac{\sin x}{۱+\cos x}$ استفاده می‌کنیم:

$$\tan ۱۵^\circ=\frac{\sin ۳۰^\circ}{۱+\cos ۳۰^\circ}=\frac{\frac{۱}{۲}}{۱+\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{۱}{۲+\sqrt{۳}}\Rightarrow\cot ۱۵^\circ=۲+\sqrt{۳}$$

پس حاصل عبارت مطلوب برابر است با:

$$\frac{۱}{۵}(۲+\sqrt{۳})-\frac{۲}{۵}=\frac{۲}{۵}+\frac{\sqrt{۳}}{۵}-\frac{۲}{۵}=\frac{\sqrt{۳}}{۵}=۰/۲\sqrt{۳}$$

---

۲ گزینه ۴

$$A=\frac{\sin\frac{۱۱\pi}{۱۲}+\cos\frac{۱۱\pi}{۱۲}}{\sin\frac{۱۱\pi}{۱۲}-\cos\frac{۱۱\pi}{۱۲}}\times\frac{\sin\frac{۱۱\pi}{۱۲}+\cos\frac{۱۱\pi}{۱۲}}{\sin\frac{۱۱\pi}{۱۲}+\cos\frac{۱۱\pi}{۱۲}}$$

$$A=\frac{\sin^۲\frac{۱۱\pi}{۱۲}+\cos^۲\frac{۱۱\pi}{۱۲}+۲\sin\frac{۱۱\pi}{۱۲}\cos\frac{۱۱\pi}{۱۲}}{\sin^۲\frac{۱۱\pi}{۱۲}-\cos^۲\frac{۱۱\pi}{۱۲}}=\frac{۱+\sin\frac{۱۱\pi}{۶}}{-\cos\frac{۱۱\pi}{۶}}$$

$$A=\frac{۱+\sin(۲\pi-\frac{\pi}{۶})}{-\cos(۲\pi-\frac{\pi}{۶})}=\frac{۱-\sin\frac{\pi}{۶}}{-\cos\frac{\pi}{۶}}=\frac{۱-\frac{۱}{۲}}{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{\frac{۱}{۲}}{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{-۱}{\sqrt{۳}}$$

راه حل دوم:

$$A=\frac{\sin\frac{۱۱\pi}{۱۲}+\cos\frac{۱۱\pi}{۱۲}}{\sin\frac{۱۱\pi}{۱۲}-\cos\frac{۱۱\pi}{۱۲}}\Rightarrow A^۲=\frac{۱+\sin\frac{۱۱\pi}{۶}}{۱-\sin\frac{۱۱\pi}{۶}}$$

$$\Rightarrow A^۲=\frac{۱+\sin(۲\pi-\frac{\pi}{۶})}{۱-\sin(۲\pi-\frac{\pi}{۶})}=\frac{۱-\sin\frac{\pi}{۶}}{۱+\sin\frac{\pi}{۶}}=\frac{۱-\frac{۱}{۲}}{۱+\frac{۱}{۲}}=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۲}}=\frac{۱}{۳}$$

$$\xrightarrow{\text{چون }A<۰\text{ است}}A=-\frac{۱}{\sqrt{۳}}$$

---

۳ گزینه ۴ برای محاسبه A مخرج کسرها را گویا می‌کنیم:

$$۱)\frac{۱}{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}{۱}=\sqrt{۳}-\sqrt{۲}$$

$$۲)\frac{۱}{۲+\sqrt{۳}}\times\frac{۲-\sqrt{۳}}{۲-\sqrt{۳}}=۲-\sqrt{۳}$$

$$۳)\frac{۱}{\sqrt{۵}+۲}\times\frac{\sqrt{۵}-۲}{\sqrt{۵}-۲}=\sqrt{۵}-۲$$

$$A=\cancel{\sqrt{۳}}-\sqrt{۲}+۲-\cancel{\sqrt{۳}}+\sqrt{۵}-۲=\sqrt{۵}-\sqrt{۲}$$

$$B=((\sqrt{۵}+\sqrt{۲})(\sqrt{۵}-\sqrt{۲}))^{\frac{۱}{۲}}=(۵-۲)^{\frac{۱}{۲}}=۳^{\frac{۱}{۲}}=\sqrt{۳}$$

درسنامه:

برای گویا کردن مخرج کسرهایی که به‌صورت $a \pm \sqrt{b}$ یا $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ هستند، صورت و مخرج کسر را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم.

مثال : $\frac{۱}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{۱}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$

---

۴ **گزینه ۳** چون تابع f روی $\mathbb{R}$ تعریف شده است، پس داریم:

$$mx^۲ - ۸x + ۳۹ > ۰ \Rightarrow \begin{cases} \Delta' < ۰ \\ m > ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۱۶ - ۳۹m < ۰ \Rightarrow m > \frac{۱۶}{۳۹} \quad (I) \\ m > ۰ \quad (II) \end{cases}$$

$$(I)\ ,(II) \xrightarrow{\text{اشتراک}} m > \frac{۱۶}{۳۹}$$

بیشترین مقدار تابع f، با توجه به ثابت بودن کسر، به‌ازای مینیمم شدن مخرج اتفاق می‌افتد؛ پس داریم:

$$A = mx^۲ - ۸x + ۳۹$$

$$\xrightarrow[\text{مسئله}]{\text{باتوجه به فرض}} A_{min} = ۲۵ \Rightarrow \frac{۴ac - b^۲}{۴a} = ۲۵ \Rightarrow$$

$$\frac{۴(m)(۳۹) - ۶۴}{۴m} = ۲۵ \Rightarrow ۳۹ - \frac{۱۶}{m} = ۲۵ \Rightarrow$$

$$\frac{۱۶}{m} = ۱۴ \Rightarrow m = \frac{۸}{۷} \Rightarrow [m] = ۱$$

---

۵ **گزینه ۳**

$$A = \frac{۴\alpha + \beta^۵}{۵\beta^۲} = \frac{۴\alpha}{۵\beta^۲} + \frac{\beta^۵}{۵\beta^۲} = \frac{۴\alpha^۳}{۵\beta^۲\alpha^۲} + \frac{\beta^۳}{۵}$$

$$x^۲ - ۵x + ۲ = ۰ \Rightarrow S = \alpha + \beta = ۵\ ,\ P = \alpha\beta = ۲ \Rightarrow$$

$$A = \frac{۴\alpha^۳}{۵ \times ۴} + \frac{\beta^۳}{۵} = \frac{\alpha^۳ + \beta^۳}{۵} = \frac{S^۳ - ۳PS}{۵} = \frac{۱۲۵ - ۳(۵)(۲)}{۵} = ۱۹$$

---

۶ **گزینه ۳** چون $fof(x) = ۰$ است پس باید $f(x) = ۰$ باشد که طبق ضابطهٔ f خواهیم داشت:

$$f(x) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x - ۱ = ۰ \Rightarrow x = ۱ \\ x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -۱ \end{cases}$$

بنابراین باید معادلات $f(x) = ۱$ ، $f(x) = -۱$ را حل کنیم که در این صورت خواهیم داشت:

$$f(x) = ۱ \Rightarrow \begin{cases} x - ۱ = ۱ \Rightarrow x = ۲ & \checkmark \\ x + ۱ = ۱ \Rightarrow x = ۰ & \times \quad (f(۰) = -۱) \end{cases}$$

$$f(x) = -۱ \Rightarrow \begin{cases} x - ۱ = -۱ \Rightarrow x = ۰ & \checkmark \\ x + ۱ = -۱ \Rightarrow x = -۲ & \checkmark \end{cases}$$

بنابراین معادلهٔ $fof(x) = ۰$ دارای سه ریشه است.

---

۷ **گزینه ۳** چون وارون تابع y خط $y = x - ۴$ را در نقطهٔ $(a\ ,-۱)$ قطع می‌کند؛ پس تابع y خط $y = x + ۴$ (وارون تابع $y = x - ۴$) را در نقطهٔ $(-۱\ ,a)$ قطع می‌کند؛ بنابراین باید مختصات نقطهٔ $(-۱\ ,a)$ هم در معادلهٔ خط $y = x + ۴$ و هم در معادلهٔ تابع y صدق کند، یعنی داریم:

$$(-۱\ ,a) \xrightarrow{y=x+۴} a = -۱ + ۴ \Rightarrow a = ۳$$

$$(-۱\ ,a) = (-۱\ ,۳) \xrightarrow{\text{جای‌گذاری در تابع}} ۳ = ۱ + \sqrt{b+۳} \Rightarrow \sqrt{b+۳} = ۲$$

$$\Rightarrow b + ۳ = ۴ \Rightarrow b = ۱ \Rightarrow a - b = ۲$$

---

۸ **گزینه ۱** تابع $\log_۷^x$ به اندازهٔ ۷ واحد در راستای محور xها به چپ رفته است، پس:

$$x - ۴b = x + ۷ \rightarrow b = \frac{-۷}{۴}$$

در ضمن $h(۰) = ۰$.

$h(۰) = ۰ \to a + \log_{۲}(۷) = ۰ \to a = -۱$

$\to \frac{a}{b} = \frac{۴}{۷}$

---

۹ گزینه ۳

$$\lim_{x \to \pi^-} \frac{\cot x}{[x - \pi]} = \frac{\cot(\pi^-)}{[۰^-]} = \frac{-\infty}{-۱} = +\infty$$

---

۱۰ گزینه ۱ $x = ۲/۵$ ریشهٔ مخرج کسر است؛ پس $c = ۱۰$.

چون تابع در $x = ۱$ پیوسته است، پس داریم:

$$\frac{۲ + a + b}{۴ - ۱۰} = ۴ - ۵$$
$$\Rightarrow a + b = ۴$$

---

۱۱ گزینه ۱ چون تابع f در نقطهٔ $x = a$ نیز مشتق‌پذیر است، پس باید در این نقطه پیوسته باشد و مشتق‌های چپ و راست تابع در این نقطه با هم برابر باشند.

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to a^+} f(x) = ۲ba + c \\ \lim\limits_{x \to a^-} f(x) = ۳a^۲ \end{cases} \Rightarrow ۲ba + c = ۳a^۲ \Rightarrow c = ۳a^۲ - ۲ba \quad (I)$$

$$f'(x) = \begin{cases} ۲b & x > a \\ ۶x & x \le a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_+(a) = ۲b \\ f'_-(a) = ۶a \end{cases} \Rightarrow ۲b = ۶a \Rightarrow b = ۳a \xrightarrow{(I)} c = ۳a^۲ - ۲(۳a)a = -۳a^۲$$

$$\Rightarrow a^۳ + b - c = a^۳ + ۳a + ۳a^۲ = (a + ۱)^۳ - ۱$$

---

۱۲ گزینه ۴

$$f(x) = \begin{cases} a + |x| & x < ۱ \\ b\sqrt[۳]{x^۲} & x \ge ۱ \end{cases}$$

تابع در نقطهٔ $x = ۰$ مشتق‌ناپذیر (گوشه) است پس باید در $x = ۱$ مشتق‌پذیر باشد.

$$\begin{matrix} \lim\limits_{x \to ۱^-} f(x) = a + ۱ \\ \lim\limits_{x \to ۱^+} f(x) = b = f(۱) \end{matrix} \Rightarrow a + ۱ = b$$

$$f'(x) = \begin{cases} ۱ & ۰ < x < ۱ \\ \frac{۲b}{۳\sqrt[۳]{x}} & x > ۱ \end{cases} \Rightarrow \frac{۲b}{۳} = ۱ \Rightarrow b = \frac{۳}{۲} \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow a + b = ۲$$

---

۱۳ گزینه ۴ از روی نمودار می‌یابیم که:

$$f(x) = -۲(x - ۱)^۳ + ۲$$
$$f(x) = -۲(x^۳ - ۳x^۲ + ۳x - ۱) + ۲ = -۲x^۳ + ۶x^۲ - ۶x + ۴ = (x - ۲)(-۲x^۲ + ۲x - ۲) \to$$

$$\begin{cases} a = ۲ \\ \frac{b}{۵} = -۲ \to b = -۱۰ \end{cases} \Rightarrow a - b = ۱۲$$

حال معادله $f(x) = ۰$ را حل می‌کنیم تا ریشهٔ آن یعنی α به‌دست آید.

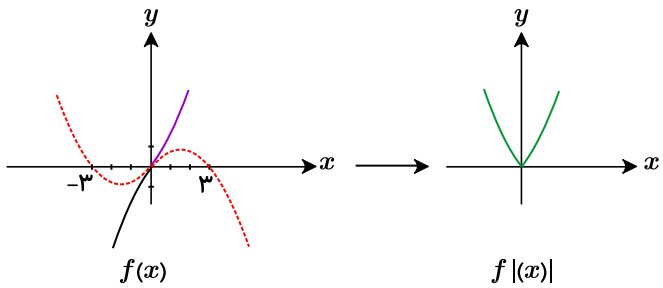
$$y = ۰ \to -۲(x - ۱)^۳ = -۲ \to x - ۱ = ۱ \to x = \alpha = ۲$$
$$\frac{a - b}{\alpha} = \frac{۲ - (-۱۰)}{۲} = \frac{۱۲}{۲} = ۶$$

---

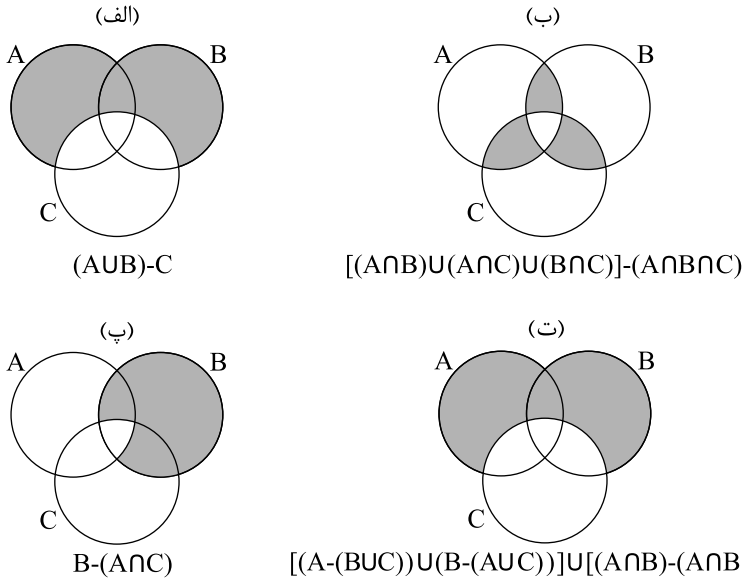
۱۴ گزینه ۳

$$f(x) = \begin{cases} x^۲ + ۳x & x \ge ۰ \\ -x^۲ + ۳x & x \le ۰ \end{cases}$$

راه‌حل: با رسم $f(x)$ و $|f(x)|$ داریم:
تنها صفر نقطهٔ بحرانی است.



۱۵ **گزینه ۲** نمودار عبارت‌های داده‌شده را رسم می‌کنیم:



۱۶ **گزینه ۱** کافی است حالاتی که فقط گوی اول یا گوی دوم یا هر دو گوی خارج‌شده، سفید باشد را محاسبه کنیم. (توجه داریم که پس از مشاهدهٔ رنگ گوی اول، آن را باید به داخل ظرف برگردانیم.)

$$P=\underbrace{\frac{۸}{۱۲}\times\frac{۴}{۱۲}}_{\text{گوی اول سفید باشد}}+\underbrace{\frac{۴}{۱۲}\times\frac{۸}{۱۲}}_{\text{گوی دوم سفید باشد}}+\underbrace{\frac{۸}{۱۲}\times\frac{۸}{۱۲}}_{\text{هر دو گوی سفید باشد}}=\frac{۳۲+۳۲+۶۴}{۱۴۴}=\frac{۱۲۸}{۱۴۴}=\frac{۸}{۹}$$

۱۷ **گزینه ۳**

$$P(A-B)=P(A)\cdot P(B')$$
$$\Rightarrow P(A\cap B')=P(A)\cdot P(B')\Rightarrow A\ ,B' \text{ : مستقل} \Rightarrow A\ ,B \text{ : مستقل}$$
$$\left[P(A\cap B)=P(A-B')=P(A)-P(A\cap B')=P(A)-P(A)\cdot P(B')=P(A)(۱-P(B'))=P(A)\cdot P(B)\right]$$
$$P(A')\cdot P(B')=\frac{۱}{۴}\Rightarrow (۱-P(A))\cdot(۱-P(B))=\frac{۱}{۴}$$
$$\Rightarrow (۱-P(A))(۱-\frac{۵}{۸}P(A))=\frac{۱}{۴}\Rightarrow ۵P(A)^۲-۱۳P(A)+۶=۰$$
$$\Rightarrow P(A)=\frac{۶}{۱۰}\Rightarrow P(B)=\frac{۳}{۸}$$
$$P(A\cup B')=۱-P[(A\cup B')']=۱-P(A'\cap B)=۱-P(B)\cdot P(A')$$
$$\Rightarrow ?=۱-\frac{۳}{۸}(۱-\frac{۶}{۱۰})=\frac{۱۷}{۲۰}$$

۱۸ **گزینه ۲**

$$\left.\begin{array}{l} a=۸ \text{ و } b=۹ \text{ و } n=۱۴۰۴ \\ a^n+b^n \overset{ab}{\equiv} (a+b)^n \end{array}\right\} \rightarrow ۸^{۱۴۰۴}+۹^{۱۴۰۴}\overset{۷۲}{\equiv}(۸+۹)^{۱۴۰۴}\overset{۷۲}{\equiv}۱۷^{۱۴۰۴}$$

$$\left.\begin{array}{l} ۱۷^۲=۲۸۹ \\ ۲۸۹\overset{۷۲}{\equiv}۱ \end{array}\right\} \rightarrow ۱۷^۲\overset{۷۲}{\equiv}۱\xrightarrow{\text{به توان ۷۰۲}}(۱۷^۲)^{۷۰۲}\overset{۷۲}{\equiv}۱^{۷۰۲}\overset{۷۲}{\equiv}۱$$

نکته:

$$(a+b)^n \overset{ab}{\equiv} a^n + b^n$$

---

۱۹ گزینه ۲

$$m = -\frac{۲a}{۳a} = -\frac{۲}{۳}$$

$$y = mx + b, y = -\frac{۲}{۳}x + ۲a, f^{-۱}(x) = -\frac{۳}{۲}(x - ۲a) = -\frac{۳}{۲}x + ۳a$$

با استفاده از قاعدهٔ پرتوان ساده‌سازی کرده و داریم:

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\frac{۴}{۹}x^۲}{x|-\frac{۳}{۲}x|} = \frac{\frac{۴}{۹}x^۲}{-\frac{۳}{۲}x^۲} = -\frac{۸}{۲۷}$$

---

۲۰ گزینه ۲ در ماتریس قطری، درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی برابر صفر است. پس:

$$m - ۱ = ۰ \Rightarrow m = ۱ \Rightarrow A = \begin{bmatrix} ۳ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۲ & ۰ \\ ۰ & ۰ & n \end{bmatrix}$$

برای به توان رساندن ماتریس قطری، کافی است درایه‌های قطر اصلی را به آن توان برسانیم:

$$A^۳ = \begin{bmatrix} ۳^۳ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۲^۳ & ۰ \\ ۰ & ۰ & n^۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲۷ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۸ & ۰ \\ ۰ & ۰ & n^۳ \end{bmatrix} \Rightarrow ۲۷ + ۸ + n^۳ = ۲۷ \Rightarrow n^۳ = -۸ \Rightarrow n = -۲$$

$$A^۲ = \begin{bmatrix} ۳^۲ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۲^۲ & ۰ \\ ۰ & ۰ & (-۲)^۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۹ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۴ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۴ \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = ۹ + ۴ + ۴ = ۱۷$$

---

۲۱ گزینه ۲ طرفین رابطهٔ صورت سوال را در ماتریس A ضرب می‌کنیم:

$$\alpha A^{-۱} + \beta I = A \xrightarrow{\times A} \alpha I + \beta A = A^۲$$

با محاسبهٔ ماتریس $A^۲$ و جای‌گذاری در رابطهٔ فوق داریم:

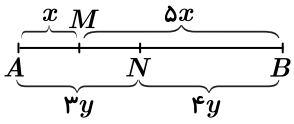
$$A^۲ = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۳ & -۴ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۳ & -۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ -۶ & ۱۳ \end{bmatrix}$$

$$\alpha\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} + \beta\begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۳ & -۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ -۶ & ۱۳ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \alpha + ۲\beta & -\beta \\ ۳\beta & \alpha - ۴\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ -۶ & ۱۳ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -\beta = ۲ \Rightarrow \beta = -۲ \\ \alpha + ۲\beta = ۱ \Rightarrow \alpha - ۴ = ۱ \Rightarrow \alpha = ۵ \end{cases}$$

$$\alpha + \beta = ۵ - ۲ = ۳$$

---

۲۲ گزینه ۳



طبق شکل باید $x + ۵x = ۳y + ۴y$ باشد؛ بنابراین داریم:

$$۶x = ۷y \Rightarrow x = \frac{۷}{۶}y \quad (I)$$

ازطرفی طبق فرض $MN = ۲۲$؛ بنابراین خواهیم داشت:

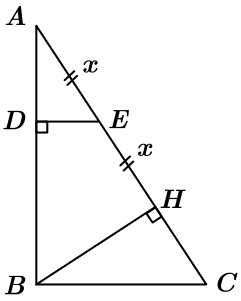
$$MN = ۳y - x = ۲۲ \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow ۳y - \frac{۷}{۶}y = ۲۲ \Rightarrow \frac{۱۱y}{۶} = ۲۲ \Rightarrow y = ۱۲$$

$$AB\text{طول پاره‌خط} = ۷ \times ۱۲ = ۸۴ \Rightarrow AB\text{مجموع ارقام طول پاره‌خط} = ۸ + ۴ = ۱۲$$

---

۲۳ گزینه ۱



فیثاغورس در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$: $AC^۲ = AB^۲ + BC^۲ = ۱۶^۲ + ۱۲^۲$

$AC^۲ = ۲۵۶ + ۱۴۴ = ۴۰۰ \Rightarrow AC = ۲۰$

$\overset{\Delta}{ABC} : BH \times AC = AB \times BC \Rightarrow BH \times ۲۰ = ۱۶ \times ۱۲ \Rightarrow BH = ۹/۶$

فیثاغورس در مثلث $\overset{\Delta}{BHC}$: $HC^۲ = BC^۲ - BH^۲ = ۱۲^۲ - (۹/۶)^۲$

$= ۱۴۴ - ۹۲/۱۶ = ۵۱/۸۴ \Rightarrow HC = ۷/۲$

$\Rightarrow HC + ۲x = ۲۰ \Rightarrow x = ۶/۴$

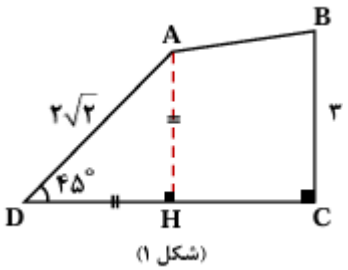
تالس: $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{DE}{۱۲} = \frac{۶/۴}{۲۰} \Rightarrow ۷۶/۸ = ۲۰DE \Rightarrow DE = ۳/۸۴$

---

۲۴ گزینه ۴

ابتدا از رأس A، عمود AH را بر ضلع DC فرود می‌آوریم (شکل ۱).

واضح است که مثلث ADH قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین می‌باشد و $DH = AH = ۲$ است (چرا؟).

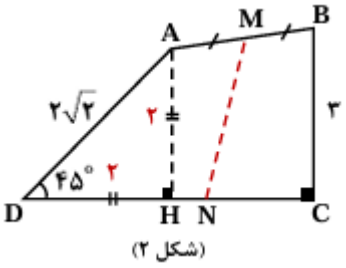


(شکل ۱)

در شکل ۲، پاره‌خط MN را، از وسط ضلع AB به وسط ضلع DC رسم می‌کنیم. توجه کنید که:

$$ND = NC \Rightarrow ۲ + NH = NC \Rightarrow \boxed{NC - NH = ۲} \quad (*)$$

حال اگر از نقطهٔ M، عمود MH' را بر ضلع DC رسم کنیم، با توجه به این‌که چهارضلعی $ABCH$ یک ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه است (زیرا $AH \parallel BC$ و $\widehat{C} = \widehat{H} = ۹۰^\circ$)، پس عمود MH' از وسط ساق AB، به موازات دو قاعده، رسم شده است و درنتیجه به وسط ساق HC برخورد می‌کند. بنابراین MH'، قاعدهٔ متوسط ذوزنقهٔ $ABCH$ است و داریم:



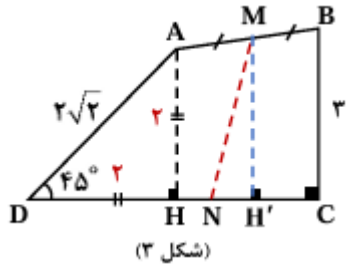
(شکل ۲)

$$MH' = \frac{AH + BC}{۲} = \frac{۲ + ۳}{۲} = \frac{۵}{۲}$$

از طرفی چون H' وسط ساق HC است، پس:

$$HH' = H'C \xrightarrow[H'C = NC - NH']{HH' = HN + NH'} HN + NH' = NC - NH'$$

$$\xrightarrow{(*)} ۲NH' = \underbrace{NC - HN}_{۲} \Rightarrow NH' = ۱$$



(شکل ۳)

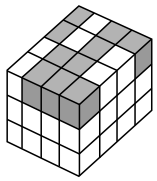
اکنون در مثلث قائم‌الزاویهٔ MNH'، طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$MN^۲ = MH'^۲ + NH'^۲ = (\frac{۵}{۲})^۲ + ۱ = \frac{۲۹}{۴} \xrightarrow{\text{جذر}} MN = \frac{\sqrt{۲۹}}{۲}$$

۲۵ گزینه ۲

روش اول:

تصویر نمای داده شده را روی وجه بالای مکعب مستطیل پیاده می‌کنیم:



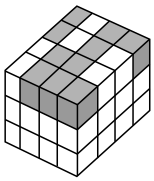
تعداد مکعب‌های ردیف دوم و سوم: $۴ \times ۴ \times ۲ = ۳۲$

تعداد مکعب‌های سفید ردیف اول: ۶

بنابراین باید $۳۲ + ۶ = ۳۸$ مکعب برداریم.

روش دوم:

تصویر نمای داده شده را روی وجه بالای مکعب مستطیل پیاده می‌کنیم:

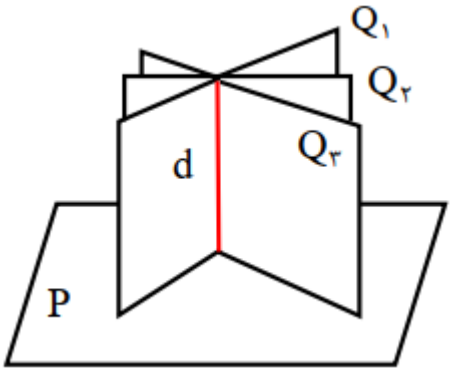


تعداد کل مکعب‌ها: حجم مکعب مستطیل $= ۴ \times ۴ \times ۳ = ۴۸$

تعداد مکعب‌های هاشورخورده: ۱۰

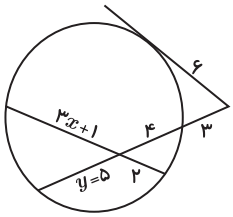
بنابراین تعداد مکعب‌هایی که باید برداریم، برابر با ۳۸ است.

۲۶ گزینه ۴ در سایر حالات صفحه Q موجود و یکتاست.



۲۷ گزینه ۴

با استفاده از روابط طولی در دایره داریم:

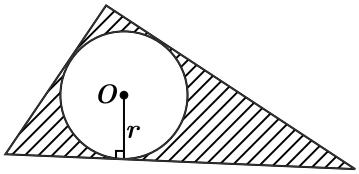


$$۶^۲ = ۳(۷ + y) \Rightarrow ۳۶ = ۲۱ + ۳y \Rightarrow y = ۵$$

$$۴ \times ۵ = ۲(۳x + ۱) \Rightarrow ۲۰ = ۶x + ۲ \Rightarrow x = ۳$$

$$\frac{x}{y} = \frac{۳}{۵} = ۰/۶$$

۲۸ گزینه ۱



$۲P = \sqrt{۴۸\pi} \to P = \frac{۴\sqrt{۳\pi}}{۲} = ۲\sqrt{۳\pi} \to P^{۲} = ۱۲\pi$

شعاع دایرهٔ محاطی داخلی : $r = \frac{S_{\text{مثلث}}}{P} \to r^{۲} = \frac{S^{۲}_{\text{مثلث}}}{P^{۲}} = \frac{S^{۲}_{\text{مثلث}}}{۱۲\pi}$

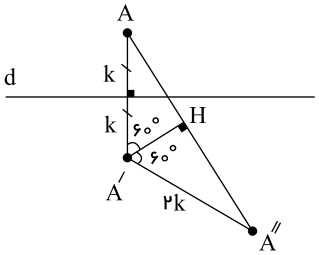
$S_{\text{دایره}} = \pi r^{۲} = \pi \times \frac{S^{۲}_{\text{مثلث}}}{۱۲\pi} = \frac{S^{۲}_{\text{مثلث}}}{۱۲}$

$S_{\text{هاشور خورده}} = S_{\text{مثلث}} - S_{\text{دایره}} \to ۳ = S_{\text{مثلث}} - \frac{S^{۲}_{\text{مثلث}}}{۱۲}$

$\xrightarrow{\times ۱۲} S^{۲}_{\text{مثلث}} - ۱۲S_{\text{مثلث}} + ۳۶ = ۰ \to (S_{\text{مثلث}} - ۶)^{۲} = ۰ \to S_{\text{مثلث}} = ۶$

---

۲۹ گزینه ۱



$\overset{\Delta}{AHA'}$: ۶۰° رو به $AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}AA' = \frac{\sqrt{۳}}{۲}(۲k) = k\sqrt{۳}$

$AH = A''H = \frac{۱}{۲}AA'' \to AA'' = ۲AH = ۲(k\sqrt{۳}) = ۲\sqrt{۳}k$

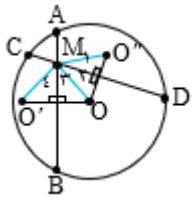
$\to ۲\sqrt{۳}k = ۱۲\sqrt{۲} \to k = \frac{۶\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}} \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} = ۲\sqrt{۶}$

---

۳۰ گزینه ۲

$۲x + ۶x + ۷x + ۵x = ۳۶۰° \to x = ۱۸°$

از M به O، O' و O'' وصل می‌کنیم. بازتاب محوری یک تبدیل ایزومتری است پس مثلث‌های $\overset{\Delta}{MOO''}$ و $\overset{\Delta}{MOO'}$ متساوی‌الساقین می‌باشند درنتیجه:



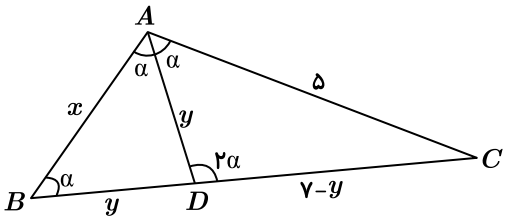
$\hat{M}_۱ = \hat{M}_۲ \ , \ \hat{M}_۳ = \hat{M}_۴$

$\overset{\Delta}{OMO''} = \hat{M}_۱ + \hat{M}_۲ + \hat{M}_۳ + \hat{M}_۴ \xrightarrow[\hat{M}_۳ = \hat{M}_۴]{\hat{M}_۱ = \hat{M}_۲}$

$\overset{\Delta}{OMO''} = ۲(\hat{M}_۲ + \hat{M}_۳) = ۲(B\widehat{M}D) = ۲(\frac{\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD}}{۲}) = ۹x = ۱۶۲°$

---

۳۱ گزینه ۴



نیمساز زاویه $\hat{A}$ را رسم می‌کنیم تا BC را در D قطع کند. از آن‌جایی که $\hat{A} = ۲\hat{B}$، بنابراین $\overset{\Delta}{ADB}$ متساوی‌الساقین بوده و $AD = BD$.

مثلث‌های $\overset{\Delta}{ABC}$ و $\overset{\Delta}{DAC}$ متشابه اند. با استفاده از نسبت تشابه حاصل داریم:

$$\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{DC}=\frac{BC}{AC}\Rightarrow\frac{x}{y}=\frac{۵}{۷-y}=\frac{۷}{۵}$$

ابتدا اندازه‌ی $BD=y$ را به دست می‌آوریم و با استفاده از مقدار به‌دست‌آمده و نسبت تشابه، $AB=x$ را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{۵}{۷-y}=\frac{۷}{۵}\Rightarrow y=\frac{۲۴}{۷}$$
$$\Rightarrow\frac{x}{y}=\frac{۷}{۵}\Rightarrow x=\frac{۷}{۵}y=\frac{۲۴}{۵}=۴/۸$$

---

۳۲ گزینه ۱

رئوس a و c رئوس از درجهٔ مینیمم در این گراف می‌باشند. بین دو راس a و c مسیری به طول **۱** وجود ندارد. تنها مسیر موجود به طول **۳** بین دو راس a و c مسیر $aedc$ می‌باشد. برای یافتن تعداد مسیرها به طول **۵** توجه داشته باشید که هر مسیر به طول **۵** به **۶** راس نیاز دارد. در گراف داده‌شده یک مسیر به طول **۵** بین a و c دنباله‌ای است به فرم $aexydc$ که x و y به مجموعهٔ $\{b,f,g\}$ تعلق دارند پس تعداد مسیرها به طول **۵** برابر است با: $\binom{۳}{۲}\times ۲!=۶$ ، در نتیجه در گراف داده‌شده بین **۲** راس a و c در کل **۷** مسیر به طول فرد وجود دارد.

---

۳۳ گزینه ۳ می‌دانیم $p=|V(G)|$ و $q=|E(G)|$ ، بنابراین:

$$\begin{cases} q-p=۴۰ \\ p+q=۶۲ \end{cases}\rightarrow ۲q=۱۰۲\rightarrow q=۵۱\rightarrow ۵۱-p=۴۰\rightarrow p=۱۱$$

بنابراین گراف موردنظر **۱۱** رأس و **۵۱** یال دارد. حال اگر این گراف کامل بود، $\binom{۱۱}{۲}=۵۵$ یال باید می‌داشت. بنابراین $۵۵-۵۱=۴$ یال از گراف کامل کم دارد، حال برای اینکه δ کمترین مقدار ممکن شود، باید این **۴** یال را از یک رأس برداریم و در این صورت درجه آن رأس از **۱۰** به **۶** افت می‌کند.

$$\rightarrow \min(\delta)=۶$$

---

۳۴ گزینه ۴ همان گونه که مشاهده می‌شود، چهار مورد از این مربع لاتین وجود دارد:

۳	۱	۲
۲	۳	۱
۱	۲	۳

۲	۱	۳
۱	۳	۲
۳	۲	۱

۲	۱	۳
۳	۲	۱
۱	۳	۲

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

---

۳۵ گزینه ۳ تمام اعداد غیر اول کمتر از **۳۲** برابر است با:

۱ , ۴ , ۶ , ۸ , ۹ , ۱۰ , ۱۲ , ۱۴ , ۱۵ , ۱۶ , ۱۸ , ۲۰ , ۲۱ , ۲۲ , ۲۴ , ۲۵ , ۲۶ , ۲۷ , ۲۸ , ۳۰

که تعداد آنها برابر است با **۲۰** عدد، پس این مجموعه حداقل باید **۲۱** عضوی باشد تا دست‌کم شامل یک عدد اول باشد.

پاسخنامه تشریحی

۳۶ **گزینه ۱** با استفاده از رابطهٔ چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B} \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{۷۵}{۱۸۰} \times \frac{۴۰}{۲۵} \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{۲}{۳}$$

---

۳۷ **گزینه ۳** اگر فشار پیمانه‌ای در نقطهٔ A در داخل بالن کروی را با P_A نمایش دهیم، برای پیدا کردن این فشار برحسب $cmHg$، باید فشاری معادل ارتفاع ستون مایعات دیگر را نیز بر حسب $cmHg$ بیابیم. ($h_{\text{مایع}} \rho_{\text{مایع}} = h_{\text{جیوه}} \rho_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{\rho_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}} h_{\text{مایع}}$) بنابراین داریم:

$$P_A = P_{\text{جیوه}} - P_{\text{مایع۲}} + P_{\text{مایع۳}}$$

$$P_A = ۲۰cmHg - \frac{\rho_۲}{\rho_۱} \times h_۲ + \frac{\rho_۳}{\rho_۱} \times h_۳$$

$$P_A = ۲۰ - \frac{۱}{۴} \times ۲۰ + \frac{۱}{۲} \times ۲۰ = ۲۵cmHg$$

---

۳۸ **گزینه ۱** ابتدا با توجه به آهنگ جریان شاره، تندی آب در دهانهٔ باریک را به دست می‌آوریم:

$$\text{آهنگ جریان شاره} = \frac{\text{حجم شاره}}{\text{زمان}} = A_۲ v_۲ \Rightarrow \frac{۱/۰ \times ۱۰^{۴} cm^{۳}}{۱/۰ s} = ۲۰cm^{۲} \times v_۲ \Rightarrow v_۲ = ۵۰۰ \frac{cm}{s}$$

اکنون می‌توان به کمک معادلهٔ پیوستگی، تندی $v_۱$ را محاسبه کرد:

$$A_۱ v_۱ = A_۲ v_۲ \Rightarrow (۴۰cm^{۲}) \times v_۱ = (۲۰cm^{۲}) \times ۵۰۰ \frac{cm}{s} \Rightarrow v_۱ = ۲۵۰ \frac{cm}{s}$$

تذکر: در این سوال تندی برحسب $\frac{cm}{s}$ خواسته شده است؛ بنابراین بدون تبدیل یکاها به SI، و فقط با دقت به سازگاری یکاها می‌توان پاسخ صحیح را به دست آورد.

---

۳۹ **گزینه ۴** طبق رابطهٔ بازده داریم:

$$E_{\text{ورودی}} = Pt \xrightarrow[t=۱s]{P=۱۰kW} E_{\text{ورودی}} = ۱۰۰۰۰J$$

با درنظر گرفتن ته چاه به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:

$$E_{\text{خروجی}} = mg(h_۲ - h_۱) + \frac{۱}{۲} m v^{۲} \xrightarrow{m=\rho V} E_{\text{خروجی}} = \rho V g(h_۲ - h_۱) + \frac{۱}{۲} \rho V v^{۲} = \rho V (g(h_۲ - h_۱) + \frac{۱}{۲} v^{۲})$$

$$\xrightarrow[V=۲۵L=۲۵\times۱۰^{-۳}m^{۳}, g=۱۰\frac{N}{kg}]{\rho=۱\frac{g}{cm^{۳}}=۱۰۰۰\frac{kg}{m^{۳}}, h_۲=۳۰m, h_۱=۰, v=۶\frac{m}{s}} E_{\text{خروجی}} = ۱۰۰۰ \times ۲۵ \times ۱۰^{-۳} \times (۱۰ \times ۳۰ + \frac{۱}{۲} \times ۳۶) = ۷۹۵۰J$$

$$\text{بازده} = \frac{W}{Pt}$$

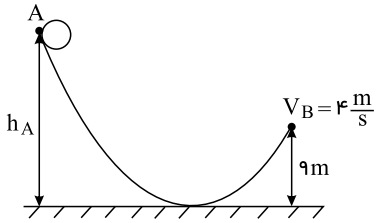
$$\text{بازده} = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ = \frac{۷۹۵۰}{۱۰۰۰۰} \times ۱۰۰ = \frac{۷۹۵}{۱۰۰۰} \times ۱۰۰$$

$$\text{بازده} = ۷۹/۵\%$$

---

۴۰ **گزینه ۳**

مطابق شکل داریم:



$$E_۲ - E_۱ = W_f \Rightarrow (U_۲ + K_۲) - (U_۱ + K_۱) = W_f$$

$$\xrightarrow{k_۱=۰} (U_۲ + K_۲) - (U_۱) = W_f$$

$$\rightarrow (mgh_B + \frac{۱}{۲}mv_B^۲) - (mgh_A) = W_f \Rightarrow ۰/۳ \times ۱۰ \times ۹ + \frac{۱}{۲} \times ۰/۳ \times ۴^۲ - ۰/۳ \times ۱۰ \times h_A = -۱۵$$
$$\Rightarrow ۲۷ + ۲/۴ - ۳h_A = -۱۵ \Rightarrow ۳h_A = ۴۴/۴ \Rightarrow h_A = ۱۴/۸m$$

---

۴۱ **گزینه ۱** برای رسیدن به تعادل گرمایی داریم:

$$۱۱^\circ C \text{آب} \xrightarrow{Q_۱} \theta^\circ C \text{آب} \xleftarrow{Q_۲} ۶۰^\circ C \text{آب}$$
$$Q_۱ + Q_۲ = ۰ \Rightarrow ۲۴۰ \times c \times (\theta_e - ۱۱) + ۱۸۰ \times c \times (\theta_e - ۶۰) = ۰$$

$$۴(\theta_e - ۱۱) + ۳(\theta_e - ۶۰) = ۰ \Rightarrow ۷\theta_e = ۴۴ + ۱۸۰ = ۲۲۴ \Rightarrow \theta_e = \frac{۲۲۴}{۷} = ۳۲^\circ C$$

گرمایی که آب گرم‌تر از دست می‌دهد تا به دمای تعادل برسد، برابر است با:

$$Q_۲ = m_۲ c \Delta\theta \xrightarrow{m_۲ = ۰/۱۸kg} Q_۲ = (۰/۱۸)(۴۲۰۰)(۳۲ - ۶۰)$$
$$Q_۲ = -۲۱۱۶۸J = -۲۱/۱۶۸kJ$$

---

۴۲ **گزینه ۲** در انبساط حجمی، درصد تغییر حجم به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$\Delta V = V_۱(۳\alpha)(\Delta T) \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_۱} = (۳\alpha)(\Delta T) \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_۱} \times ۱۰۰ = (۳\alpha)(\Delta T) \times ۱۰۰ \xrightarrow[\Delta\theta = ۲۰۰^\circ C]{\alpha = ۳ \times ۱۰^{-۵} \frac{۱}{^\circ C}}$$
$$\text{درصد تغییر حجم} = ۳ \times ۳ \times ۱۰^{-۵} \times ۲۰۰ \times ۱۰۰ \Rightarrow \text{درصد تغییر حجم} = ۱/۸ \text{درصد}$$

---

۴۳ **گزینه ۱** در هر چرخه‌ی $P - V$ در SI، مساحت داخل چرخه برابر با اندازه‌ی کاری است که محیط برروی گاز یا گاز برروی محیط انجام می‌دهد، بنابراین داریم:

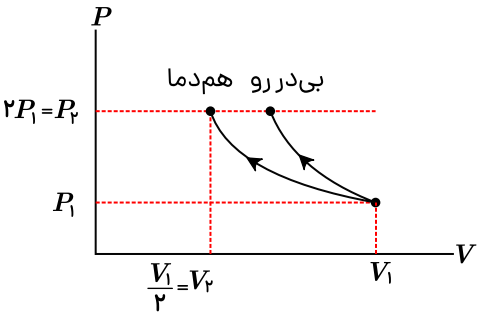
$$|W| = S = \frac{(۴ - ۲) \times ۱۰^{-۳} \times (۶ - ۲) \times ۱۰^۵}{۲} \Rightarrow |W| = ۴۰۰J$$

چون چرخه پاد ساعت گرد است، کاری که محیط بر روی گاز انجام می‌دهد، مثبت است و بنابراین کاری که گاز بر روی محیط انجام می‌دهد، منفی خواهد بود.

$$W' = -۴۰۰J$$

---

۴۴ **گزینه ۱**



در فرآیند هم‌دما، T ثابت است؛ پس PV نیز ثابت می‌ماند و اگر فشار دو برابر شود، حجم نصف می‌شود. اما در فرایند بی‌دررو، طبق نمودار، می‌دانیم حجم کم شده، ولی بیشتر حاصل‌ضرب از نصف حجم اولیه است؛ پس:

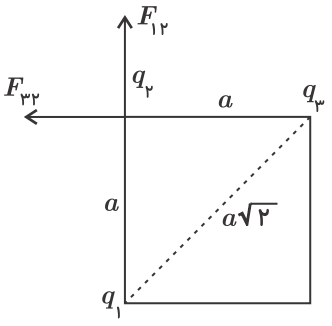
$$\frac{۱}{۲} < \frac{V_۲}{V_۱} < ۱$$

از طرفی چون حاصل‌ضرب PV افزایش یافته است، دما هم بالا می‌رود و $m > ۱$ است؛ اما با توجه به اینکه فشار دو برابر شده، ولی حجم ثابت نمانده و کاهش یافته است، پس حاصل‌ضرب PV نمی‌تواند دو برابر شده باشد در نتیجه دما هم دو برابر نشده است و $m < ۲$ است.

---

۴۵ **گزینه ۳** در مرحله‌های ضربهٔ مکش، ضربهٔ تراکم، ضربهٔ قدرت و ضربهٔ خروج گاز، پیستون حرکت می‌کند.

۴۶ گزینه ۴



$$q_۱ = q_۲ = q_۳ = q$$

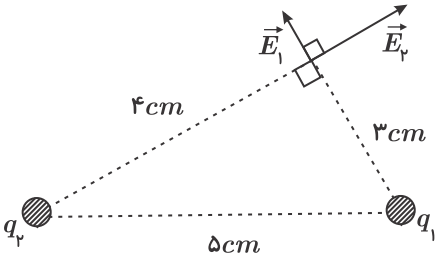
$$F_{۱۳} = \frac{kqq}{(a\sqrt{۲})^۲} = \frac{kq^۲}{۲a^۲}$$

$$F_{۳۲} = F_{۱۲} = \frac{kqq}{a^۲} = \frac{kq^۲}{a^۲}$$

$$F_۲ = \sqrt{۲}\frac{kq^۲}{a^۲}$$

$$\frac{F_۲}{F_{۱۳}} = \frac{\sqrt{۲}\frac{kq^۲}{a^۲}}{\frac{kq^۲}{۲a^۲}} = ۲\sqrt{۲}$$

۴۷ گزینه ۲



$$E = \frac{k|q|}{r^۲} \Rightarrow \begin{cases} E_۱ = \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۳ \times ۱۰^{-۸}}{۹ \times ۱۰^{-۴}} = ۳ \times ۱۰^۵ \ \frac{N}{C} \\ E_۲ = \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۷}}{۱۶ \times ۱۰^{-۴}} = ۹ \times ۱۰^۵ \ \frac{N}{C} \end{cases}$$

$$E_t = \sqrt{(۳ \times ۱۰^۵)^۲ + (۹ \times ۱۰^۵)^۲} = ۳\sqrt{۱۰} \times ۱۰^۵ \ N$$

۴۸ گزینه ۲

$$d_۲ = d_۱ - \frac{۷۵}{۱۰۰}d_۱ = \frac{۲۵}{۱۰۰}d_۱ \Rightarrow d_۲ = \frac{۱}{۴}d_۱$$

$$C = \varepsilon_۰\frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_۲}{C_۱} = \frac{d_۱}{d_۲} = \frac{d_۱}{\frac{۱}{۴}d_۱} = ۴$$

چون دو سر خازن به باتری وصل است، V ثابت می‌ماند.

$$Q = CV \Rightarrow \frac{Q_۲}{Q_۱} = \frac{C_۲}{C_۱} = ۴$$

۴۹ گزینه ۲ ابتدا جریان عبوری از مدار را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon_۱ - \varepsilon_۲}{r_۱ + r_۲ + R} = \frac{۱۸ - ۶}{۱ + ۲ + ۳} = \frac{۱۲}{۶} = ۲A$$

حال داریم:

$$\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{\varepsilon_۲ I + r_۲ I^۲}{\varepsilon_۱ I - r_۱ I^۲} = \frac{(۶ \times ۲) + (۲ \times ۲^۲)}{(۱۸ \times ۲) - (۱ \times ۲^۲)} = \frac{۱۲ + ۸}{۳۶ - ۴} = \frac{۲۰}{۳۲} = \frac{۵}{۸}$$

۵۰ گزینه ۳

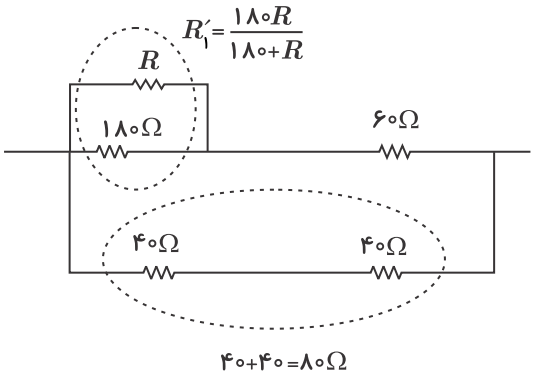
$$m_A = \frac{۱}{۲}m_B \rightarrow \rho'_A v_A = \frac{۱}{۲}\rho'_B v_B \rightarrow V_A = \frac{۱}{۲}v_B$$

$$\rightarrow L_A A_A = \frac{۱}{۲}L_B A_B \Rightarrow ۲L_B A_A = \frac{۱}{۲}L_B A_B \rightarrow A_A = \frac{۱}{۴}A_B$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = ۱ \times ۲ \times ۴ = ۸$$

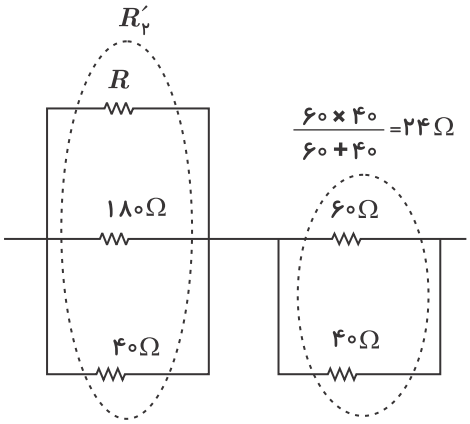
۵۱ گزینه ۳ مقاومت معادل را در هر دو حالت محاسبه می‌کنیم.

حالت اول: کلید باز



$$R_{eq_1}=\frac{80\times(R'_1+60)}{80+R'_1+60}$$

حالت دوم: کلید بسته



بهترین (کوتاه‌ترین!) راه، چک کردن گزینه‌ها است. داریم:

$$R_{eq_1}=R_{eq_2}\rightarrow \text{گزینهٔ ۳}: R=90\Omega\rightarrow\begin{cases}R'_1=\frac{180\times90}{180+90}=60\Omega\rightarrow R_{eq_1}=\frac{80\times(60+60)}{80+(60+60)}=48\Omega\\ \frac{1}{R'_2}=\frac{1}{90}+\frac{1}{180}+\frac{1}{40}=60\rightarrow R'_2=24\ \Omega\rightarrow R_{eq_2}=24+24=48\Omega\end{cases}$$

---

۵۲ **گزینه ۳** با افزایش فاصله از سیم میدان مغناطیسی ضعیف می‌شود؛ بنابراین باید فاصلهٔ خطوط میدان افزایش یابد (رد گزینه‌های **۲** و **۴**).

از طرفی طبق قاعدهٔ دست راست، جهت میدان مغناطیسی در اطراف سیمی که جریان آن برون‌سو است، پادساعتگرد خواهد بود.

---

۵۳ **گزینه ۲** خطوط میدان در خارج آهنربا از N به S است پس A و B هر دو قطب N هستند زیرا خطوط از آنها خارج شده است و تعداد خطوط و تراکم خطوط آهنربای **۲** بیشتر است درنتیجه قوی‌تر است.

---

۵۴ **گزینه ۴**

$$I_{av}=\frac{-N}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta\Phi=A\cos\theta\Delta B}I_{av}=\frac{-1}{0/1}\times\frac{(2\times10^{-2})^2\times\cancel{\cos0^\circ}^{1}\times(0-0/16)}{10-2}=8\times10^{-5}\ A$$

$$\xrightarrow{\times10^3}I_{av}=8\times10^{-2}\ mA$$

---

۵۵ **گزینه ۴**

طبق قانون لنز، در حلقهٔ **۱** و **۳**، شار مغناطیسی به ترتیب در حال کاهش و افزایش است؛ در نتیجه جهت میدان القایی در این دو حلقه، به ترتیب هم‌جهت و خلاف جهت با میدان اصلی است. پس با توجه به قانون دست راست در حلقه، جریان القایی در حلقهٔ **۱** پادساعتگرد و در حلقهٔ **۳** ساعتگرد است. در حلقهٔ **۲** در لحظهٔ نشان‌داده‌شده شار مغناطیسی ثابت است. پس جریان القایی صفر خواهد بود.

---

۵۶ **گزینه ۴** در لحظهٔ رها شدن گلولهٔ سوم، گلولهٔ اول به زمین می‌رسد، بنابراین زمان سقوط گلولهٔ اول برابر است با:

$$t_1=2+2=4s$$

ارتفاع h را به دست می‌آوریم:

$$|h_۱| = \frac{۱}{۲}gt_۱^۲ \Rightarrow h_۱ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۴^۲ = ۸۰m$$

در لحظهٔ رسیدن گلولهٔ اول به زمین، از سقوط گلولهٔ دوم، **۲** ثانیه می‌گذرد. در این مدت میزان سقوط آن برابر است با:

$$|\Delta y_۲| = \frac{۱}{۲}gt_۲^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۲^۲ = ۲۰m$$

گلولهٔ دوم، $۲۰m$ از ارتفاع **۸۰** متری را پایین آمده و اکنون در ارتفاع **۶۰** متری از سطح زمین قرار دارد.

---

۵۷ **گزینه ۴** ابتدا معادلهٔ حرکت A و B را به‌دست می‌آوریم:

$$x_A = v_A t + x_{۰A} \xrightarrow[x_۰=۲۰m]{v=\frac{۲۶-۲۰}{۳}=۲\frac{m}{s}} x_A = ۲t + ۲۰$$

$$\xrightarrow[x_۰=۰]{v_۰=۱۲\frac{m}{s}} x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_{۰B}t + x_{۰B} \rightarrow x_B = \frac{۱}{۲}at^۲ + ۱۲t$$

هنگام به هم رسیدن دو متحرک، $x_A = x_B$ است:

$$x_A = x_B \Rightarrow ۲t + ۲۰ = \frac{۱}{۲}at^۲ + ۱۲t \xrightarrow{t=۴s} ۲ \times ۴ + ۲۰ = \frac{۱}{۲}a \times ۴^۲ + ۱۲ \times ۴ \Rightarrow ۲۸ = ۸a + ۴۸ \Rightarrow a = -۲/۵\ \frac{m}{s^۲}$$

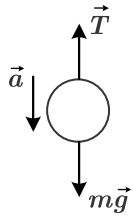
---

۵۸ **گزینه ۲** حرکت را از آخر به اول بررسی می‌کنیم؛ یعنی متحرکی را در نظر می‌گیریم که با شتاب $۳\frac{m}{s^۲}$ از حال سکون شروع به حرکت می‌کند:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + \cancel{v_۰t} \rightarrow \Delta x = \frac{۱}{۲}(۳)(۳^۲) = ۱۳/۵m$$

---

۵۹ **گزینه ۴** به کمک قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - T = ma$$

$$\Rightarrow ۵۰ \times ۹/۸ - ۴۳۰ = ۵۰a \Rightarrow a = \frac{۴۹۰ - ۴۳۰}{۵۰} = ۱/۲\ \frac{m}{s^۲}$$

---

۶۰ **گزینه ۳** ابتدا بیشینهٔ اصطکاک جنبشی جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$f_{s,max} = \mu_s \underbrace{F_N}_{mg} = ۰/۶ \times ۵۰۰ = ۳۰۰N$$

هر زمان نیروی F با $f_{s,max}$ برابر شود، جسم شروع به حرکت می‌کند:

$$F \geq f_{s,max} \Rightarrow ۱۰۰t \geq ۳۰۰ \Rightarrow t \geq ۳s$$

در $t = ۳s$، جسم به راه می‌افتد و نیروی اصطکاکی که به آن وارد می‌شود، از نوع جنبشی است؛ بنابراین داریم:

$$t = ۰ \text{ تا } t = ۳s : F_{net} = ۰ \Rightarrow a = ۰$$

$$t = ۳s \text{ تا } t = ۴s : F_{net} = ۱۰۰t - f_k \xrightarrow{f_k = ۰/۴ \times ۵۰ \times ۱۰ = ۲۰۰N} F_{net} = ۱۰۰t - ۲۰۰$$

چون شتاب جعبه متغیر است، شتاب را در ابتدا و انتهای بازه به دست می‌آوریم و با فرض ثابت بودن آن، جابه‌جایی را حساب می‌کنیم:

$$\xrightarrow[m=۵۰kg]{a=\frac{F_{net}}{m}} a = ۲t - ۴ \Rightarrow \begin{cases} t = ۳s \rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲} \xrightarrow{\text{فرض شتاب ثابت}} \Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + \cancel{v_۰t} = \frac{۱}{۲}(۲)(۱^۲) = ۱m \\ t = ۴s \rightarrow a = ۴\frac{m}{s^۲} \xrightarrow{\text{فرض شتاب ثابت}} \Delta x = \frac{۱}{۲}(۴)(۱^۲) = ۲m \end{cases}$$

جابه‌جایی واقعی جعبه، بین دو مقدار به دست آمده است:

$$\Rightarrow ۱ < d < ۲$$

---

۶۱ **گزینه ۳**

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho_A}} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{F_B}{F_A} \times \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{A_A}{A_B}} \Rightarrow \frac{v_B}{۱۰۰} = \sqrt{۱ \times ۱ \times ۴} \Rightarrow v_B = ۲۰۰\frac{m}{s}$$

---

۶۲ **گزینه ۲** ابتدا ثابت فنر را به‌دست می‌آوریم. با توجه به تعادل فنر در راستای قائم، داریم:

$$F_{net} = ۰ \rightarrow F_e = mg \xrightarrow{F_e=kx} k \times ۲٫۵ \times ۱۰^{-۲} = ۰٫۲ \times ۱۰ \Rightarrow k = ۸۰ \frac{N}{m}$$

بیشینهٔ انرژی جنبشی برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر است:

$$K_{max} = E = \frac{۱}{۲} kA^۲ \Rightarrow K_{max} = \frac{۱}{۲} \times ۸۰ \times (۰٫۰۲)^۲ = ۱۶ \times ۱۰^{-۳} J = ۱۶ mJ$$

---

۶۳ گزینه ۱

$$۴۵ \frac{\text{دور}}{\text{دقیقه}} \times \frac{(۲\pi)\ rad}{۱\ \text{دور}} \times \frac{۱\ \text{دقیقه}}{۶۰ s} = \frac{۹۰\pi}{۶۰} = \frac{۳\pi}{۲}\ \frac{rad}{s}$$

---

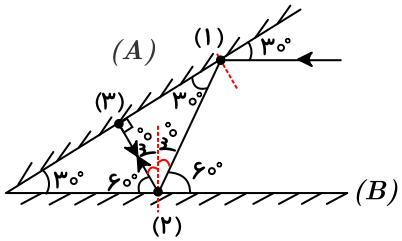
۶۴ گزینه ۳ با توجه به اینکه محیط‌های اول و آخر یکسان هستند، پرتوهای ورودی و خروجی با هم موازی خواهند بود (رد گزینه‌های (۱) و (۴)).

از طرفی با توجه به تفاوت در ضریب شکست شیشه برای طول موج‌های مختلف، پرتوها در داخل شیشه از هم جدا می‌شوند. (رد گزینهٔ (۲))

---

۶۵ گزینه ۴ زاویهٔ تابش، زاویهٔ پرتوی بازتاب‌شده و خط عمود است. مسیر حرکت پرتو را رسم می‌کنیم:

دومین برخورد به آینهٔ (A) به صورت عمود بر سطح آینه است. پس زاویهٔ تابش صفر است.



---

۶۶ گزینه ۱

t	شکل تار
$۰, T$	
$\frac{T}{۴}, \frac{۵T}{۴}$	
$\frac{T}{۲}, \frac{۳T}{۲}$	
$\frac{۳T}{۴}, \frac{۷T}{۴}$	

$$t = \frac{۷}{۴f} = \frac{۷}{۴} T$$

---

۶۷ گزینه ۱ سومین خط مربوط به رشتهٔ n'، مربوط به الکترونی است که از تراز $n' + ۳$ به تراز n' رفته است:

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}) \rightarrow \frac{۱}{۱۲۰۰} = \frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{(n'+۳)^۲})$$

$$\frac{۱}{۱۲} = \frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{(n'+۳)^۲}$$

می‌توان این معادلهٔ درجه ۲ را حل کرد، اما بهتر است با امتحان گزینه‌ها، پاسخ درست را به‌دست بیاوریم:

$n' = ۳ \rightarrow \frac{۱}{۱۲} = \frac{۱}{۹} - \frac{۱}{۳۶} \Rightarrow \frac{۱}{۱۲} = \frac{۴-۱}{۳۶} = \frac{۳}{۳۶}$ ✓ $\Rightarrow$ این طول موج مربوط به رشتهٔ پاشن است.

---

۶۸ گزینه ۲

$$K_{max} = \frac{hc}{\lambda} - W_۰ \Rightarrow K_{max} = \frac{۱۲۴۰}{۲۴۸} - ۴٫۵۵ = ۰٫۴۵ eV$$

$$\Rightarrow K_{max} = ۰٫۴۵ \times ۱٫۶ \times ۱۰^{-۱۹} = ۷٫۲ \times ۱۰^{-۲۰}$$

$$K_{max} = \frac{۱}{۲} m v_{max}^۲ \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{۲K_{max}}{m}} = \sqrt{\frac{۱۴٫۴ \times ۱۰^{-۲۰}}{۹ \times ۱۰^{-۳۱}}} = \frac{۱۲}{۳} \times ۱۰^۵ = ۴ \times ۱۰^۵ \frac{m}{s}$$

---

۶۹ **گزینه ۴**

$$N=\frac{N_{\circ}}{۲^n}\Rightarrow\frac{۱}{۱۶}N_{\circ}=\frac{N_{\circ}}{۲^n}\Rightarrow ۲^n=۱۶\Rightarrow n=۴$$

$$n=\frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}\Rightarrow ۴=\frac{۸}{T_{\frac{۱}{۲}}}\Rightarrow T_{\frac{۱}{۲}}=۲h$$

---

۷۰ **گزینه ۱** چون α و پوزیترون هر دو بار مثبت دارند، پس طبق قانون دست راست هر دو به چپ منحرف می‌شوند.

---

۷۱ **گزینه ۱** از آن‌جا که در $_{۳۴}X_{۲}$، ۳۰ ذرهٔ بدون بار (نوترون) وجود دارد، عددجرمی $X_{۲}$ برابر **۵۴** می‌باشد.

displaystyle \left.\begin{array}X_{1}^{3+}:n-e=7\\ e=p-3\xrightarrow {p=24}e=21\end{array}\right\} n-21=7\Rightarrow n=28\

درنتیجه عدد جرمی $X_{۱}$ برابر **۵۲** می‌باشد.

درصد فراوانی $X_{۱}$ را با $F_{۱}$ و درصد فراوانی $X_{۲}$ را با $F_{۲}$ نشان می‌دهیم:

$$\left.\begin{array}{l}F_{۱}+F_{۲}=۱۰۰\\ F_{۱}-F_{۲}=۸۰\end{array}\right\}\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}F_{۱}=۹۰\\ F_{۲}=۱۰\end{array}\right.$$

$$X\text{ جرم اتمی میانگین}=\frac{X_{۱}F_{۱}+X_{۲}F_{۲}}{F_{۱}+F_{۲}}=\frac{۵۲(۹۰)+۵۴(۱۰)}{۱۰۰}=۵۲٫۲g$$

پس جرم مولی XO برابر **۶۸٫۲** گرم بر مول خواهد بود.

---

۷۲ **گزینه ۱** با توجه به جدول عناصر سازندهٔ سیاره‌ها در کتاب شیمی دهم، عنصر گوگرد در سیاره مشتری از زمین کمتر است.

۱) درصد فراوانی گوگرد در زمین بیشتر از مشتری است.

۲) تنها گوگرد و اکسیژن بین **۲** سیاره مشترک هستند.

۳) سومین عنصر فراوان در زمین Si (شبه‌فلز) و در مشتری C (نافلز) است.

---

۷۳ **گزینه ۲** اتم مورد نظر سؤال، $_{۳۴}Se$ آرایش الکترونی مطابق شکل زیر دارد.

$$_{۳۴}Se:[_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰}/۴s^{۲}۴p^{۴}$$

در نتیجه تعداد الکترون‌های دارای $n=۴$، برابر تعداد الکترون‌ها در زیرلایهٔ $۴s$ و $۴p$ است که مجموع آن **۶** الکترون است. پاسخ سؤال، گزینه‌ای است که نصف این مقدار الکترون ظرفیتی داشته باشد. (**۳** الکترون ظرفیت)

$$_{۲۰}A:[_{۱۸}Ar]/\boxed{۴s^{۲}}\rightarrow ۲\text{الکترون ظرفیت}$$

$$_{۳۱}X:[_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰}/\boxed{۴s^{۲}۴p^{۱}}\rightarrow ۳\text{الکترون ظرفیت}$$

$$_{۱۴}D:[_{۱۰}Ne]/\boxed{۳s^{۲}۳p^{۲}}\rightarrow ۴\text{الکترون ظرفیت}$$

$$_{۳۳}M:[_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰}/\boxed{۴s^{۲}۴p^{۳}}\rightarrow ۵\text{الکترون ظرفیت}$$

---

۷۴ **گزینه ۳**

$$۲Al+۳H_{۲}SO_{۴}\rightarrow Al_{۲}(SO_{۴})_{۳}+\underline{۳H_{۲}}$$

$$\underline{H_{۲}}+\underbrace{Cl_{۲}}_{۸٫۹۶\ L}\rightarrow ۲HCl$$

$$gr\ Al\Rightarrow ۸٫۹۶\ L\ Cl_{۲}\times\frac{۱\ mol}{۲۲٫۴\ L}\times\frac{۱\ mol\ H_{۲}}{۱\ mol\ Cl_{۲}}\times\frac{۲\ mol\ Al}{۳\ mol\ H_{۲}}\times\frac{۲۷\ gr\ Al}{۱\ mol}=۷٫۲\ gr$$

---

۷۵ **گزینه ۱** ساختار لوئیس ترکیب‌های نام‌برده در گزینه‌ها به صورت زیر است:

جفت ناپیوندی: ۶ — پیوند دوگانه: ۱

جفت ناپیوندی: ۴ — پیوند دوگانه: ۲

جفت ناپیوندی: ۶ — پیوند دوگانه: ۱

جفت ناپیوندی: ۸ — پیوند دوگانه: ۱

در نتیجه گزینهٔ **۱** صحیح است.

---

۷۶ گزینه ۳

$$C_۴H_nO_۲(l)+O_۲(g)\longrightarrow CO_۲(g)+H_۲O(g)$$
$$\xrightarrow{\text{موازنه}} C_۴H_nO_۲(l)+xO_۲(g)\longrightarrow ۴CO_۲(g)+\frac{n}{۲}H_۲O(g)$$
$$O: ۲+۲x=۴\times ۲+\frac{n}{۲}\rightarrow ۲x=۸+\frac{n}{۲}-۲=۶+\frac{n}{۲}\rightarrow x=۳+\frac{n}{۴}$$
$$\longrightarrow C_۴H_nO_۲(l)+(۳+\frac{n}{۴})O_۲(g)\longrightarrow ۴CO_۲(g)+\frac{n}{۲}H_۲O(g)$$
$$۰/۳molC_۴H_nO_۲\times\frac{۳+\frac{n}{۴}molO_۲}{۱molC_۴H_nO_۲}\times\frac{۳۲gO_۲}{۱molO_۲}=۴۸gO_۲\rightarrow ۳+\frac{n}{۴}=\frac{\cancel{۴۸}^{۴}\times\cancel{۱۰}^{۵}}{\underset{۱}{\cancel{۳}^{۳}}\times\underset{۲}{\cancel{۳۲}^{۳۲}}}=۵$$
$$\longrightarrow\frac{n}{۴}=۲\rightarrow n=۸$$

---

۷۷ گزینه ۳

$$۱/۲=\text{چگالی محلول اولیه}X\Rightarrow\text{جرم محلول اولیه}=V\times\rho=۵۰۰\times ۱/۲=۶۰۰g$$
$$M=\frac{n}{V}\rightarrow ۲=\frac{n}{۰/۵}\rightarrow n=۱\ mol=۴۰\ g\ NaOH$$
$$۵=\frac{۴۰}{\text{جرم محلول}\ m}\times ۱۰۰\rightarrow m=۸۰۰g\rightarrow ۸۰۰-۶۰۰=۲۰۰g$$

---

۷۸ گزینه ۴ بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ **۱)** نادرست؛ بار الکترونی یک یون چند اتمی برای تمام یون است و به اتم‌های سازنده آن یون مربوط نمی‌شود.

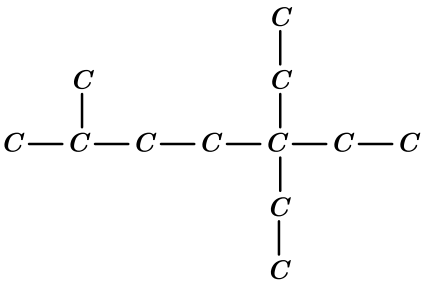
گزینهٔ **۲)** نادرست؛ به یون‌های سازنده تقسیم می‌شوند.

گزینهٔ **۳)** نادرست؛ حداقل شماره ذره‌های محلول **۲** برابر خود ترکیب‌های یونی است.

---

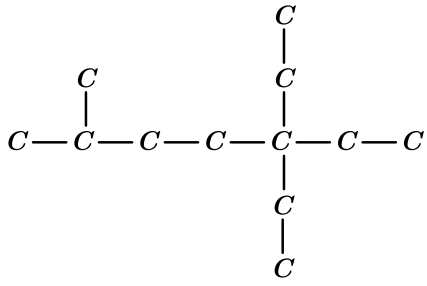
۷۹ گزینه ۳ بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ **۱)** **۵،۵-دی‌اتیل-۲-متیل هپتان**



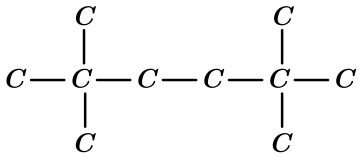
۵ گروه $CH_۲$ دارد.

گزینهٔ **۲)** **۵،۵-دی‌اتیل-۲-متیل هپتان**



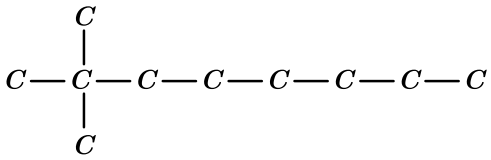
۵ گروه $CH_۲$ دارد.

گزینهٔ ۳) ۵،۵،۲،۲- تترا متیل هگزان



۲ گروه $CH_۲$

گزینهٔ ۴) ۲،۲- دی متیل اکتان



۵ گروه $CH_۲$ دارد.

---

۸۰ گزینه ۱

نکته: برای اینکه بتوان به‌طور مستقیم واکنش I را به II وصل کرد باید ضریب $O_۲$ و $CO_۲$ دو واکنش را یکسان کرد.

معادلهٔ اول بعد از موازنه در ۲ ضرب شود.

$$۴KMnO_۲ \rightarrow ۲K_۲MnO_۴ + ۲MnO_۲ + ۲O_۲$$

$$۳FeCO_۳ \rightarrow ۲Fe_۳O_۴ + ۲CO_۲ + ۱CO$$

$$۶۳٫۲\ grKMnO_۲ \times \frac{۱}{۴ \times ۱٫۵۸\frac{g}{mol}} \times \underbrace{\frac{۲P}{۱۰۰}}_{\text{درصد خلوص}} \times \underbrace{\frac{R}{۱۰۰}}_{\text{بازده درصدی}} = x\ grFeCO_۳ \times \frac{۱}{۱۱۶ \times ۳} \times \frac{P}{۱۰۰} \times \frac{۱٫۲R}{۱۰۰} \Rightarrow x = ۵۸g$$

---

۸۱ گزینه ۴ گزینهٔ ۱)

تغییرات تعداد $A_۲$ در شکل در مدت زمان ۲۰ تا ۳۰ ثانیه برابر ۱ است.

$$R = \frac{۱ \times ۰٫۰۵\ mol\ A_۲}{۲L \times ۱۰s} = ۲٫۵ \times ۱۰^{-۳}$$

گزینهٔ ۲)

t	$A_۲$	$X_۲$	$AX_۲$
۱۰	۳	۶	۶
۲۰	۱	۲	۱۰
۳۰	۰	۰	۱۲

$$۱A_۲ + ۲X_۲ \rightarrow ۲AX_۲$$

گزینهٔ ۳)

$$\frac{۲ \times ۰٫۰۵\ mol\ A_۲}{۱ \times ۰٫۰۵\ mol\ A_۲} = ۲$$

گزینهٔ ۴) کاملاً برعکس، سرعت واکنش کم می‌شود.

---

۸۲ گزینه ۳ پاسخ درست گزینهٔ ۳ ← متان - بی‌هوازی

---

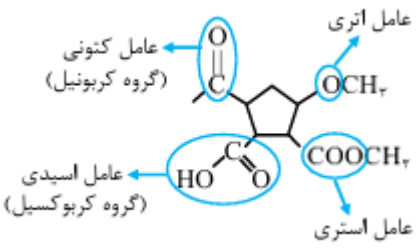
۸۳ گزینه ۳ منبع بزرگ پلاستیکی (تانکر) آب مربوط به پلی‌اتن سنگین است.

کِولار که نوعی پلی‌آمید ساختگی است در تهیهٔ تایر اتومبیل به کار می‌رود.

---

۸۴ گزینه ۳

این ترکیب دارای گروه‌های عاملی زیر است:

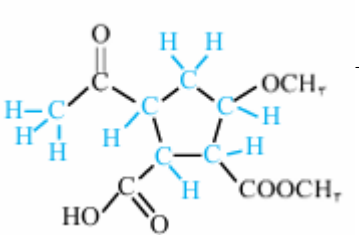


پس گزینه ۲ و ۴ رد می‌شوند.

بین گزینه ۱ و ۳ بررسی عبارت «ت» راحت‌تر از عبارت «پ» است:

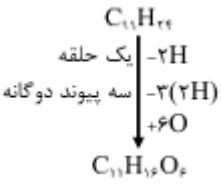
استون (پروپانون) $H_۳C - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - CH_۳$ هیدروژن متصل به O ندارد پس توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی ندارد.

اما بررسی عبارت «پ»، روش اول:



فرمول مولکولی : $C_{۱۱}H_{۱۶}O_۶$ ←

روش دوم: از فرمول آلکان هم‌کربن کمک بگیرید:



---

۸۵ گزینه ۱

$C_n + H_{۲n+۱} - \overset{O}{\overset{\|}{C}} - ONa$ صابون جامد $\rightarrow C_{۱۷}H_{۳۵}COONa$

$C_nH_{۲n+۱} - C_۶H_۴ - SO_۳Na$ غیرصابونی

$۲n + ۱ - ۴ = ۳۱ \rightarrow ۲n = ۳۴ \rightarrow n = ۱۷$

جرم مولی صابون $= ۱۷(۱۲) + ۳۵ + ۱۲ + ۳۲ + ۲۳ = ۳۰۶g$

---

۸۶ گزینه ۲ حالت اول:

$\overset{\alpha=۰/۱}{\Longrightarrow} [H^+] = [A^-] = ۰/۱C_۰$ ($C_۰$غلظت اولیهٔ اسیدHAاست)

$[HA] = C_۰ - ۰/۱C_۰ = ۰/۹C_۰$

$\Rightarrow K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{۰/۱C_۰ \times ۰/۱C_۰}{۰/۹C_۰} = \frac{۰/۰۱}{۰/۹}C_۰ = ۱۰^{-۳} \Rightarrow C_۰ = ۰/۰۹M$

حالت دوم:

$\alpha_۲ = ۲\alpha_۱ = ۲ \times ۰/۱ = ۰/۲ \Rightarrow [H^+] = [A^-] = ۰/۲C'_۰ [HA] = C'_۰ - ۰/۲C'_۰ = ۰/۸C'_۰$

$\Rightarrow K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{۰/۲C'_۰ \times ۰/۲C'_۰}{۰/۸C'_۰} = \frac{۰/۰۴}{۰/۸}C'_۰ = ۱۰^{-۳} \Rightarrow C'_۰ = ۰/۰۲M$

$C_۱V_۱ = C_۲V_۲ \Rightarrow ۰/۰۹M \times ۲۵۰mL = ۰/۰۲M \times V_۲ \Rightarrow V_۲ = ۱۱۲۵mL$

$\Rightarrow \Delta V = V_۲ - V_۱ = ۱۱۲۵ - ۲۵۰ = ۸۷۵mL$

بنابراین گزینهٔ **۲** صحیح است.

---

۸۷ گزینه ۱ در واکنش اسید قوی و باز قوی، یون‌های H^+ و OH^- تا جای ممکن واکنش می‌دهند و Na^+ از سدیم هیدروکسید و Cl^- از HCl، واکنشی نداده و محلول در آب هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ **۲**: pH تابعی از غلظت $H^+(aq)$ است و $[H^+]$ برابر حاصل‌ضرب غلظت اولیه اسید در درجهٔ یونش اسید است. در نتیجه بدون دانستن غلظت اولیه دو اسید نمی‌توان نتیجه‌گیری کرد.

گزینهٔ **۳**: اگر pH محلول DOH یک واحد بیشتر از pH محلول AOH باشد، غلظت یون OH^- در محلول AOH، $\frac{۱}{۱۰}$ برابر غلظت آن در محلول DOH است.

گزینهٔ **۴**: شمار یون‌ها به غلظت اولیهٔ باز نیز مربوط است. همچنین سرعت تعادل ارتباطی با میزان قدرت باز ندارد.

---

۸۸ گزینه ۱

	$DOH(aq)$	$\rightleftharpoons$	$D^+(aq)$	$+$	$OH^-(aq)$
اولیه :	۰٫۱		$-$		$-$
تغییر :	$-x$		$+x$		$+x$
نهایی :	۰٫۱ $-x$		x		x

$$[DOH]_{\text{اولیه}} = \frac{۴۰\ gDOH \times \frac{۱molDOH}{۲۰۰gDOH}}{۲L} = ۰٫۱M$$

$$[OH^-]_{\text{موردانتظار}} = [DOH]_{\text{اولیه}} \times \alpha = ۰٫۱ \times ۰٫۰۱ = ۱۰^{-۳}\ M$$

$$\text{درصدDOHحل‌شده} = \frac{[DOH]_{\text{حل‌شده}}}{[DOH]_{\text{موردانتظار}}} \times ۱۰۰ \xrightarrow[\times\alpha]{\text{صورت و مخرج}} \text{درصدDOHحل‌شده} = \frac{[OH^-]_{\text{محلول}}}{[OH^-]_{\text{موردانتظار}}} \times ۱۰۰$$

$$pH = ۱۰٫۳ \xrightarrow{\log ۵ = ۰٫۷} [H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۱۰٫۳} = ۱۰^{-۱۱} \times ۱۰^{۰٫۷} = ۵ \times ۱۰^{-۱۱}$$

$$[H^+][OH^-] = ۱۰^{-۱۴}M \longrightarrow [OH^-]_{\text{محلول}} = x = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۵ \times ۱۰^{-۱۱}} = ۲ \times ۱۰^{-۴}M$$

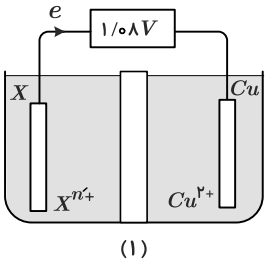
$$\longrightarrow \text{درصدDOHحل شده} = \frac{[OH^-]_{\text{محلول}}}{[OH^-]_{\text{مورد انتظار}}} \times ۱۰۰ = \frac{۲ \times ۱۰^{-۴}M}{۱۰^{-۳}M} \times ۱۰۰ = ۲۰\%$$

$$۵۰۰mL\text{در}H^+\text{شمار مول های} = ۵۰۰mL \times \frac{۵ \times ۱۰^{-۱۱}molH^+}{۱۰۰۰mL} = ۲٫۵ \times ۱۰^{-۱۱}$$

۸۹ گزینه ۴

$$\left.\begin{array}{ll} \text{قدرت کاهندگی} : & Sn > Cu \\ \text{قدرت اکسندگی} : & Sn^{۲+} < Cu^{۲+} \end{array}\right\} \rightarrow \text{کاهندگی} : \ x > Sn > Cu > y \quad E : x < Sn < Cu < y$$

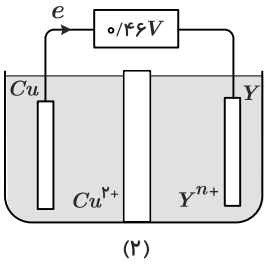
مورد **۱** نادرست است



(۱)

$$۰٫۳۴ - E^\circ_x = ۱٫۰۸ \rightarrow E^\circ_x = -۰٫۷۴$$

مورد **۲** نادرست است



(۲)

$$E^\circ_y - ۰٫۳۴ = ۰٫۴۶ \rightarrow E^\circ_y = ۰٫۸$$

$$\text{قدرت اکسندگی} : x^{n'+} < Sn^{۲+} < Cu^{۲+} < y^{n+}$$

مورد **۳** نادرست - نیم‌سلول **۱** تغییر نمی‌کند.

$$\text{مورد دوم}\ ۰٫۸ - (۰٫۷۴) = ۱٫۵۴$$

مورد **۴** درست است. مول e برابر ← مول مس برابر

۹۰ گزینه ۱ تعداد الکترون‌های زیرلایهٔ $۳d$ در X، با تعداد الکترون‌های زیرلایهٔ $۳p$ در Y برابر است.

گزینهٔ **۱**: نادرست؛ Y نافلز جامد سفیدرنگ است؛ در نتیجه Y فسفر است و آرایش الکترونی آن در لایهٔ آخر $۳s^۲۳p^۳$ است، پس X باید **۱** الکترون در بیرونی‌ترین زیرلایه داشته باشد درحالی‌که آرایش الکترونی آن مطابق زیر است:

$$_{۲۳}X : [_{۱۸}Ar]۳d^۳/\boxed{۴s^۲}$$

و در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ خود، **۲** الکترون دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ **۲**:

$X = {}_{۲۵}Mn \quad {}_{۲۵}Mn : [{}_{۱۸}Ar]۳d^{۵}/۴s^{۲} \rightarrow ۳d$ در **۵** الکترون

$\Rightarrow {}_{۱۷}Y : [{}_{۱۰}Ne]/۳s^{۲}۳p^{۵} \Rightarrow {}_{۱۷}Y = {}_{۱۷}Cl \rightarrow$ به آرامی با هیدروژن در دمای اتاق واکنش می‌دهد

گزینهٔ **۳**:

$Y = {}_{۱۵}P \Rightarrow {}_{۱۵}P : [{}_{۱۰}Ne]/۳s^{۲}۳p^{۳} \Rightarrow {}_{۲۳}X : [{}_{۱۸}Ar] \quad \underbrace{۳d^{۳}/۴s^{۲}}_{\text{۵ الکترون ظرفیت}}$

در نتیجه بزرگ‌ترین عدد اکسایش اتم X در ترکیب‌های آن $+$**۵** است.

گزینهٔ **۴**:

$Y =$ گاز نجیب $\Rightarrow {}_{۱۸}Y : [{}_{۱۰}Ne]/۳s^{۲}۳p^{۶} \Rightarrow$

$\Rightarrow {}_{۲۶}X : ۱s^{۲}/۲s^{۲}۲p^{۶}/\underbrace{۳s^{۲}۳p^{۶}۳d^{۶}}_{\text{۱۴ الکترون}}/۴s^{۲}$

---

۹۱ **گزینه ۲** در نمونه اول خاک رس مقدار **۳۶** گرم $SiO_۲$ و **۱۰** گرم $H_۲O$ در **۱۰۰** گرم کل نمونه وجود دارد.

$\%H_۲O$ در نمونه جدید $= ۲۰ = \frac{۱۰ + x}{۱۰۰ + x} \times ۱۰۰ \rightarrow x = ۱۲٫۵g$

$\%SiO_۲$ در نمونه جدید $= \frac{۳۶}{۱۱۲٫۵} \times ۱۰۰ = \%۳۲$

---

۹۲ **گزینه ۴** الف) درست

ب) جامد مولکولی: آرایش منظم مولکول‌ها در **۳** بُعد است.

ج) درست

د) جامد یونی: چینش **۳** بُعدی از یون‌های مثبت و منفی است.

---

۹۳ **گزینه ۱**

$K = \frac{[NO_۲]^{۲}}{[NO]^{۲}[O_۲]} \quad mol\ NO_۲ = x \qquad K = \frac{x^{۲}}{x^{۳} \times \frac{۱}{۵}} = \frac{۱}{۲} \rightarrow x = ۱۰$

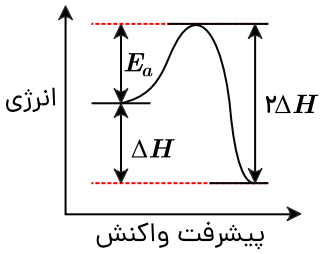
	$۲NO$	$+$	$O_۲$	$\rightleftharpoons$	$۲NO_۲$
مقدار اولیه	۱۰		۱۰		۱۰
پس از تعادل	$\frac{۱۰ - ۲a}{۶}$		$\frac{۱۰ - a}{۸}$		$\frac{۱۰ + ۲a}{۱۴}$

$\rightarrow ۱۰ + ۲a = ۲۰ - ۳a \rightarrow a = ۲$

$K_{\text{جدید}} = \frac{۱۴^{۲}}{۶^{۲} \times ۸ \times \frac{۱}{۵}} \simeq ۳٫۴$

---

۹۴ **گزینه ۳**



واکنش گرماده است؛ در نتیجه فراورده‌ها پایین‌تر از واکنش‌دهنده‌ها قرار می‌گیرند.

فاصلهٔ بین سطح انرژی قله با سطح انرژی فراورده، برابر با $۲\Delta H$ است؛ که مطابق شکل درمی‌یابیم مجموع مقدار انرژی فعال‌سازی (E_a) و ΔH، برابر این مقدار $(۲\Delta H)$ است. پس نتیجه می‌گیریم:

$|\Delta H| = E_a \leftarrow ۲|\Delta H| = |\Delta H| + E_a$

در سؤال گفته شده $E_a = ۶۰kJ$ است؛ پس $\Delta H = -۶۰kJ$ است.

---

۹۵ **گزینه ۴** **۲** حالت ممکن است:

حالت اول) واکنش گرماگیر است و با افزایش دما واکنش به سمت تولید فراورده‌ها حرکت می‌کند. برای هم‌جهت بودن اثر افزایش حجم، تعداد مول‌های فراورده باید بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها باشد.

حالت دوم) مشابه تحلیل حالت اول، واکنش گرماده و با کاهش تعداد مول در جهت رفت همراه است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ **۱**: این گزینه خلاف تحلیل بالاست.

گزینهٔ **۲**: این گزینه برخلاف تحلیل بالاست.

گزینهٔ **۳**: اگر با افزایش دما ثابت تعادل بزرگ‌تر شود، یعنی واکنش گرماگیر است؛ در نتیجه با افزایش حجم طبق فرض سؤال، تعادل در جهت تولید فراورده‌ها و افزایش پیشرفت واکنش حرکت می‌کند.

گزینهٔ **۴**: اگر با افزایش دما، ثابت تعادل کوچک‌تر شود، یعنی واکنش گرماده است و طبق فرض سؤال تعداد مول‌های گازی در جهت رفت کمتر می‌شود؛ در نتیجه کاهش حجم ظرف، تعادل را به سمتی جابه‌جا می‌کند که مول گازی کمتری داشته باشد که در جهت پیشرفت واکنش به سمت رفت است و درصد مولی فراورده‌ها افزایش می‌یابد.

---

۹۶ **گزینه ۲** روش اول:

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم (به کمک مجهول‌ها)

$$xHNO_3(aq) + yH_2S(g) \rightarrow yS(s) + xNO(g) + zH_2O(l)$$

$$H\text{موازنه}: x + 2y = 2z$$

$$O\text{موازنه}: 3x = x + z$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} x + 2y = 2z \\ 3x = x + z \Rightarrow 2x = z \end{matrix} \Rightarrow x + 2y = 4x \Rightarrow 3x = 2y$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2HNO_3(aq) + 3H_2S(g) \rightarrow 3S(s) + 2NO(g) + 4H_2O(l)$$

روش دوم:

موازنه به روش وارسی:

$$\boxed{1}\, HNO_3(aq) + H_2S(g) \rightarrow S(s) + \boxed{1}\, NO(g) + H_2O(l) \quad : N \text{ موازنه}$$

$$1HNO_3(aq) + H_2S(g) \rightarrow S(s) + 1NO(g) + \boxed{2}\, H_2O(l) \quad : O \text{ موازنه}$$

$$1HNO_3(aq) + \boxed{\frac{3}{2}}\, H_2S(g) \rightarrow \boxed{\frac{3}{2}}\, S(s) + 1NO(g) + 2H_2O(l) \quad : H\text{و}S \text{ موازنه}$$

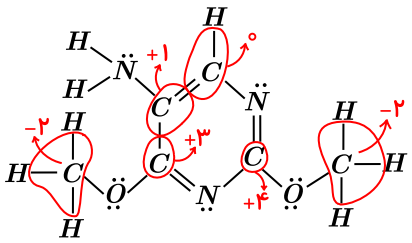
$$\xrightarrow{\times 2} 2HNO_3(aq) + 3H_2S(g) \rightarrow 3S(s) + 2NO(g) + 4H_2O(l)$$

تنها فرآوردهٔ گازی، NO است.

$$10/2gH_2S \times \frac{1molH_2S}{34gH_2S} \times \frac{2molNO}{3molH_2S} \times \frac{\text{عملی}75molNO}{\text{نظری}100molNO} \times \frac{24L}{1molNO} = 3/6L$$

---

۹۷ **گزینه ۴** ساختار لوئیس ترکیب:



شمار اتم‌های با عدد اکسایش مثبت **۳** عدد است و شمار اتم‌های با عدد اکسایش منفی **۲** عدد است پس گزینهٔ **۴** صحیح می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ **۱**: در ترکیب گروه عاملی آمیدی ($-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-\overset{\overset{\cdot\cdot}{|}}{N}-$) وجود ندارد. و تمامی نیتروژن‌ها گروه عاملی آمینی و اکسیژن‌ها گروه عاملی اتری دارند.

گزینهٔ **۲**: **۴** اتم کربن از **۶** اتم کربن با اکسیژن پیوند دارند که $\frac{2}{3}$ تعداد آنهاست.

گزینهٔ **۳**: برای محاسبهٔ سریع باید تعداد ظرفیت اتم‌ها را جمع و بر **۲** تقسیم کنیم و به ازای هر پیوند دوگانه **۲** پیوند و به ازای هر پیوند سه‌گانه، **۳** پیوند از تعداد پیوندها کم کنیم.

$$\text{تعداد جفت الکترون‌های پیوندی} = \frac{H\text{تعداد} \times ۱ + O\text{تعداد} \times ۲ + N\text{تعداد} \times ۳ + C\text{تعداد} \times ۴}{۲} = \frac{۹ + ۴ + ۹ + ۲۴}{۲}$$

$$= ۲۳ \Rightarrow \text{تعداد پیوندهای یگانه} = \text{تعداد جفت الکترون‌های پیوندی} - \text{تعداد پیوندهای دوگانه} \times ۲ = ۲۳ - ۲ \times ۳ = ۱۷$$

---

۹۸ **گزینه ۳** بررسی عبارت‌ها:

الف) قوی‌ترین نافلز گروه **۱۶** $\longleftarrow {}_{۸}O$ و قوی‌ترین فلز دورهٔ دوم $\longleftarrow {}_{۳}Li$ $\longleftarrow ۸ - ۳ = ۵$ ← نادرست

ب) قوی‌ترین نافلز جامد دورهٔ سوم $\longleftarrow {}_{۱۶}S$ و نخستین عنصر واسطهٔ دورهٔ چهارم $\longleftarrow {}_{۲۱}Sc$ $\longleftarrow ۲۱ - ۱۶ = ۵$ ← درست

ج) نخستین شبه‌فلز گروه **۱۴** $\longleftarrow {}_{۱۴}Si$ و دومین نافلز دورهٔ سوم $\longleftarrow {}_{۱۶}S$ $\longleftarrow$ یک عنصر میان آنهاست ← نادرست

د) نافلز مایع دورهٔ چهارم، ${}_{۳۵}Br$ است. آرایش ${}_{۳۵}Br$ به صورت زیر است:

$${}_{۳۵}Br : [Ar]۳d^{۱۰} \quad \underbrace{۴s^{۲}۴p^{۵}}_{\text{الکترون‌های ظرفیت}}$$

$n+l$	l	n	تعداد الکترون‌ها	زیرلایه
۴	۰	۴	۲	$۴s$
۵	۱	۴	۵	$۴p$

$$\text{مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های ظرفیت} = \sum \text{تعداد} \times (n+l) = ۲ \times ۴ + ۵ \times ۵ = ۳۳$$

۳۳ عدد اتمی عنصر As در گروه **۱۵** جدول تناوبی است ← درست

---

۹۹ **گزینه ۴** وجود **۱۲** الکترون در زیرلایهٔ p به معنی پر بودن زیرلایه‌های $۲p$ و $۳p$ می‌باشد. در صورتی که بیرونی‌ترین زیرلایهٔ این عنصر $ns^{۲}$ باشد، آرایش‌های الکترونی احتمالی به صورت زیر می‌باشد:

$$A : ۱s^{۲}/۲s^{۲}۲p^{۶}/۳s^{۲}۳p^{۶}/۴s^{۲}$$

یا

$$A : ۱s^{۲}/۲s^{۲}۲p^{۶}/۳s^{۲}۳p^{۶}۳d^{n}/۴s^{۲}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ **۱**) در صورتی که عنصر A یک عنصر واسطه باشد (آرایش الکترونی دوم) این گزینه صحیح است.

گزینهٔ **۲**) $l = ۰ \longleftarrow s \longleftarrow$ حاوی **۸** الکترون ← در صورتی که $۳d$ دارای **۸** الکترون باشد، این گزینه صحیح خواهد بود.

گزینهٔ **۳**) صحیح. مثال: عنصر آهن $\longleftarrow FeCl_{۲}$, $FeCl_{۳}$

گزینهٔ **۴**) $l = ۰ \longleftarrow s \longleftarrow$ حاوی **۸** الکترون $\longleftarrow$ عنصر با آرایش الکترونی $۴s^{۲}۳d^{۴}$ وجود ندارد. زیرا آرایش $d^{۴}$ پایدار نیست.

---

۱۰۰ **گزینه ۲** گاز هیدروژن فقط با ترکیب سیرنشده پروپین واکنش می‌دهد و متان وارد واکنش نمی‌شود.

$$\left.\begin{matrix}(CH_۴)\text{متان} \to xg \\ (C_۳H_۴)\text{پروپین} \to yg\end{matrix}\right\} \to x+y=۳۲g$$

واکنش انجام شده : $C_۳H_۴(g)+۲H_۲(g)\to C_۳H_۸(g)$

افزایش جرم(جرمH) : $\frac{۷/۵}{۱۰۰}\times ۳۲=۲/۴g \to yg\ C_۳H_۴\times\frac{۱mol\ C_۳H_۴}{۴۰gC_۳H_۴}\times\frac{\text{افزایش جرم}\ ۴g}{۱mol\ C_۳H_۴}=۲/۴g$

$$\longrightarrow y=\frac{۲۴\times ۴۰}{۱۰\times ۴}=۲۴g \to x=۳۲-۲۴g=۸gCH_۴$$

$$\longrightarrow \text{غلظت مولی}\ CH_۴ : \frac{۸gCH_۴\times\frac{۱molCH_۴}{۱۶gCH_۴}}{۲L}=۰/۲۵\frac{mol}{L}$$