سروش اندیشه
مؤسسه فرهنگی هنری

کد آزمون ۱۳۲۵

شماره داوطلب

نام خانوادگی و نام

\- - -

خراسان رضوی

شهر

0513845369O

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی موسسه سروش اندیشه حیات

۱۴۰۵/۰۳/۰۷

پاسخنامه آزمون شبیه ساز کنکور

گروه آزمایشی علوم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۱۱۰عدد	مدت پاسخگویی: ۱۵۰دقیقه

عنوان مواد امتحانی تعداد،شماره سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۵	۷۶	۱۱۰	۳۵ دقیقه

برای مشاهده پاسخنامه آزمون به سایت موسسه مراجعه نمایید

پاسخنامه تشریحی

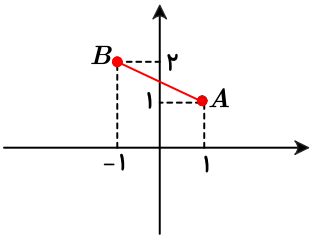
۱ - گزینه ۱ تابع $\log_{۷}^{x}$ به اندازهٔ **۷** واحد در راستای محور xها به چپ رفته است، پس:

$$x - ۴b = x + ۷ \to b = \frac{-۷}{۴}$$

در ضمن $h(۰) = ۰$،

$$h(۰) = ۰ \to a + \log_{۷}(۷) = ۰ \to a = -۱$$
$$\to \frac{a}{b} = \frac{۴}{۷}$$

۲ - گزینه ۳



می‌دانیم آنچه در طول پاره‌خط در اثر انتقال خطی تأثیر دارد انبساط یا انقباض در راستای افقی یا عمودی می‌باشد. در این تست کافی است فقط ضریب **۲** در راستای افقی و عمودی را اعمال کنیم:

$$f(x) \xrightarrow[\text{در راستای افقی}]{\text{با ضریب۲منبسط}} f(\frac{x}{۲}) \xrightarrow[\text{در راستای عمودی}]{\text{با ضریب۲ منبسط}} ۲f(\frac{x}{۲})$$

$$A\begin{vmatrix} ۱ \\ ۱ \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{دو برابر}]{x\text{ها و }y\text{ ها}} A'\begin{vmatrix} ۲ \\ ۲ \end{vmatrix}$$

$$B\begin{vmatrix} -۱ \\ ۲ \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{دو برابر}]{x\text{ها و }y\text{ ها}} B'\begin{vmatrix} -۲ \\ ۴ \end{vmatrix}$$

$$A'B' = \sqrt{(۲-(-۲))^۲ + (۲-۴)^۲} = \sqrt{۱۶+۴} = ۲\sqrt{۵}$$

درسنامه سوال:

انتقال‌های خطی:

اگر تابع $y = f(x)$ مفروض باشد:

۱) برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$ کافی است طول نقاط نمودار $y = f(x)$ را در $\frac{۱}{k}$ ضرب کنیم.

- اگر $۰ < k < ۱ \leftarrow$ انبساط افقی
- اگر $k > ۱ \leftarrow$ انقباض افقی

۲) برای رسم نمودار $y = kf(x)$ کافی است عرض نقاط نمودار $y = f(x)$ را در k ضرب کنیم.

- اگر $۰ < k < ۱ \leftarrow$ انقباض عمودی
- اگر $k > ۱ \leftarrow$ انبساط عمودی

- اگر $A\begin{vmatrix} x_A \\ y_A \end{vmatrix}$ و $B\begin{vmatrix} x_B \\ y_B \end{vmatrix}$ دو سر یک پاره‌خط باشند طول پاره‌خط همان فاصلهٔ دو نقطه می‌باشد:

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^۲ + (y_A - y_B)^۲}$$

۳ - گزینه ۱ ابتدا سعی می‌کنیم تجزیهٔ چندجمله‌ای‌های $p(x)$ و $q(x)$ را به‌گونه‌ای بنویسیم که عاملی به فرم $x^n + x^۳$ در آنها ظاهر شود:

$$p(x) = x^۵ + ax^۳ = x^۳(x^۲ + a) = x^۲(x^۳ + ax)$$
$$q(x) = x^۴ + ۳x^۳ + ۲x^۲ = x^۲(x^۲ + ۳x + ۲) = x^۲(x+۲)(x+۱) = (x^۳ + ۲x^۲)(x+۱)$$
$$= (x^۳ + x^۲)(x+۲)$$

با توجه به تجزیهٔ به‌دست‌آمده برای $q(x)$ نتیجه می‌گیریم که $x^n + x^3$ باید بزرگ‌ترین عامل $(x+2)(x^3+x^2)$ باشد.

با توجه به اینکه عامل $x+2$ تجزیه‌ناپذیر است، پس $x^n + x^3 = x^3 + x^2$؛ بنابراین تنها مقدار ممکن برای n، مقدار ۲ است.

حال با توجه به تجزیهٔ به‌دست‌آمده برای $p(x)$ نتیجه می‌گیریم که $x^3 + x^2$ باید بزرگ‌ترین عامل $x^2(x^3+ax)$ باشد.

داریم:

$$x^2 + x^3 | x^2(x^3+ax) \Rightarrow x^2(x+1) | x^3(x^2+a)$$

واضح است که x^2 عامل x^3 است. اما در مورد $x+1$، تنها حالت ممکن این است که $x+1$ عامل x^2+a باشد.

اکنون دو حالت داریم:

حالت (۱): $a \geq 0$: اگر $a=0$، به وضوح $x^3(x^2+a) = x^5$ و $x+1 \nmid x^5$؛ و اگر $a>0$، x^2+a در اعداد حقیقی تجزیه‌ناپذیر است.

پس حالت $a \geq 0$ ناممکن است.

حالت (۲): $a<0$: با توجه به اتحاد مزدوج می‌دانیم که: $(x-1)(x+1) = x^2-1$: پس اگر $a=-1$ باشد، $x+1$ عاملی از x^2+a خواهد بود.

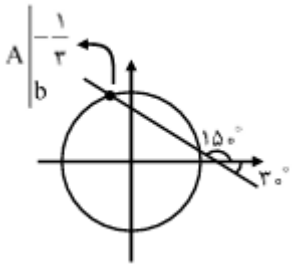
بنابراین $n=2$ و $a=-1$ است. در نتیجه داریم: $na=-2$

۴ - گزینه ۱

نقطه A بر روی دایره مثلثاتی قرار دارد، بنابراین:

$$(-\frac{1}{3})^2 + b^2 = 1 \rightarrow b^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

$$\xrightarrow{b>0} b = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$



شیب خط d برابر $\tan 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ بوده و از نقطه $A(-\frac{1}{3}, \frac{2\sqrt{2}}{3})$ عبور می‌کند. معادله خط d را می‌نویسیم:

$$d: y - \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{-\sqrt{3}}{3}(x+\frac{1}{3}) \rightarrow y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{9} + \frac{2\sqrt{2}}{3} \rightarrow y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{6\sqrt{2}-\sqrt{3}}{9}$$

عرض از مبدأ خط d: $\frac{6\sqrt{2}-\sqrt{3}}{9}$

۵ - گزینه ۲

طبق اتحاد:

$$\boxed{\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha}$$

$$\cos 2\pi x = 1 - 2\sin^2 \pi x \rightarrow \sin^2 \pi x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\pi x$$

$$f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\pi x - 3 = -\frac{1}{2}\cos 2\pi x - \frac{5}{2} \rightarrow T_f = \frac{2\pi}{|2\pi|} = 1$$

$$g(x) = -\cos\frac{x}{a} + 1 \rightarrow T_g = \frac{2\pi}{|\frac{1}{a}|} = 2\pi|a|$$

$$\rightarrow T_f = T_g \rightarrow 1 = 2\pi|a| \Rightarrow |a| = \frac{1}{2\pi}$$

درسنامه سوال:

$$f(x) = a\sin(bx+\theta) + c \rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|}$$

پاسخ شبیه ساز کنکور رشته ریاضی

$$f(x)=a\cos(bx+\theta)+c\to T=\frac{۲\pi}{|b|}$$
$$f(x)=a\tan(bx+\theta)+c\to T=\frac{\pi}{|b|}$$

۶ - گزینه ۳

$$\lim_{x\to\pi^-}\frac{\cot x}{[x-\pi]}=\frac{\cot(\pi^-)}{[۰^-]}=\frac{-\infty}{-۱}=+\infty$$

۷ - گزینه ۲

$$m=-\frac{۲a}{۳a}=-\frac{۲}{۳}$$
$$y=mx+b, y=-\frac{۲}{۳}x+۲a, f^{-۱}(x)=-\frac{۳}{۲}(x-۲a)=-\frac{۳}{۲}x+۳a$$

با استفاده از قاعدهٔ پرتوان ساده‌سازی کرده و داریم:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{۴}{۹}x^۲}{x|-\frac{۳}{۲}x|}=\frac{\frac{۴}{۹}x^۲}{-\frac{۳}{۲}x^۲}=-\frac{۸}{۲۷}$$

۸ - گزینه ۱ $x=۲/۵$ ریشهٔ مخرج کسر است؛ پس $c=۱۰$.

چون تابع در $x=۱$ پیوسته است، پس داریم:

$$\frac{۲+a+b}{۴-۱۰}=۴-۵$$
$$\Rightarrow a+b=۴$$

۹ - گزینه ۴

ابتدا حاصل حد صورت سؤال را به دست می‌آوریم و برابر ۶ قرار می‌دهیم. دقت کنیم چون به ازای $x=۲$ مخرج کسر صفر می‌شود و جواب حد برابر عدد ۶ است، پس صورت کسر نیز باید در این نقطه صفر شود:

$$\xrightarrow{\text{صورت را صفر می‌کند } x=۲} f^۳(۲)-۱=۰\to f^۳(۲)=۱\xrightarrow{\sqrt[۳]{\ }} f(۲)=۱$$
$$\lim_{x\to۲}\frac{f^۳(x)-۱}{۴x-۸}\overset{\text{ابهام }\frac{۰}{۰}}{\underset{HOP}{=}}\lim_{x\to۲}\frac{۳f^۲(x)\cdot f'(x)}{۴}=\frac{۳}{۴}\underbrace{f^۲(۲)}_{۱^۲}\cdot f'(۲)=۶\xrightarrow{f(۲)=۱} f'(۲)=۸$$

حال مشتق تابع $g(x)$ که به‌صورت ضرب دو تابع است را مشخص می‌کنیم:

$$g(x)=f(x)\sqrt[۳]{x}\to g'(X)=f'(x)\sqrt[۳]{x}+\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}}f(x)$$
$$\xrightarrow{x=۲} g'(۲)=f'(۲)\sqrt[۳]{۲}+\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{۴}}f(۲)\overset{\substack{f(۲)=۱\\ f'(۲)=۸}}{=}۸\sqrt[۳]{۲}+\frac{۱}{۳\sqrt[۳]{۴}}=\frac{۴۸+۱}{۳\sqrt[۳]{۴}}=\frac{۴۹}{۳\sqrt[۳]{۴}}=\frac{۴۹\sqrt[۳]{۲}}{۶}$$

برای محاسبه حد صورت سؤال می‌توانیم تعریف حدی مشتق را نیز بسازیم:

$$\lim_{x\to۲}\frac{f^۳(x)-۱}{۴x-۸}=\lim_{x\to۲}\frac{(f(x)-۱)(f^۲(x)+f(x)+۱)}{۴(x-۲)}\overset{f(۲)=۱}{=}\lim_{x\to۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}\times\lim_{x\to۲}\frac{f^۲(x)+f(x)+۱}{۴}$$
$$=f'(۲)\times\frac{f^۲(۱)+f(۱)+۱}{۴}=f'(۲)\times\frac{۳}{۴}=\frac{۳}{۴}f'(۲)=۶\to f'(۲)=۸$$

۱۰ - گزینه ۲

$$y=\sqrt{۴x-x^۲}\ ,\ D_f=[۰,۴]\to y'=\frac{۴-۲x}{۲\sqrt{۴x-x^۲}}=۰\to ۴-۲x=۰$$
$$\xrightarrow{\text{نقطه بحرانی}} x=۲\to f(۲)=\sqrt{۸-۴}=\sqrt{۴}=۲$$
$$\to\begin{cases}f(۰)=۰\\ f(۴)=۰\end{cases}$$

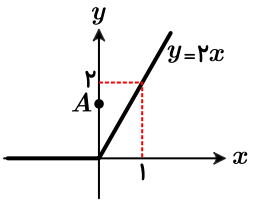
حال بین مقادیر به‌دست‌آمده در بالا، مقایسه کرده و بیشترین مقدار را برابر با ماکزیمم مطلق تابع f در نظر می‌گیریم:

$$y_{\text{ماکزیمم مطلق}}=\max\{۰,۲\}=۲$$

۱۱ - گزینه ۳

$$y=\sqrt{x+۲}\xrightarrow{x=۰} y=\sqrt{۲}\Rightarrow A\left|\begin{matrix}۰\\ \sqrt{۲}\end{matrix}\right.$$

باید کمترین فاصلهٔ نقطهٔ A را از تابع $y=\begin{cases}۲x & ,x\geq ۰\\ ۰ & ,x<۰\end{cases}$ به دست آوریم که طبق شکل باید فاصلهٔ نقطهٔ A را از خط $y=۲x$ به دست آوریم که برابر است با:



$$d=\frac{|۰-\sqrt{۲}|}{\sqrt{۱+۴}}=\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۵}}=\frac{\sqrt{۱۰}}{۵}=۰/۲\sqrt{۱۰}$$

۱۲ - گزینه ۴ طبق متن کتاب درسی ریاضی **۱**، دنباله با عدد صفر شروع نمی‌شود و قدر نسبت هم نمی‌تواند صفر باشد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «**۱**»:

$$a=۰\Rightarrow ۰,۰,۰\rightarrow\times$$

گزینه «**۲**»:

$$a=۰\Rightarrow ۰,۰,۰\rightarrow\times$$

گزینه «**۳**»:

$$a=۰\Rightarrow ۰,۰,۰\rightarrow\times$$

گزینه «**۴**»:

$\frac{۱}{a}$ باید حقیقی باشد، پس $a\neq ۰$ باشد در نتیجه گزینهٔ درست «**۴**» است.

۱۳ - گزینه ۱

$$\frac{x+۳}{۲x-۴}-\frac{۲x+۱}{x-۱}=\frac{۳}{۲}\xrightarrow{\times ۲(x-۱)(x-۲)}(x+۳)(x-۱)-(۲x+۱)۲(x-۲)=۳(x-۲)(x-۱)$$
$$\rightarrow ۶x^{۲}-۱۷x+۵=۰\rightarrow x=\alpha,x=\beta$$

این معادله دارای دو ریشه است و هیچ‌کدام از ریشه‌های آن **۱** و **۲** نیستند پس قابل‌قبول‌اند:

$$P=\frac{۵}{۶}$$

درسنامه:

برای حل معادلهٔ گویا پس از ساده‌سازی جواب‌های به‌دست‌آمده، اگر ریشه مخرج نباشند، قابل‌قبول‌اند.

اگر α و β ریشه‌های معادله $ax^{۲}+bx+c=۰$ و $a\neq ۰$، آنگاه:

$$\alpha+\beta=S=-\frac{b}{a}$$
$$\alpha\cdot\beta=P=\frac{c}{a}$$

۱۴ - گزینه ۴ با توجه به جدول تعیین علامت، $x=-۲$ ریشهٔ ساده و $x=-۱$ ریشهٔ مضاعف عبارت p است، پس عبارت p به‌صورت زیر است:

$$p=(x+۲)(x+۱)^{۲}=(x+۲)(x^{۲}+۲x+۱)=x^{۳}+۲x^{۲}+x+۲x^{۲}+۴x+۲$$
$$p=x^{۳}+۴x^{۲}+۵x+۲=x^{۳}+ax^{۲}+۵x+b$$

بنابراین: $a=۴$, $=۲$ و داریم $a\cdot b=۲\times ۴=۸$

۱۵ - گزینه ۲ عدد a واسطه حسابی بین دو عدد $\log ۲$ و $\log ۳$ است، پس:

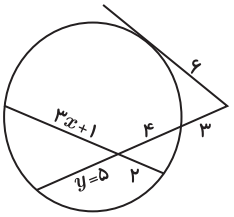
$$a=\frac{\log ۲+\log ۳}{۲}=\frac{\log ۶}{۲}\rightarrow ۲a=\log ۶$$

به کمک قضیه تغییر مبنا عبارت $۶^{\frac{\log(\log ۶)}{\log ۶}}$ را ساده‌تر می‌کنیم:

$$۶^{\frac{\log(\log ۶)}{\log ۶}}=\log ۶=۲a$$

۱۶ - گزینه ۴

با استفاده از روابط طولی در دایره داریم:

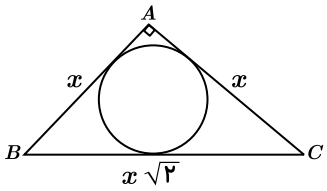


$$۶^۲ = ۳(۷ + y) \Rightarrow ۳۶ = ۲۱ + ۳y \Rightarrow y = ۵$$

$$۴ \times ۵ = ۲(۳x + ۱) \Rightarrow ۲۰ = ۶x + ۲ \Rightarrow x = ۳$$

$$\frac{x}{y} = \frac{۳}{۵} = ۰/۶$$

۱۷ - گزینه ۴



می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین، وتر برابر است با $\sqrt{۲}$ برابر طول هر ساق. بنابراین $AB = AC = x$ و $B = x\sqrt{۲}$ در نظر می‌گیریم و در ادامه رابطهٔ محاسبهٔ شعاع دایرهٔ محاطی داخلی مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ را می‌نویسیم:

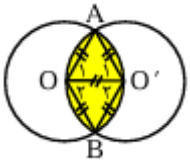
$$r = \frac{S}{P} \Rightarrow \sqrt{۲} = \frac{\frac{۱}{۲}x \times x}{(\frac{x+x+x\sqrt{۲}}{۲})} \Rightarrow \sqrt{۲} = \frac{x}{۲ + \sqrt{۲}} \Rightarrow x = ۲\sqrt{۲} + ۲$$

برای رسم عمودمنصف یک پاره‌خط، دهانهٔ پرگار بیشتر از نصف طول آن پاره‌خط باز می‌شود. پس برای رسم عمودمنصف یکی از ساق‌های مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ باید دهانهٔ پرگار را حداقل بیشتر از نصف طول ساق آن ($\frac{AB}{۲} = \frac{x}{۲} = \frac{۱}{۲}(۲\sqrt{۲} + ۲) = \sqrt{۲} + ۱$) باز کنیم.

۱۸ - گزینه ۱

دایره $C(۰, ۴)$ توسط بردار OO' منتقل شده، مثلث OAO' متساوی‌الاضلاع است: $\hat{O}_۱ = \hat{O}'_۱ = \hat{A} = ۶۰^\circ$ و زاویه $\hat{O} = ۱۲۰^\circ$.

مساحت بین دو دایره برابر است با:

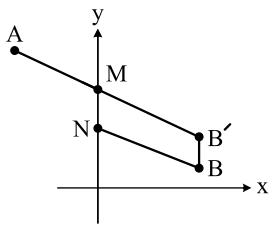


$$S_{\text{مطلوب}} = ۲(S_{\text{قطاع}}) - S_{\text{لوزی}}$$

$$S_{\text{مطلوب}} = ۲(\frac{۱۲۰}{۳۶۰}\pi(۴)^۲) - ۴^۲(\sin ۱۲۰^\circ) = ۱۶(\frac{۲\pi}{۳} - \frac{\sqrt{۳}}{۲})$$

۱۹ - گزینه ۳

مطابق شکل، نقطهٔ B را به اندازهٔ $MN = ۱$ به سمت بالا می‌بریم:

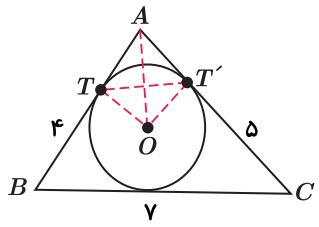


$$B(۵, ۲) \xrightarrow{\text{۱ واحد به سمت بالا}} B'(۵, ۳)$$

$$|AB'| = \sqrt{(-۷ - ۵)^۲ + (۸ - ۳)^۲} = ۱۳$$

$$\Rightarrow min(AMNB) = AM + MN + NB = AM + BB' + MB' = AB' + BB' = ۱۳ + ۱ = ۱۴$$

۲۰ - گزینه ۲



$\overset{\Delta}{ABC}$ قضیهٔ کسینوس‌ها در : $BC^{۲} = AB^{۲} + AC^{۲} - ۲AB \times AC \times \cos\hat{A}$

$\Rightarrow ۷^{۲} = ۴^{۲} + ۵^{۲} - ۲ \times ۴ \times ۵ \times \cos\hat{A} \Rightarrow \cos\hat{A} = -\frac{۱}{۵}$

$p = \frac{AB + AC + BC}{۲} = \frac{۴ + ۵ + ۷}{۲} = ۸$

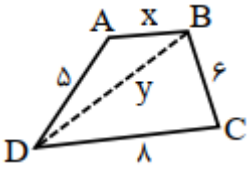
$AT = AT' = p - a = ۸ - ۷ = ۱$

$\overset{\Delta}{AT}T'$ قضیهٔ کسینوس‌ها در : $TT'^{۲} = AT^{۲} + AT'^{۲} - ۲AT \times AT' \times \cos\hat{A}$

$\Rightarrow TT'^{۲} = ۱^{۲} + ۱^{۲} - ۲ \times ۱ \times ۱ \times (-\frac{۱}{۵}) = \frac{۱۲}{۵} \Rightarrow TT' = \frac{۲\sqrt{۳}}{\sqrt{۵}} \times \frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۵}} = \frac{۲}{۵}\sqrt{۱۵} = ۰٫۴\sqrt{۱۵}$

۲۱ - گزینه ۴

از B به D وصل می‌کنیم حال در مثلث‌های ایجاد شده داریم:



$\overset{\Delta}{CBD} : y < ۸ + ۶$

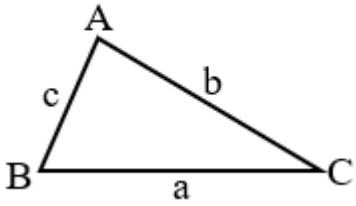
$\overset{\Delta}{ABD} : x < y + ۵$

با جمع کردن طرفین دو نامساوی داریم:

$\not{y} + x < ۸ + ۶ + \not{y} + ۵ \Rightarrow x < ۱۹ \Rightarrow max(x) = ۱۸$

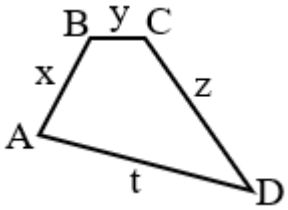
درسنامه:

۱) در هر مثلث اندازهٔ هر ضلع از مجموع اندازه‌های دو ضلع دیگر کوچک‌تر است:



$\Rightarrow a < b + c$

۲) در هر چهارضلعی، اندازهٔ هر ضلع از مجموع اندازه‌های سه ضلع دیگر کوچک‌تر است:



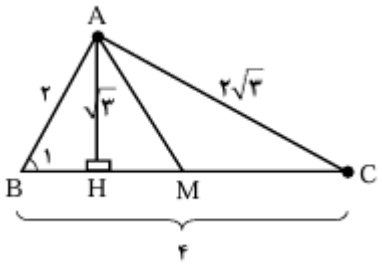
$\Rightarrow t < x + y + z$

۲۲ - گزینه ۴ روش **۱**: یافتن مجهول با روابط مثلثاتی

$\overset{\Delta}{ABC} : \sin ۶۰ = \frac{۲\sqrt{۳}}{BC} \Rightarrow BC = ۴ \quad \tan ۶۰^{\circ} = \frac{۲\sqrt{۳}}{AB} \Rightarrow AB = ۲$

$\overset{\Delta}{ABH} : \sin ۶۰^{\circ} = \frac{AH}{۲} \Rightarrow AH = \sqrt{۳} \quad \cos ۶۰^{\circ} = \frac{BH}{۲} \Rightarrow BH = ۱$

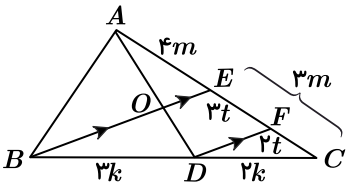
روش ۲: طبق الگوی درسنامه تمام طول‌ها به راحتی قابل‌محاسبه‌اند.



$$HM = BM - BH \Rightarrow HM = ۲ - ۱ = ۱$$

$$BM = \frac{BC}{۲} = ۲ \qquad S_{\overset{\Delta}{AHM}} = \frac{\sqrt{۳} \times ۱}{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

۲۳ - گزینه ۳



$$\frac{CD}{BD} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow CD = ۲k, BD = ۳k$$

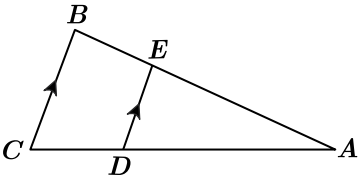
$$\frac{CE}{AE} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow CE = ۳m, AE = ۴m$$

از D خطی به‌موازات BE رسم می‌کنیم تا CE را در F قطع کند.

$$\overset{\Delta}{BCE} : DF||BE \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{CF}{FE} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow CF = ۲t, FE = ۳t \qquad ۳t + ۲t = ۳m \Rightarrow m = \frac{۵t}{۳}$$

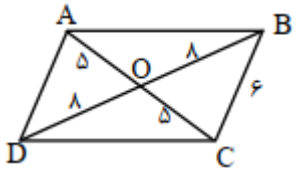
$$\overset{\Delta}{ADF} : OE||DF \Rightarrow \frac{AO}{OD} = \frac{AE}{EF} = \frac{۴m}{۳t} = \frac{۴ \times \frac{۵t}{۳}}{۳t} = \frac{۲۰}{۹}$$

درسنامه:



قضیه تالس : $DE||BC \Rightarrow \frac{AE}{BE} = \frac{AD}{CD}$ ، $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{ED}{BC}$

۲۴ - گزینه ۱



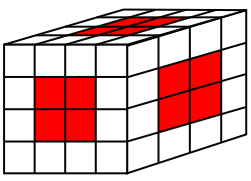
با توجه به اینکه ۳ ضلع هر یک از مثلث‌های $\overset{\Delta}{BOC}$ و $\overset{\Delta}{AOD}$ مشخص‌اند، آنها به یکتایی مشخص می‌شوند. بنابراین زاویهٔ $\widehat{O_۱}$ و $\widehat{O_۲}$ نیز به یکتایی مشخص می شوند. در نتیجه مثلث‌های $\overset{\Delta}{AOB}$ و $\overset{\Delta}{DOC}$ نیز به یکتایی مشخص می‌شوند. (با داشتن دو ضلع و زاویهٔ بین) بنابراین ضلع $AB(=CD)$ به یکتایی به‌دست می‌آید.

درسنامه سوال:

در هر متوازی‌الاضلاع قطرها، یکدیگر را نصف می‌کنند.

در هر مثلث اندازهٔ هر ضلع از تفاضل اندازه‌های دو ضلع دیگر بزرگ‌تر و از مجموع اندازه‌های دو ضلع دیگر، کوچک‌تر است.

۲۵ - گزینه ۴ مکعب به ابعاد ۴ × ۴ × ۴، شش وجه دارد. روی هر کدام از وجه‌های مکعب به ابعاد ۴ × ۴ × ۴، چهار مکعب به ابعاد ۱ × ۱ × ۱ وجود دارد که فقط یک وجه‌شان رنگ شده است. بنابراین تعداد کل مکعب‌های به ابعاد ۱ × ۱ × ۱ که فقط یک وجه‌شان رنگ شده است. برابر است با: ۶ × ۴ = ۲۴



پاسخ شبیه ساز کنکور رشته ریاضی

۲۶ - گزینه ۲ در ماتریس قطری، درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی برابر صفر است. پس:

$$m-۱=۰\Rightarrow m=۱\Rightarrow A=\begin{bmatrix}۳&۰&۰\\۰&۲&۰\\۰&۰&n\end{bmatrix}$$

برای به توان رساندن ماتریس قطری، کافی است درایه‌های قطر اصلی را به آن توان برسانیم:

$$A^{۳}=\begin{bmatrix}۳^{۳}&۰&۰\\۰&۲^{۳}&۰\\۰&۰&n^{۳}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲۷&۰&۰\\۰&۸&۰\\۰&۰&n^{۳}\end{bmatrix}\Rightarrow ۲۷+۸+n^{۳}=۲۷\Rightarrow n^{۳}=-۸\Rightarrow n=-۲$$

$$A^{۲}=\begin{bmatrix}۳^{۲}&۰&۰\\۰&۲^{۲}&۰\\۰&۰&(-۲)^{۲}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۹&۰&۰\\۰&۴&۰\\۰&۰&۴\end{bmatrix}\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها}=۹+۴+۴=۱۷$$

۲۷ - گزینه ۴ از طرفین رابطهٔ داده‌شده دترمینان می‌گیریم:

$$|\sqrt{۳}A|=\begin{vmatrix}-۲&|A|+۱\\ ۳|A|&-|A|\end{vmatrix}\Rightarrow (\sqrt{۳})^{۲}|A|=۲|A|-۳|A|^{۲}-۳|A|$$

$$|A|=x\Rightarrow ۳x=۲x-۳x^{۲}-۳x\Rightarrow ۳x^{۲}+۴x=۰\Rightarrow x(۳x+۴)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۰\\ ۳x+۴=۰\Rightarrow x=\frac{-۴}{۳}\end{cases}$$

اما A وارون‌پذیر است، پس $|A|\neq ۰$ و تنها جواب قابل‌قبول $\frac{-۴}{۳}$ است.

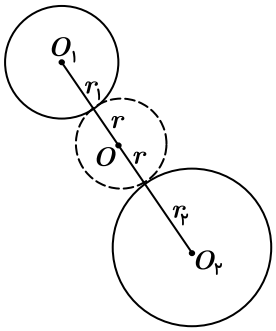
۲۸ - گزینه ۲

$$\left.\begin{matrix}O_۱(-۱,۲), r_۱=۱\\ O_۲(۲,-۲), r_۲=\sqrt{۴+۴-۴}=۲\end{matrix}\right\}\rightarrow O_۱O_۲=\sqrt{(-۱-۲)^{۲}+(۲+۲)^{۲}}=۵$$

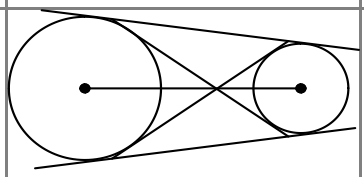
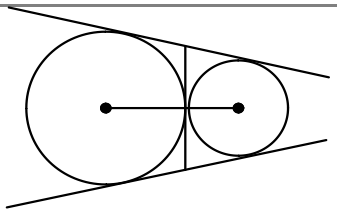
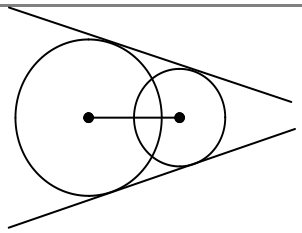
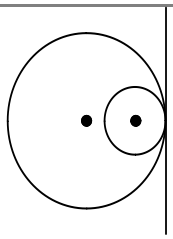
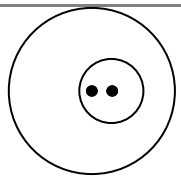
دایره‌ها متخارج‌اند $r_۱+r_۲<O_۱O_۲$

اندازهٔ قطر دایرهٔ مطلوب$(۲r)=O_۱O_۲-r_۱-r_۲\Rightarrow ۲r=۵-۱-۲$

$\Rightarrow r=۱\Rightarrow$ محیط دایره $=۲\pi r=۲\pi(۱)=۲\pi$



درسنامه:

وضعیت نسبی	شکل	شرط	تعداد مماس مشترک خارجی	تعداد مماس مشترک داخلی
متخارج		$d > R + R'$	۲	۲
مماس خارج		$d = R + R'$	۲	۱
متقاطع		$\|R - R'\| < d < R + R'$	۲	صفر
مماس داخل		$d = \|R - R'\|$	۱	صفر
متداخل		$d < \|R - R'\|$	صفر	صفر

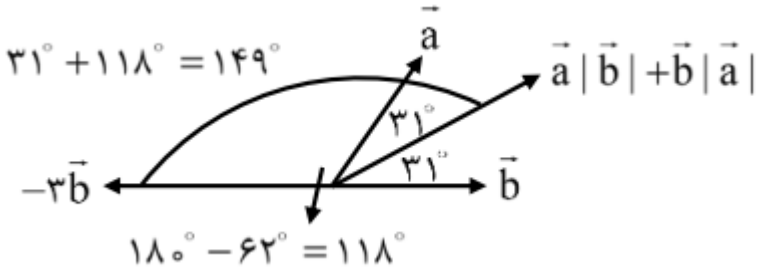
۲۹ - گزینه ۳ سهمی قائم اگر کانون‌اش روی محور xها باشد مختصاتش $\underbrace{\beta + \alpha}_{۰} \mid \alpha$ است. F

$$x^۲ - ۴x + ۴ = ۱۲y - m + ۴ \Rightarrow (x-۲)^۲ = ۱۲(y + \frac{۴-m}{۱۲}) \Rightarrow \alpha = ۳ \Rightarrow \beta = \frac{m-۴}{۱۲}$$

$$\beta + \alpha = ۰ \Rightarrow \frac{m-۴}{۱۲} + ۳ = ۰$$

$$m = -۳۲$$

۳۰ - گزینه ۱



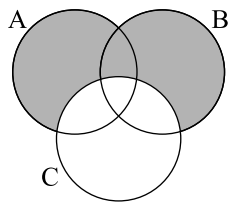
۳۱ - گزینه ۳ ارزش گزارهٔ شرطی $p \Rightarrow q$ زمانی نادرست است که گزارهٔ p درست و گزارهٔ q نادرست باشد و ارزش گزارهٔ مرکب $p \Leftrightarrow q$ زمانی که گزاره‌های p و q هم‌ارزش

باشند، درست است.

$$۱)(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \vee \sim r) \equiv (T \Leftrightarrow F) \wedge (T \vee T) \equiv F \wedge T \equiv F$$
$$۲)(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (T \vee F) \Rightarrow F \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$
$$۳) \sim p \vee (q \Rightarrow r) \equiv F \vee (F \Rightarrow F) \equiv F \vee T \equiv T$$
$$۴)(r \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q) \equiv (F \Rightarrow T) \Leftrightarrow (F \vee F) \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$$

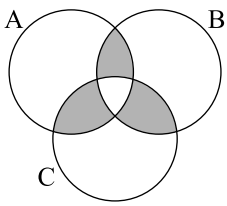
۳۲ - گزینه ۲ نمودار عبارت‌های داده‌شده را رسم می‌کنیم:

(الف)



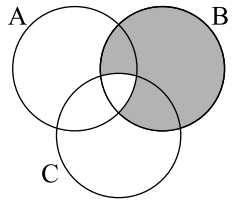
(AUB)-C

(ب)



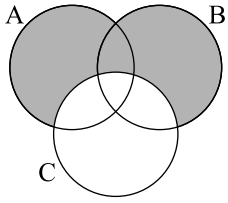
[(A∩B)U(A∩C)U(B∩C)]-(A∩B∩C)

(پ)



B-(A∩C)

(ت)



[(A-(BUC))U(B-(AUC))]U[(A∩B)-(A∩B ∩C)]

۳۳ - گزینه ۱ کافی است حالاتی که فقط گوی اول یا گوی دوم یا هر دو گوی خارج‌شده، سفید باشد را محاسبه کنیم. (توجه داریم که پس از مشاهدهٔ رنگ گوی اول، آن را باید به داخل ظرف برگردانیم.)

$$P = \underbrace{\frac{۸}{۱۲} \times \frac{۴}{۱۲}}_{\text{گوی اول سفید باشد}} + \underbrace{\frac{۴}{۱۲} \times \frac{۸}{۱۲}}_{\text{گوی دوم سفید باشد}} + \underbrace{\frac{۸}{۱۲} \times \frac{۸}{۱۲}}_{\text{هر دو گوی سفید باشد}} = \frac{۳۲ + ۳۲ + ۶۴}{۱۴۴} = \frac{۱۲۸}{۱۴۴} = \frac{۸}{۹}$$

۳۴ - گزینه ۳

$$P(A - B) = P(A) \cdot P(B')$$
$$\Rightarrow P(A \cap B') = P(A) \cdot P(B') \Rightarrow A\,, B' \text{ : مستقل} \Rightarrow A\,, B \text{ : مستقل}$$
$$\left[P(A \cap B) = P(A - B') = P(A) - P(A \cap B') = P(A) - P(A) \cdot P(B') = P(A)(۱ - P(B')) = P(A) \cdot P(B)\right]$$
$$P(A') \cdot P(B') = \frac{۱}{۴} \Rightarrow (۱ - P(A)) \cdot (۱ - P(B)) = \frac{۱}{۴}$$
$$\Rightarrow (۱ - P(A))(۱ - \frac{۵}{۸}P(A)) = \frac{۱}{۴} \Rightarrow ۵P(A)^۲ - ۱۳P(A) + ۶ = ۰$$
$$\Rightarrow P(A) = \frac{۶}{۱۰} \Rightarrow P(B) = \frac{۳}{۸}$$
$$P(A \cup B') = ۱ - P[(A \cup B')'] = ۱ - P(A' \cap B) = ۱ - P(B) \cdot P(A')$$
$$\Rightarrow ? = ۱ - \frac{۳}{۸}(۱ - \frac{۶}{۱۰}) = \frac{۱۷}{۲۰}$$

۳۵ - گزینه ۴

میانگین: $\overline{X}=\frac{a+b+c+d}{۴}=۳\Rightarrow a+b+c+d=۱۲$

واریانس: $\sigma^۲=\frac{\sum x_i^۲}{n}-\overline{X}^۲\Rightarrow\frac{a^۲+b^۲+c^۲+d^۲}{۴}-۹=۱/۵\Rightarrow a^۲+b^۲+c^۲+d^۲=۴۲$

میانگین جدید: $\overline{X}=\frac{a+b+c+d+۵}{۵}=\frac{۱۷}{۵}$

واریانس جدید: $\sigma^۲=\frac{a^۲+b^۲+c^۲+d^۲+۲۵}{۵}-(\frac{۱۷}{۵})^۲=\frac{۶۷}{۵}-\frac{۲۸۹}{۲۵}$

واریانس جدید: $\sigma^۲=\frac{۴۶}{۲۵}=۱/۸۴$

۳۶ - گزینه ۱ با ساده سازی داریم:

$$d=(۳n^۲-۲n+۴,۳n-۱)$$

$$\left.\begin{array}{l}d|۳n^۲-۲n+۴\\ d|۳n-۱\Rightarrow d|(۳n-۱)n\Rightarrow d|۳n^۲-n\end{array}\right\}\xrightarrow{-}d|-n+۴\Rightarrow d|۳(-n+۴)\Rightarrow d|-۳n+۱۲$$

$$\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}d|۳n-۱\\ d|-۳n+۱۲\end{array}\right.\Rightarrow d|۱۱\xrightarrow{d\neq۱}d=۱۱$$

۳۷ - گزینه ۴

$$۱۷x+۱۳y=۱۰۰۰\rightarrow ۱۷x\overset{۱۳}{\equiv}۱۰۰۰\xrightarrow{۱۰۰۰\overset{۱۳}{\equiv}-۱,۱۷\overset{۱۳}{\equiv}۴}۴x\overset{۱۳}{\equiv}-۱\rightarrow ۴x\overset{۱۳}{\equiv}۱۲\xrightarrow[(۴,۱۳)=۱]{\div۴}x\overset{۱۳}{\equiv}۳$$

$$\rightarrow x=۱۳k+۳>۰\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}k\geq۰$$

$$۱۳y=۱۰۰۰-۱۷(۱۳k+۳)\rightarrow ۱۳y=۹۴۹-۱۷(۱۳k)\rightarrow y=۷۳-۱۷k>۰\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}k\leq۴\rightarrow ۰\leq k\leq۴$$

k	۰	۱	۲	۳	۴
$x=۱۳k+۳$	۳	۱۶	۲۹	۴۲	۵۵
$y=۷۳-۱۷k$	۷۳	۵۶	۳۹	۲۲	۵

$$\rightarrow\left\{\begin{array}{l}x_{max}=۵۵=a\\ y_{min}=۲۲=b\end{array}\right.\quad(a\text{و}b\text{دو رقمی‌اند})$$

$$۲۲^{۵۵}\overset{۱۰}{\equiv}۲^{۵۵}\xrightarrow{۵۵\overset{۴}{\equiv}۳}۲۲^{۵۵}\overset{۱۰}{\equiv}۲^{۴q+۳}\overset{۱۰}{\equiv}۲^۶\overset{۱۰}{\equiv}۸$$

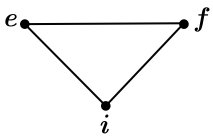
نکته ۱: شرط وجود جواب‌های معادلهٔ سیال خطی $ax+by=c$ این است که $(a,b)|c$ بدیهی است در صورتی‌که $(a,b)=۱$ باشد معادلهٔ فوق همواره در Z دارای جواب است.

نکته ۲ : معادلهٔ سیال خطی $ax+by=c$ را می‌توان به صورت $ax\overset{b}{\equiv}c$ یا $by\overset{a}{\equiv}c$ نیز نوشت.

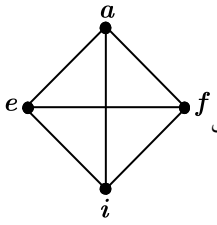
نکته ۳: برای یافتن رقم یکان یک عدد کافی است باقیماندهٔ تقسیم عدد مورد نظر را بر ۱۰ بیابیم.

نکته ۴: دستور نیوتون برای یافتن رقم یکان اعداد به فرم a_n $(n\in N,۰<r\leq۴)$ $a^n\overset{۱۰}{\equiv}a^{۴q+r}\overset{۱۰}{\equiv}a^r$

۳۸ - گزینه ۱ با توجه به فرض مسئله، همسایگی‌های بستهٔ هر مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم مطلوب، باید دو به دو اشتراک و اجتماع برابر کل رئوس داشته باشند. با توجه به این فرض و شکل گراف، رأس a نمی‌تواند جزو چنین مجموعه‌هایی باشد اما به‌دلیل تقارن و استقلال زیر گراف



از سایر زیرگراف‌های گراف، f و e و z هریک به‌تنهایی کل زیرگراف کامل



را احاطه می‌کنند. به‌راحتی دیده می‌شود که دیگر رئوس چنین مجموعه‌هایی باید حتماً رئوس m,l,k,g و h باشند. پس با توجه به توضیحات، سه پاسخ ممکن را داریم.

۳۹ - گزینه ۳ تمام اعداد غیر اول کمتر از ۳۲ برابر است با:

۱ , ۴ , ۶ , ۸ , ۹ , ۱۰ , ۱۲ , ۱۴ , ۱۵ , ۱۶ , ۱۸ , ۲۰ , ۲۱ , ۲۲ , ۲۴ , ۲۵ , ۲۶ , ۲۷ , ۲۸ , ۳۰

که تعداد آنها برابر است با **۲۰** عدد، پس این مجموعه حداقل باید **۲۱** عضوی باشد تا دست‌کم شامل یک عدد اول باشد.

۴۰ - گزینه ۴ چون اتاق‌ها یکسان هستند، تنها دسته‌بندی افراد مهم است. اگر یکی از ده نفر را به دلخواه در نظر بگیریم **۹** کاندیدا برای هم‌اتاق شدن با او وجود دارند. در مرحلهٔ بعد **۸** نفر باقی می‌مانند که با تکرار روش بالا، با انتخاب فردی دلخواه، **۷** کاندیدا برای هم‌اتاق شدن با او وجود دارند و به همین ترتیب در مراحل بعد **۵**، **۳** و **۱** حالت داریم. بنابراین طبق اصل ضرب، پاسخ مسئله برابر است با:

$$۹ \times ۷ \times ۵ \times ۳ \times ۱ = ۹۴۵$$

۴۱ - گزینه ۲

طلا را با اندیس (۱) و نقره را با اندیس (۲) نشان می‌دهیم و داریم:

$$\begin{matrix} m_۱ + m_۲ = ۶۸g \\ V_۱ + V_۲ = ۵cm^۳ \end{matrix} \xrightarrow{m=\rho V} \begin{cases} ۱۹V_۱ + ۱۰V_۲ = ۶۸ \\ V_۱ + V_۲ = ۵cm^۳ \end{cases}$$

با حل دو معادلهٔ دومجهولی، داریم:

$$V_۱ = ۲cm^۳ \text{ و } V_۲ = ۳cm^۳$$

بنابراین جرم نقره برابر است با:

$$m = \rho V = ۱۰ \times ۳ = ۳۰g$$

۴۲ - گزینه ۴ فشار کل در عمق h از مایعی به چگالی ρ از رابطه $P = P_۰ + \rho gh$ قابل محاسبه است، پس می‌توان نوشت:

$$P_۱ = ۱۰^۵ + ۱۱۵۰ \times ۱۰ \times ۲۰ = ۳۳۰ \times ۱۰^۳ Pa$$

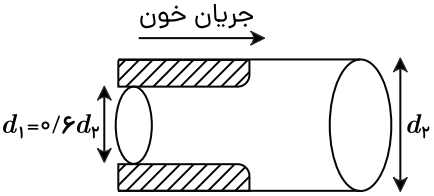
$$P_۲ = ۱۰^۵ + ۱۱۵۰ \times ۱۰ \times ۳۰ = ۴۴۵ \times ۱۰^۳ Pa$$

بنابراین درصد تغییر فشار برابر است با:

$$\text{درصد تغییر فشار} = \frac{\Delta P}{P_۱} \times ۱۰۰ = \frac{۴۴۵ \times ۱۰^۳ - ۳۳۰ \times ۱۰^۳}{۳۳۰ \times ۱۰^۳} \times ۱۰۰ = \frac{۱۱۵ \times ۱۰^۳}{۳۳۰ \times ۱۰^۳} \times ۱۰۰ = ۳۴٫۸\%$$

۴۳ - گزینه ۱

اگر قطر رگ ۴۰% کاهش یابد، داریم:



$$d = d - ۰٫۴d = ۰٫۶d$$

حال از معادلهٔ پیوستگی استفاده می‌کنیم:

$$A_۱V_۱ = A_۲V_۲ \Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{A_۱}{A_۲} = (\frac{d_۱}{d_۲})^۲ = (۰٫۶)^۲ = ۰٫۳۶ \Rightarrow V_۲ = ۰٫۳۶V_۱$$

در نتیجه تندی خون ۶۴% کاهش می‌یابد.

۴۴ - گزینه ۴

$$v_A = ۱۲۶\frac{km}{h} \xrightarrow{\div ۳٫۶} ۳۵\ \frac{m}{s}$$

$$W_t = \Delta K = \frac{۱}{۲}m(v_B^۲ - v_A^۲) \rightarrow ۲۴۰۰۰ = \frac{۱}{۲} \times ۶۰(v_B^۲ - (۳۵)^۲)$$

$$\rightarrow ۸۰۰ = v_B^۲ - ۱۲۲۵ \rightarrow v_B^۲ = ۲٫۲۵ \rightarrow v_B = ۴۵\ \frac{m}{s} \xrightarrow{\times ۳٫۶} v_B = ۱۶۲\ \frac{km}{h}$$

۴۵ - گزینه ۳

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} \Rightarrow ۳۰۰ = \frac{۶۰ \times ۱۰ \times h}{۶۰} \Rightarrow h = ۳۰m$$

اگر n تعداد پله‌ها و L ارتفاع هر پله باشد، داریم:

$$h = nL \Rightarrow ۳۰ = n \times ۰٫۲۵ \Rightarrow n = ۱۲۰$$

۴۶ - گزینه ۱

$$\frac{P_۱V_۱}{n_۱T_۱} = \frac{P_۲V_۲}{n_۲T_۲} \xrightarrow{P,V \text{ ثابت}} n_۱T_۱ = n_۲T_۲ \xrightarrow[T_۲ = ۲۵ + ۲۷۳ = ۲۹۸K]{T_۱ = ۲۴ + ۲۷۳ = ۲۹۷K} n_۱ \times ۲۹۷ = n_۲ \times ۲۹۸$$

$$\rightarrow n_۲ = \frac{۲۹۷}{۲۹۸}n_۱$$

پس $\frac{۱}{۲۹۸}$ مولکول‌های هوا باید خارج شود.

۴۷ - گزینه ۳

باید مجموع افزایش طول دو میله، برابر $۱٫۶mm$ باشد.

$$\Delta L_۱ + \Delta L_۲ = ۱٫۶mm \Rightarrow L_۱\alpha_۱\Delta\theta + L_۲\alpha_۲\Delta\theta = ۱٫۶ \times ۱۰^{-۳}m$$
$$\Delta\theta \times (۲ \times ۲ \times ۱۰^{-۵} + ۱ \times ۲٫۴ \times ۱۰^{-۵}) = ۱٫۶ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow ۶٫۴ \times ۱۰^{-۵} \times \Delta\theta = ۱٫۶ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow \Delta\theta = ۲۵^\circ C$$
$$\theta_۲ - \theta_۱ = ۲۵ \Rightarrow \theta_۲ - ۲۸ = ۲۵ \Rightarrow \theta_۲ = ۵۳^\circ C$$

درسنامه:

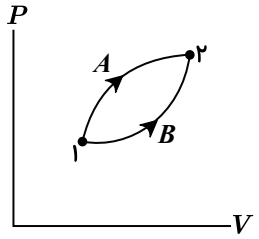
اگر طول جسم جامدی در دمای $T_۱$ برابر $L_۱$ و در دمای $T_۲$ برابر $L_۲$ باشد:

$$L_۲ = L_۱(۱ + \alpha\Delta T) \quad , \quad \Delta L = L_۲ - L_۱ = L_۱\alpha\Delta T$$

α: ضریب انبساط خطی جسم جامد است و $\Delta T = T_۲ - T_۱$

۴۸ - گزینه ۲ تغییر انرژی درونی فقط به دمای اولیه و نهایی وابسته است.

نمودار مقابل را در نظر بگیرید.



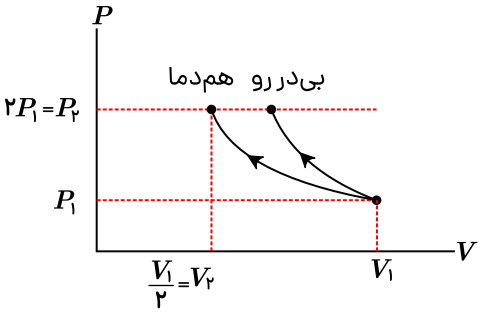
چون وضعیت اولیه و نهایی یکسان است، تغییر انرژی درونی در هر یک از فرایندها نیز یکسان است.

$$\Delta U_A = \Delta U_B$$
$$Q_A + W_A = Q_B + W_B$$

از آنجایی که اندازهٔ کار انجام‌شده در هر فرایند برابر سطح زیر نمودار $P - V$ آن فرایند است، $W_B \neq W_A$ پس Q_A هم نمی‌تواند برابر Q_B باشد.

۴۹ - گزینه ۱

در فرآیند هم‌دما، T ثابت است؛ پس PV نیز ثابت می‌ماند و اگر فشار دو برابر شود، حجم نصف می‌شود. اما در فرایند بی‌دررو، طبق نمودار، می‌دانیم حجم کم شده، ولی بیشتر حاصل‌ضرب از نصف حجم اولیه است؛ پس: $\frac{۱}{۲} < \frac{V_۲}{V_۱} < ۱$



از طرفی چون حاصل‌ضرب PV افزایش یافته است، دما هم بالا می‌رود و $m > ۱$ است؛ اما با توجه به اینکه فشار دو برابر شده، ولی حجم ثابت نمانده و کاهش یافته است، پس حاصل‌ضرب PV نمی‌تواند دو برابر شده باشد در نتیجه دما هم دو برابر نشده است و $m < ۲$ است.

۵۰ - گزینه ۲

$$Q_۱ + Q_۲ = ۰$$
$$C\Delta T + mc\Delta T = ۰$$
$$C(۵۲ - ۱۰) + \frac{۹۶}{۱۰۰۰} \times ۴٫۲ \times ۱۰^۳ \times (۵۲ - ۸۲) = ۰$$
$$C = ۲۸۸\frac{J}{^\circ K}$$

$۲۸۸J$ گرما لازم است تا دمای قطعه فلز را یک کلوین یا $۱^\circ C$ بالا ببرد از طرفی افزایش هر $۱^\circ C$ برابر با افزایش $۱٫۸^\circ F$ است یعنی: $\Delta F = ۱٫۸\Delta\theta$

$$C = \frac{۲۸۸}{۱٫۸} = ۱۶۰\frac{J}{^\circ F}$$

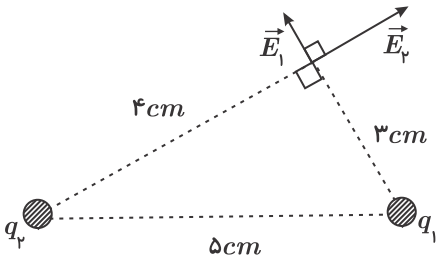
درسنامه:

برای محاسبه دمای تعادل یک سیستم، کافی است جمع جبری گرماهای مبادله شده را برابر صفر قرار دهیم:

$$Q_۱ + Q_۲ + \cdots = ۰$$

۵۱ - گزینه ۳ جهت خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت به سمت بار منفی است؛ در نتیجه بار $q_۱$ مثبت و بار $q_۲$ منفی است. همچنین تراکم خطوط میدان در اطراف بار بزرگ‌تر، بیشتر است؛ در نتیجه اندازهٔ بار $q_۱$ از اندازهٔ بار $q_۲$ بزرگ‌تر است.

۵۲ - گزینه ۲



$$E = \frac{k|q|}{r^۲} \Rightarrow \begin{cases} E_۱ = \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۳ \times ۱۰^{-۸}}{۹ \times ۱۰^{-۴}} = ۳ \times ۱۰^۵ \ \frac{N}{C} \\ E_۲ = \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۷}}{۱۶ \times ۱۰^{-۴}} = ۹ \times ۱۰^۵ \ \frac{N}{C} \end{cases}$$

$$E_t = \sqrt{(۳ \times ۱۰^۵)^۲ + (۹ \times ۱۰^۵)^۲} = ۳\sqrt{۱۰} \times ۱۰^۵ \ N$$

۵۳ - گزینه ۲

$$d_۲ = d_۱ - \frac{۷۵}{۱۰۰}d_۱ = \frac{۲۵}{۱۰۰}d_۱ \Rightarrow d_۲ = \frac{۱}{۴}d_۱$$

$$C = \varepsilon_۰ \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_۲}{C_۱} = \frac{d_۱}{d_۲} = \frac{d_۱}{\frac{۱}{۴}d_۱} = ۴$$

چون دو سر خازن به باتری وصل است، V ثابت می‌ماند.

$$Q = CV \Rightarrow \frac{Q_۲}{Q_۱} = \frac{C_۲}{C_۱} = ۴$$

۵۴ - گزینه ۲ ابتدا جریان عبوری از مدار را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon_۱ - \varepsilon_۲}{r_۱ + r_۲ + R} = \frac{۱۸ - ۶}{۱ + ۲ + ۳} = \frac{۱۲}{۶} = ۲A$$

حال داریم:

$$\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{\varepsilon_۲ I + r_۲ I^۲}{\varepsilon_۱ I - r_۱ I^۲} = \frac{(۶ \times ۲) + (۲ \times ۲^۲)}{(۱۸ \times ۲) - (۱ \times ۲^۲)} = \frac{۱۲ + ۸}{۳۶ - ۴} = \frac{۲۰}{۳۲} = \frac{۵}{۸}$$

۵۵ - گزینه ۲ ابتدا طول سیم را پیدا می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow V = \frac{۳/۴}{۱۰} = ۳۱/۴ \ cm^۳$$

$$V = AL \xrightarrow{A = \pi \frac{d^۲}{۴}} ۳۱/۴ = ۳/۱۴ \times \frac{(۰/۱)^۲}{۴} \times L \rightarrow L = ۴ \times ۱۰^۳ \ cm = ۴۰m$$

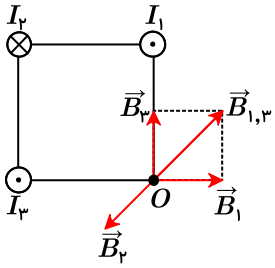
حال مقاومت سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \frac{\rho L}{A} \rightarrow R = \frac{۳/۱۴ \times ۱۰^{-۸} \times ۴۰}{۳/۱۴ \times \frac{(۱۰^{-۳})^۲}{۴}} = ۱۶۰ \times ۱۰^{-۲} = ۱/۶ \ \Omega$$

۵۶ - گزینه ۲ توان خروجی یک باتری برابر است با:

$$P = VI = ۶ \times ۱/۵ = ۹W$$

۵۷ - گزینه ۲



بردار برایند(B_T)هم‌جهت با$B_{۱,۳}$است. $\Rightarrow |B_۲| < |B_۱ = B_۳| \Rightarrow |B_۲| < |B_{۱,۳}| = |B_۱|\sqrt{۲}$

۵۸ - گزینه ۳

$$B = \frac{\mu_۰ NI}{L} \rightarrow L = \frac{\mu_۰ NI}{B} = \frac{۴ \times ۳{,}۱۴ \times ۱۰^{-۷} \times ۳۰۰ \times ۳{,}۲}{۸۰ \times ۱۰^{-۴}} \simeq ۱۵ \times ۱۰^{-۲} m = ۱۵cm$$

۵۹ - گزینه ۴

طبق قانون لنز، در حلقهٔ **۱** و **۳**، شار مغناطیسی به ترتیب در حال کاهش و افزایش است؛ در نتیجه جهت میدان القایی در این دو حلقه، به ترتیب هم‌جهت و خلاف جهت با میدان اصلی است. پس با توجه به قانون دست راست در حلقه، جریان القایی در حلقهٔ **۱** پادساعتگرد و در حلقهٔ **۳** ساعتگرد است. در حلقهٔ **۲** در لحظهٔ نشان‌داده‌شده شار مغناطیسی ثابت است. پس جریان القایی صفر خواهد بود.

۶۰ - گزینه ۳

$$I = \frac{-N}{R}\frac{(\Delta B)A\cos\theta}{\Delta t} = \frac{-۲۰۰ \times (-۵ \times ۱۰^{-۲}) \times ۵ \times ۱۰^{-۳} \times ۱}{۲۰ \times ۲ \times ۱۰^{-۳}} = \frac{۲۵}{۲۰} = ۱{,}۲۵A$$

۶۱ - گزینه ۴ در لحظهٔ رها شدن گلولهٔ سوم، گلولهٔ اول به زمین می‌رسد، بنابراین زمان سقوط گلولهٔ اول برابر است با:

$$t_۱ = ۲ + ۲ = ۴s$$

ارتفاع h را به دست می‌آوریم:

$$|h_۱| = \frac{۱}{۲}gt_۱^۲ \Rightarrow h_۱ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۴^۲ = ۸۰m$$

در لحظهٔ رسیدن گلولهٔ اول به زمین، از سقوط گلولهٔ دوم، **۲** ثانیه می‌گذرد. در این مدت میزان سقوط آن برابر است با:

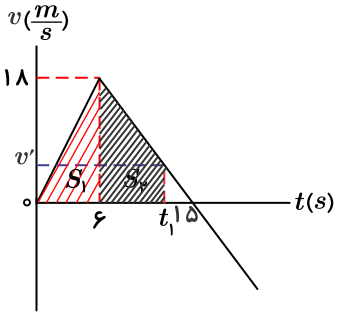
$$|\Delta y_۲| = \frac{۱}{۲}gt_۲^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۲^۲ = ۲۰m$$

گلولهٔ دوم، $۲۰m$ از ارتفاع **۸۰** متری را پایین آمده و اکنون در ارتفاع **۶۰** متری از سطح زمین قرار دارد.

۶۲ - گزینه ۱ دو ثانیهٔ دوم، یعنی بازهٔ زمانی **۲** تا **۴** ثانیه:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۳(۴^۲ - ۲^۲)}{۴ - ۲} = \frac{۳ \times ۱۲}{۲} = ۱۸\ \frac{m}{s^۲}$$

۶۳ - گزینه ۲ ابتدا لحظهٔ $t_۱$ را پیدا می‌کنیم که متحرک تا آن لحظه $۱۲۶m$ جابه‌جا شده و به مکان $x = ۱۳۶m$ رسیده است:



$$S_۱ = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۱۸ = ۵۴m$$
$$S_۲ = ۱۲۶ - ۵۴ = ۷۲m$$
$$(\frac{۱۸ + v'}{۲}) \times (t_۱ - ۶) = ۷۲ \quad (\star)$$

از طرفی داریم:

$$\frac{v'}{۱۵ - t_۱} = \frac{۱۸}{۱۵ - ۶} \Rightarrow v' = ۳۰ - ۲t_۱ \xrightarrow{(\star)} (۱۸ + ۳۰ - ۲t_۱)(t_۱ - ۶) = ۷۲ \times ۲ = ۱۴۴ \rightarrow t_۱ = ۱۲s \text{ یا } t_۱ = ۱۸ \text{ (غ ق ق)}$$

برای اینکه متحرک در لحظهٔ $t_۲$ مجدد در مکان $x = ۱۳۶m$ قرار بگیرد، باید جابه‌جایی بین دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ صفر باشد، یعنی این دو لحظه باید نسبت به $t = ۱۵s$ قرینه باشند؛ درنتیجه $t_۲ = ۱۸s$ است.

۶۴ - گزینه ۱

$$F_{net}=ma\Rightarrow\begin{cases}F=m_۱\times ۱۲\Rightarrow m_۱=\dfrac{F}{۱۲}\\ F=m_۲\times ۴\Rightarrow m_۲=\dfrac{F}{۴}\end{cases}$$

حالا شتاب جرم $(m_۲-m_۱)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$F=(m_۲-m_۱)a=(\frac{F}{۴}-\frac{F}{۱۲})a\Rightarrow a=\frac{F}{\frac{F}{۶}}=۶\ \frac{m}{s^۲}$$

۶۵ - گزینه ۳ ابتدا بیشینهٔ اصطکاک جنبشی جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$f_{s\ ,max}=\mu_s\underbrace{F_N}_{mg}=۰/۶\times ۵۰۰=۳۰۰N$$

هر زمان نیروی F با $f_{s\ ,max}$ برابر شود، جسم شروع به حرکت می‌کند:

$$F\geq f_{s\ ,max}\Rightarrow ۱۰۰t\geq ۳۰۰\Rightarrow t\geq ۳s$$

در $t=۳s$، جسم به راه می‌افتد و نیروی اصطکاکی که به آن وارد می‌شود، از نوع جنبشی است؛ بنابراین داریم:

$$t=۰\ \text{تا}\ t=۳s: F_{net}=۰\Rightarrow a=۰$$

$$t=۳s\ \text{تا}\ t=۴s: F_{net}=۱۰۰t-f_k\xrightarrow{f_k=۰/۴\times ۵۰\times ۱۰=۲۰۰N}F_{net}=۱۰۰t-۲۰۰$$

چون شتاب جعبه متغیر است، شتاب را در ابتدا و انتهای بازه به دست می‌آوریم و با فرض ثابت بودن آن، جابه‌جایی را حساب می‌کنیم:

$$\xrightarrow[m=۵۰kg]{a=\frac{F_{net}}{m}}a=۲t-۴\Rightarrow\begin{cases}t=۳s\to a=۲\frac{m}{s^۲}\xrightarrow{\text{فرض شتاب ثابت}}\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+\cancel{v_۰t}=\frac{۱}{۲}(۲)(۱^۲)=۱m\\ t=۴s\to a=۴\frac{m}{s^۲}\xrightarrow{\text{فرض شتاب ثابت}}\Delta x=\frac{۱}{۲}(۴)(۱^۲)=۲m\end{cases}$$

جابه‌جایی واقعی جعبه، بین دو مقدار به دست آمده است:

$$\Rightarrow ۱<d<۲$$

۶۶ - گزینه ۳

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{F}{\rho_A}}\Rightarrow\frac{v_B}{v_A}=\sqrt{\frac{F_B}{F_A}\times\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{A_A}{A_B}}\Rightarrow\frac{v_B}{۱۰۰}=\sqrt{۱\times ۱\times ۴}\Rightarrow v_B=۲۰۰\frac{m}{s}$$

۶۷ - گزینه ۴ با نزدیک شدن کهکشان به ما، طبق اثر دوپلر، بسامد نور دریافتی افزایش و طول موج آن کاهش می‌یابد. تندی انتشار نور نیز تغییری نمی‌کند.

۶۸ - گزینه ۱ چشمهٔ موج ثابت است، پس طول موج تغییر نمی‌کند؛ اگر شنونده در حال دور شدن از چشمه باشد، در مقایسه با زمانی که نسبت به هم ساکن هستند، در مدت زمان یکسان با جبهه‌های موج کمتری مواجه می‌شود که این منجر به کاهش بسامد صوتی می‌شود که می‌شنود.

۶۹ - گزینه ۴

$$v_{max}=Aw=A(\frac{۲\pi}{T})$$

$$\Rightarrow T=\frac{۲\pi A}{v_{max}}=\frac{۲\times\frac{۲۲}{۷}\times\frac{۷}{۱۰۰۰}}{\frac{۴۴}{۱۰}}=۰/۰۱s$$

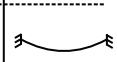
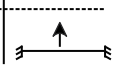
۷۰ - گزینه ۴

$$\frac{v_۱}{v_۲}=\frac{\sin ۵۳^\circ}{\sin ۳۷^\circ}=\frac{۰/۸}{۰/۶}=\frac{۴}{۳}\xrightarrow{v_۱=c}v_۲=\frac{۳}{۴}\times ۳\times ۱۰^۸=\frac{۹}{۴}\times ۱۰^۸\frac{m}{s}$$

$$\frac{v_۲}{v_۳}=\frac{\sin ۳۷^\circ}{\sin ۳۰^\circ}=\frac{۰/۶}{۰/۵}=\frac{۶}{۵}\Rightarrow v_۳=\frac{۵}{۶}v_۲=\frac{۵}{۶}\times\frac{۹}{۴}\times ۱۰^۸=\frac{۱۵}{۸}\times ۱۰^۸\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_۲-v_۳=\frac{۹}{۴}\times ۱۰^۸-\frac{۱۵}{۸}\times ۱۰^۸=(\frac{۱۸}{۸}-\frac{۱۵}{۸})\times ۱۰^۸=\frac{۳}{۸}\times ۱۰^۸=۳/۷۵\times ۱۰^۷\frac{m}{s}$$

۷۱ - گزینه ۱

t	شکل تار
$۰, T$	
$\frac{T}{۴}, \frac{۵T}{۴}$	
$\frac{T}{۲}, \frac{۳T}{۲}$	
$\frac{۳T}{۴}, \frac{۷T}{۴}$	

$$t = \frac{۷}{۴f} = \frac{۷}{۴}T$$

۷۲ - گزینه ۲ مدل اتمی بور نمی‌تواند متفاوت بودن شدت خط‌های طیف گسیلی اتم هیدروژن را توجیه کند و برای اتم‌هایی با بیش از یک الکترون نیز به کار نمی‌رود.

۷۳ - گزینه ۱

بلندترین طول موج، مربوط به گذار از تراز ۵ به ۴ و کوتاه‌ترین طول موج مربوط به گذار از تراز ∞ به ۴ است.

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲})$$

$$\frac{۱}{\lambda_{max}} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{(n'+۱)^۲}) = R(\frac{۱}{۴^۲} - \frac{۱}{۵^۲}) = \frac{۹R}{۱۶ \times ۲۵} \rightarrow \lambda_{max} = \frac{۱۶ \times ۲۵}{۹R}$$

$$\frac{۱}{\lambda_{min}} = R(\frac{۱}{۴^۲} - \cancel{\frac{۱}{\infty}}) = \frac{R}{۱۶} \rightarrow \lambda_{min} = \frac{۱۶}{R}$$

$$\rightarrow \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} = \frac{\frac{\cancel{۱۶} \times ۲۵}{۹\cancel{R}}}{\frac{\cancel{۱۶}}{\cancel{R}}} = \frac{۲۵}{۹}$$

۷۴ - گزینه ۱ چون α و پوزیترون هر دو بار مثبت دارند، پس طبق قانون دست راست هر دو به چپ منحرف می‌شوند.

۷۵ - گزینه ۴

$$N = \frac{N_۰}{۲^n} \Rightarrow \frac{۱}{۱۶}N_۰ = \frac{N_۰}{۲^n} \Rightarrow ۲^n = ۱۶ \Rightarrow n = ۴$$

$$n = \frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}} \Rightarrow ۴ = \frac{۸}{T_{\frac{۱}{۲}}} \Rightarrow T_{\frac{۱}{۲}} = ۲h$$

۷۶ - گزینه ۱

$$\begin{cases} \overline{M} = \text{جرم اتمی میانگین} \\ F = \text{فراوانی ایزوتوپ} \\ M = \text{جرم اتمی ایزوتوپ} \end{cases} \quad \overline{M} = \frac{F_۱M_۱ + F_۲M_۲ + F_۳M_۳}{۱۰۰}$$

$$F_۱ + F_۲ + F_۳ = ۱۰۰ \Rightarrow F_۱ + F_۲ + ۲۰ = ۱۰۰ \Rightarrow \underline{F_۱ = ۸۰ - F_۲}$$

$$۶۵/۴ = \frac{(۸۰ - F_۲) \times ۶۴ + F_۲ \times ۶۶ + ۲۰ \times ۶۸}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow ۶۵۴۰ = ۵۱۲۰ - ۶۴F_۲ + ۶۶F_۲ + ۱۳۶۰$$

$$\Rightarrow ۶۰ = ۲F_۲ \Rightarrow F_۲ = ۳۰\% \Rightarrow F_۱ = ۸۰ - ۳۰ = ۵۰\%$$

پس ایزوتوپ $X^{۶۴}$ بیشترین درصد فراوانی را دارد. (۵۰٪)

ایزوتوپ $X^{۶۸}$ کمترین درصد فراوانی را دارد پس کمترین میزان پایداری را دارد.

۷۷ - گزینه ۱ از آن‌جا که در $X_۲$، ۳۰ ذرهٔ بدون بار (نوترون) وجود دارد، عددجرمی $X_۲$ برابر ۵۴ می‌باشد.

displaystyle \left.\begin{array}X_{1}^{3+}:n-e=7\\ e=p-3\xrightarrow {p=24}e=21\end{array}\right\} n-21=7\Rightarrow n=28\

درنتیجه عدد جرمی $X_۱$ برابر ۵۲ می‌باشد.

درصد فراوانی $X_۱$ را با $F_۱$ و درصد فراوانی $X_۲$ را با $F_۲$ نشان می‌دهیم:

$$\left.\begin{array}{l} F_۱ + F_۲ = ۱۰۰ \\ F_۱ - F_۲ = ۸۰ \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} F_۱ = ۹۰ \\ F_۲ = ۱۰ \end{cases}$$

$$\text{جرم اتمی میانگین } X = \frac{X_۱F_۱ + X_۲F_۲}{F_۱ + F_۲} = \frac{۵۲(۹۰) + ۵۴(۱۰)}{۱۰۰} = ۵۲/۲g$$

پس جرم مولی XO برابر **۶۸٫۲** گرم بر مول خواهد بود.

۷۸ - گزینه ۱ عدد اتمی عناصر موجود در گزینه‌ها **۳۴, ۳۲, ۳۱, ۲۱** می‌باشد که بین دو گاز نجیب $_{۱۸}Ar$ و $_{۳۶}Kr$ قرار می‌گیرند. این عناصر از دورهٔ چهارم جدول بوده و گازنجیب هم‌دورهٔ آنها $_{۳۶}Kr$ می‌باشد. در نتیجه برای رسیدن به آرایش الکترونی این گاز نجیب، باید عنصر موردنظر الکترون «دریافت» کند.

$$_{۳۴}Y : [Ar]۳d^{۱۰}۴s^{۲}۴p^{۴} \xrightarrow{+۲e^-} {}_{۳۴}Y^{۲-} : [Ar]۳d^{۱۰}۴s^{۲}۴p^{۶} \longrightarrow \text{آرایش } {}_{۳۶}Kr$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: عنصر **۳۱** با دریافت **۳** الکترون به آرایش $_{۳۶}Kr$ نمی‌رسد (در واقع این عنصر کاتیون $+۳$ تشکیل می‌دهد و به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد.)

گزینهٔ «۳»: این عنصر نیز توانایی تشکیل کاتیون $+۳$ را داشته و به آرایش گاز نجیب «دورهٔ قبل» می‌رسد.

گزینهٔ «۴»: معمولاً عناصر توانایی گرفتن یا از دست دادن **۴** الکترون را ندارند و به جای آن، الکترون‌های خود را به اشتراک می‌گذارند.

۷۹ - گزینه ۲

۱) نادرست، در اتم هیدروژن (نه همهٔ اتم‌ها) $n = ۱$ حالت پایه به شمار می‌رود.

۲) درست، طیف نشری خطی اختصاصی و وابسته به عدد اتمی است.

۳) نادرست، عنصری با آرایش الکترون - نقطه‌ای $X:$ هلیوم است و یون پایداری ندارد.

۴) نادرست، گازهای نجیب ممکن است واکنش‌پذیری بسیار کمی داشته باشند.

درسنامه:

آرایش الکترون نقطه‌ای (لوویس) اتم‌ها:

- نمایش الکترون‌های ظرفیتی (در عناصر اصلی به‌جز He همان یکان گروه) پیرامون نماد اتم (ابتدا تکی و در صورت بیش از **۴** تا بودن به‌صورت جفت)
- حواستون به هلیوم باشه $He:$

۱) دو الکترون ظرفیتی آن به صورت یک جفت نمایش داده می‌شود.

۲) علاوه بر هشتایی نبودن و در دسته P نبودن در ساختار لوویس هم با هم گروه‌هاش متفاوته!

۸۰ - گزینه ۴ با توجه به اینکه حجم ثابت مانده است، شمار مول‌های آرگون واردشده با شمار مول‌های CO خارج‌شده یکسان است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$n_{Ar} = \frac{\overbrace{۶۲۰ \times \frac{۳۰}{۱۰۰}}^{۱۸۶}}{۴۰} = ۴٫۶۵\ mol\ Ar$$

$$\text{جرم اولیهٔ } CO = ۶۲۰ - ۱۸۶ + ۴٫۶۵(۲۸) = ۵۶۴٫۲\ g\ CO$$

۸۱ - گزینه ۳

$$۲Al + ۳H_۲SO_۴ \rightarrow Al_۲(SO_۴)_۳ + ۳\underline{H_۲}$$

$$\underline{H_۲} + \underset{۸٫۹۶\ L}{\underline{Cl_۲}} \rightarrow ۲HCl$$

$$gr\ Al \Rightarrow ۸٫۹۶\ L\ Cl_۲ \times \frac{۱\ mol}{۲۲٫۴\ L} \times \frac{۱\ mol\ H_۲}{۱\ mol\ Cl_۲} \times \frac{۲\ mol\ Al}{۳\ mol\ H_۲} \times \frac{۲۷\ gr\ Al}{۱\ mol} = ۷٫۲\ gr$$

۸۲ - گزینه ۱ ساختار لوئیس ترکیب‌های نام‌برده در گزینه‌ها به صورت زیر است:

جفت ناپیوندی: ۶ — پیوند دوگانه: ۱ | جفت ناپیوندی: ۴ — پیوند دوگانه: ۲ | جفت ناپیوندی: ۶ — پیوند دوگانه: ۱ | جفت ناپیوندی: ۸ — پیوند دوگانه: ۱

در نتیجه گزینهٔ **۱** صحیح است.

۸۳ - گزینه ۴ برای محاسبهٔ دما برحسب ارتفاع از رابطهٔ مقابل استفاده می‌شود. $\theta = -۶h + \theta_۰$

که در $\theta_۰$ دما در سطح زمین، h ارتفاع از سطح زمین و θ دما در ارتفاع h می‌باشد.

با توجه به سؤال $\theta_۰ = ۲۴^\circ C$ می‌باشد. اگر دما نسبت به سطح زمین **۸۰** درصد کاهش یابد، در ارتفاع h دما (θ) برابر است با:

$$\theta = ۲۴ - \frac{۸۰}{۱۰۰}(۲۴) = \frac{۲۰}{۱۰۰}(۲۴) = \frac{۲۴}{۵} = ۴.۸^\circ C$$

$$\xrightarrow{\text{ارتفاع}} ۴٫۸ = -۶h + ۲۴ \longrightarrow ۶h = ۱۹٫۲ \longrightarrow h = ۳٫۲km$$

۸۴ - گزینه ۲ متان ($CH_۴$) و کربن دی‌اکسید ($CS_۲$) هر دو مولکول‌هایی ناقطبی بوده و گشتاور دوقطبی آنها برابر صفر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ **۱)** در دمای ثابت، انحلال‌پذیری $CO_۲$ از هر دو بیشتر است.

گزینهٔ **۳)** انحلال‌پذیری بعضی نمک‌ها مثل لیتیم سولفات همانند گازها با افزایش دما کاهش می‌یابد.

گزینهٔ **۴)** وجود یون پتاسیم (K^+) برای تنظیم و عملکرد مناسب دستگاه عصبی بسیار ضروری است. به‌طوری که انتقال پیام‌های عصبی بدون وجود این یون، امکان‌پذیر نیست.

۸۵ - گزینه ۲

$$Na_۲S = ۷۸\frac{g}{mol} \quad NaF = ۴۲\ \frac{g}{mol}$$

$$\left.\begin{array}{l} Na_۲S = xgr \rightarrow \text{مولار} = \frac{\frac{x}{۷۸}}{V\text{محلول}} \\ NaF = ۶ - xgr \rightarrow \text{مولار} = \frac{\frac{۶-x}{۴۲}}{V\text{محلول}} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{برابر}} ۷x = ۷۸ - ۱۳x \Rightarrow x = ۳٫۹$$

$$Na_۲ \longleftrightarrow S \qquad \frac{۳٫۹\ gr}{۱ \times ۷۸} = \frac{S^{۲-}gr}{۱ \times ۳۲} = S^{۲-} = ۱٫۶\ gr$$

$$\frac{۱٫۶\ grS}{۵۰۰\ gr\text{محلول}} = \frac{x}{۱۰^۶\ gr\text{محلول}} \Rightarrow x = ۳۲۰۰\ ppm$$

۸۶ - گزینه ۱

در هر ۱۰۰گرم محلول۲۰گرم حل‌شونده وجود دارد. پس جرم حلال $= ۸۰g \longleftarrow ۱۰۰ = ۲۰ \times \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} = \text{درصد جرمی محلول سیرشده}$

$$\text{انحلال‌پذیری} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم حلال}} \times ۱۰۰ = \frac{\cancel{۲۰}^{۱}}{\cancel{۸۰}_{۴}} \times \cancel{۱۰۰}^{۲۵} = ۲۵\frac{g}{۱۰۰g\text{آب}}$$

$$\xrightarrow[\text{آب مقطر}]{\text{در ۲۰۰گرم}} ۲۵ = \frac{\text{جرم نمک}}{\cancel{۲۰۰}_{۲}} \times \cancel{۱۰۰} \rightarrow \text{جرم نمک} = ۲۵ \times ۲ = ۵۰g$$

۸۷ - گزینه ۱ الف) گشتاور دوقطبی بوتان تقریباً صفر است. بنابراین این مورد نادرست است.

ب) در دمای اتاق، تترافلوئوروواتن، بوتان و کربن تتراکلرید به حالت گاز هستند و یُد جامد است.

در نتیجه این مورد درست است.

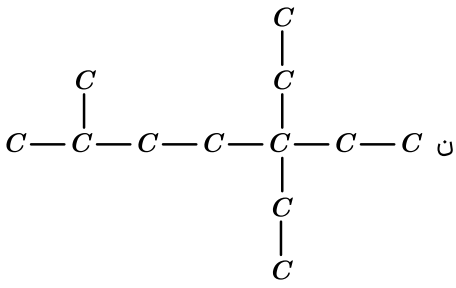
ج) یُد در دمای اتاق جامد و بوتان گاز است، این به این معنی است که نیروهای جاذبه در یُد قوی‌تر است زیرا نقطه ذوب بالاتری دارد.

د) هیچ‌کدام از مواد مذکور شرایط پیوند هیدروژنی (اتصال H به O، F یا N) را ندارد، پس این مورد نادرست است.

بنابر توضیح موارد الف تا د، گزینهٔ **۱** درست است.

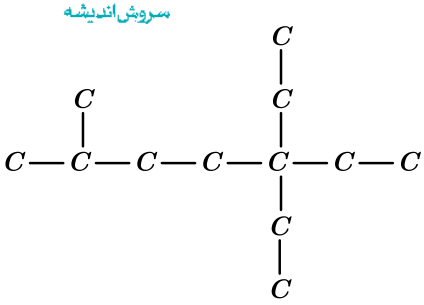
۸۸ - گزینه ۳ بررسی همهٔ گزینه‌ها:

گزینهٔ **۱)** ۵،۵-دی‌اتیل-۲-متیل هپتان



۵ گروه $CH_۲$ دارد.

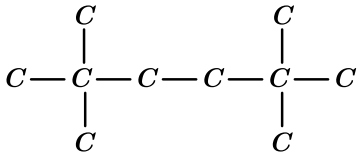
گزینهٔ ۲) ۵،۵-دی‌اتیل-۲-متیل هپتان



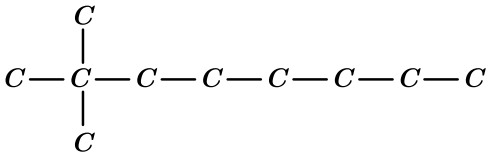
۵ گروه CH_2 دارد.

گزینهٔ ۳) ۵،۵،۲،۲-تترا متیل هگزان

۲ گروه CH_2



گزینهٔ ۴) ۲،۲-دی متیل اکتان



۵ گروه CH_2 دارد.

۸۹ - گزینه ۴

$$x \text{ دستهٔ عنصر} \begin{cases} s^1 \xrightarrow{\times 2} 2e^- \Rightarrow s^2 \quad \times \text{ برای رسیدن به دسته } d \text{ کم است} \\ s^2 \xrightarrow{\times 2} 4e^- \Rightarrow s^2 d^2 \quad \checkmark \rightarrow Ti_{22} \begin{cases} Ti^{2+} \\ Ti^{4+} \end{cases} \end{cases}$$

گزینهٔ ۱) تیتانیم دارای عدد اکسایش ۲ نیز هست و می‌تواند ۲ الکترون مبادله کند.

گزینهٔ ۲) ممکن است عنصر X، He باشد و به صورت گازی است.

گزینهٔ ۳) اگر X هلیم باشد دارای عدد اکسایش ۴ نمی‌تواند باشد.

۹۰ - گزینه ۴

$$\underset{a\ mol}{C_2H_4(g)} + \underset{a\ mol}{H_2(g)} \rightarrow C_2H_6(g) \quad \underset{b\ mol}{C_3H_4(g)} + \underset{2b\ mol}{2H_2(g)} \rightarrow C_3H_8(g)$$

$$\left.\begin{matrix} 28a + 40b = 18gr \\ 2a + 4b = 1{,}4gr \end{matrix}\right\} \rightarrow a = \frac{1}{2} \quad b = 0{,}1$$

$$a + b = 0{,}6\ mol \rightarrow 0{,}6mol \times 22{,}4 = 13{,}44 \text{ لیتر}$$

۹۱ - گزینه ۴ گزینهٔ ۱)

تغییرات تعداد A_2 در شکل در مدت زمان زمان ۲۰ تا ۳۰ ثانیه برابر ۱ است.

$$R = \frac{1 \times 0{,}05\ mol\ A_2}{2L \times 10s} = 2{,}5 \times 10^{-3}$$

گزینهٔ ۲)

t	A_2	X_2	AX_2
۱۰	۳	۶	۶
۲۰	۱	۲	۱۰
۳۰	۰	۰	۱۲

$$1A_2 + 2X_2 \rightarrow 2AX_2$$

گزینهٔ ۳)

$$\frac{2 \times 0{,}05\ mol\ A_2}{1 \times 0{,}05\ mol\ A_2} = 2$$

گزینهٔ ۴) کاملاً برعکس، سرعت واکنش کم می‌شود.

۹۲ - گزینه ۱

$$\frac{۱۳۶۰\ kJ}{۳۴۰\ kJ} = ۴$$

یعنی $\frac{۱}{۴}$ مول سوخته شده که جرمش برابر $۱۱٫۵gr$ بود پس $۱۱٫۵ \times ۴ = ۴۶g$ جرم مولی ترکیب آلی است.

می‌تواند اتر یا الکل باشد. (دی‌متیل اتر یا اتانول)

$$C_nH_{۲n} + ۲O = ۱۴n + ۲ + ۱۶ = ۴۶ \Rightarrow n = ۲ \Rightarrow C_۲H_۶O$$

۹۳ - گزینه ۴ نسبت ظرفیت گرمایی به ظرفیت گرمایی ویژه، برابر جرم ماده است که در هر دو یکسان است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ **۱**: چون c_M (ظرفیت گرمایی ویژه M) دو برابر c_X (ظرفیت گرمایی ویژه X) است، $\Delta\theta$ برای M نصف $\Delta\theta$ برای X با گرمای یکسان خواهد بود.

$$Q = c_M m\Delta\theta_M = c_X m\Delta\theta_X \Rightarrow \frac{\Delta\theta_M}{\Delta\theta_X} = \frac{c_X}{c_M} = \frac{۱}{۲}$$

گزینهٔ **۲**:

$$\frac{Q_X}{Q_M} = \frac{\Delta\theta_X c_X}{\Delta\theta_M c_M} = ۴ \times \frac{c_X}{c_M} = ۴ \times \frac{۱}{۲} = ۲$$

گزینهٔ **۳**:

$$\frac{Q_M}{Q_X} = \frac{\Delta\theta_M c_M}{\Delta\theta_X c_X} = ۱ \times ۲ = ۲$$

۹۴ - گزینه ۳

واکنش هدف : $۲C_۲H_۶(g) + ۷O_۲(g) \rightarrow ۴CO_۲(g) + ۶H_۲O(l)$

$I)\ C_۲H_۶(g) + O_۲(g) \rightarrow ۳H_۲(g) + ۲CO(g)$

$II)\ ۲H_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲H_۲O(l)$

$III)\ ۲CO(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲CO_۲(g)$

ابتدا مواد شرکت‌کننده در معادلهٔ واکنش هدف را با واکنش‌های I، II و III مقایسه می‌کنیم:

$$\text{واکنش هدف : } \underline{۲C_۲H_۶} + \underline{\underline{۷O_۲}} \rightarrow \underline{۴CO_۲} + \underline{\underline{۶H_۲O}}\ ,\ \begin{cases} I)\ \underline{C_۲H_۶} + \underline{\underline{O_۲}} \rightarrow ۳H_۲ + ۲CO \\ II)\ ۲H_۲ + \underline{\underline{O_۲}} \rightarrow \underline{\underline{۲H_۲O}} \\ III)\ ۲CO + \underline{\underline{O_۲}} \rightarrow \underline{۲CO_۲} \end{cases}$$

از آنجایی که اتان، آب و کربن‌دی‌اکسید در **۳** واکنش مجزا و هر کدام یک‌بار ظاهر شده‌اند، واکنش نهایی به راحتی از ضرب کردن ضرایب لازم به دست می‌آید و CO نیز خودبه‌خود توسط واکنش III مصرف می‌شود.

در نتیجه چون ضریب استوکیومتری اتان **۲** است، واکنش اول را در **۲** ضرب می‌کنیم. همچنین مشابه اتان، ضریب $CO_۲$ و آب باعث می‌شود واکنش دوم در **۳** و واکنش سوم در **۲** ضرب شود:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = ۲\Delta H(I\text{واکنش}) + ۳\Delta H(II\text{واکنش}) + ۲\Delta H(III\text{واکنش})$$

$$= ۲ \times (-۱۳۷) + ۳ \times (-۵۷۸) + ۲ \times (-۵۶۶) = -۳۱۴۰kJ$$

$$۳gC_۲H_۶ \times \frac{۱molC_۲H_۶}{۳۰gC_۲H_۶} \times \frac{-۳۱۴۰kJ}{۲molC_۲H_۶} = -۱۵۷kJ$$

علامت منفی نشان‌دهندهٔ آزاد شدن گرماست.

۹۵ - گزینه ۴ فرمول هر دو گروه فقط شامل C و H بوده و چون تعداد هیدروژن‌ها $۲n$ و تعداد کربن‌ها n است، نسبت تعداد C به H همواره **۲** است، پس نسبت جرم نیز ثابت می‌ماند.

در گزینه‌های دیگر به دلیل وجود اتم‌هایی مانند N و O، نسبت جرمی تغییر می‌کند.

۹۶ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

۱) ترکیب گروه عامل آمیدی ندارد و هر دو نیتروژن در حلقه آمینی هستند. N متصل به C در شاخه نیز سیانید است.

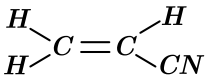
۲) تعداد جفت‌های ناپیوندی برابر نصف مجموع ظرفیت اتم‌هاست زیرا می‌دانیم در ترکیبات آلی تمام اتم‌ها به آرایش پایدار می‌رسند پس تمام الکترون‌هایی که به ظرفیت اتم برای پیوند برقرار کردن اطلاق می‌شود، شامل جفت الکترون‌های پیوندی خواهند بود. با توجه به ساختار مولکول، فرمول آن به صورت $C_۸H_۹N_۳O_۲$ است.

$$\text{شمار جفت‌های پیوندی} = \frac{\text{مجموع ظرفیت اتم‌ها}}{۲} = \frac{۸ \times C\text{ظرفیت} + ۹ \times H\text{ظرفیت} + ۳ \times N\text{ظرفیت} + ۲ \times O\text{ظرفیت}}{۲} =$$

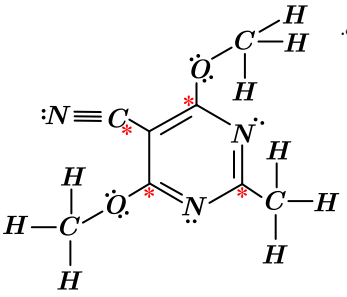
$$\frac{۸ \times ۴ + ۹ \times ۱ + ۳ \times ۳ + ۲ \times ۲}{۲} = ۲۷$$

این تعداد جفت پیوندی، تقسیم بر تعداد پیوندهای $C - O$ (۴ عدد)، برابر **۷** نمی‌شود.

۳) مولکول سوال: **۸** اتم کربن دارد. مونومر سازندهٔ پتو: **۳** اتم هیدروژن دارد.

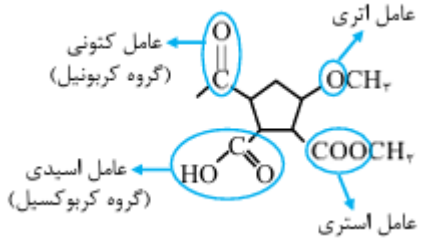


۴) اتم‌های کربن با عدد اکسایش مثبت در شکل مشخص شده‌اند. و تعداد آنها (۴) برابر با تعداد پیوندهای دوگانه (۳) و سه‌گانه (۱) است.



۹۷ - گزینه ۳

این ترکیب دارای گروه‌های عاملی زیر است:

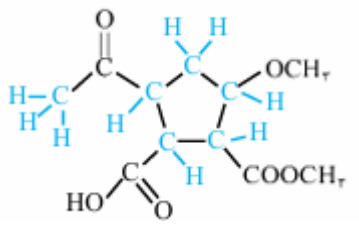


پس گزینه **۲** و **۴** رد می‌شوند.

بین گزینه **۱** و **۳** بررسی عبارت «ت» راحت‌تر از عبارت «پ» است:

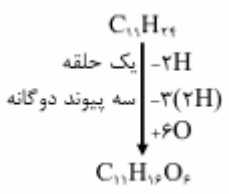
استون (پروپانون) $H_۳C - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - CH_۳$ هیدروژن متصل به O ندارد پس توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی ندارد.

اما بررسی عبارت «پ»، روش اول:



$\rightarrow$ فرمول مولکولی : $C_{۱۱}H_{۱۶}O_۶$

روش دوم: از فرمول آلکان هم‌کربن کمک بگیرید:



۹۸ - گزینه ۳ **۱)** ظرف II حداقل باید **۰٫۰۵** مول $NaOH$ داشته باشد تا بتواند HCl را خنثی کند.

۲) درست

۳) در واکنش خنثی شدن اسید و باز، شمار یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید باهم برابر است.

۴)

$$HCl \Rightarrow n = ۰٫۱ \times ۰٫۵ = ۰٫۰۵\ mol\ HCl\ ,\ [H^+] = ۰٫۱$$

$$NaOH \Rightarrow V = ۰٫۲۵L \Rightarrow ۰٫۰۵ = ۰٫۲۵ \times M \Rightarrow M = ۰٫۲\ mol \cdot L^{-۱} \rightarrow [OH^-] = ۰٫۲$$

۹۹ - گزینه ۲ حالت اول:

$$\xRightarrow{\alpha=۰/۱} [H^+]=[A^-]=۰/۱C_۰ \quad (\text{غلظت اولیهٔ اسید} HA \text{است} C_۰)$$
$$[HA]=C_۰-۰/۱C_۰=۰/۹C_۰$$
$$\Rightarrow K_a=\frac{[H^+][A^-]}{[HA]}=\frac{۰/۱C_۰\times ۰/۱C_۰}{۰/۹C_۰}=\frac{۰/۰۱}{۰/۹}C_۰=۱۰^{-۳}\Rightarrow C_۰=۰/۰۹M$$

حالت دوم:

$$\alpha_۲=۲\alpha_۱=۲\times ۰/۱=۰/۲\Rightarrow [H^+]=[A^-]=۰/۲C'_۰ [HA]=C'_۰-۰/۲C'_۰=۰/۸C'_۰$$
$$\Rightarrow K_a=\frac{[H^+][A^-]}{[HA]}=\frac{۰/۲C'_۰\times ۰/۲C'_۰}{۰/۸C'_۰}=\frac{۰/۰۴}{۰/۸}C'_۰=۱۰^{-۳}\Rightarrow C'_۰=۰/۰۲M$$
$$C_۱V_۱=C_۲V_۲\Rightarrow ۰/۰۹M\times ۲۵۰mL=۰/۰۲M\times V_۲\Rightarrow V_۲=۱۱۲۵mL$$
$$\Rightarrow \Delta V=V_۲-V_۱=۱۱۲۵-۲۵۰=۸۷۵mL$$

بنابراین گزینهٔ **۲** صحیح است.

۱۰۰ - گزینه ۲

$$Li_۲O(s)+H_۲O(l)\longrightarrow ۲LiOH(aq)\longrightarrow ۲Li^+, ۲OH^-\longrightarrow \text{۴یون}\xrightarrow{\text{مول اولیه لیتیم اکسید نصف باشد}}\text{۲یون}$$
$$HCl(aq)\longrightarrow H^+(aq)+Cl^-(aq)\longrightarrow \text{۲یون}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) برای دو اسید قوی که کاملاً تفکیک می‌شوند نمی‌توان مقایسه کرد.

۳) بدون داشتن درجه یونش نمی‌توان گفت.

۴) جرم مولی HI بیشتر بوده و به‌ازای جرم برابر، مول کمتری نسبت به HCl خواهد داشت پس pH محلول آن بزرگ‌تر خواهد بود.

۱۰۱ - گزینه ۲

$$۲RCOONa(aq)+MgCl_۲(aq)\rightarrow (RCOO)_۲Mg(s)+۲NaCl(aq)$$
$$\text{جرم مولی رسوب}=۲(R)+۲(۱۲)+۴(۱۶)+۲۴=۲R+۱۱۲\frac{g}{mol}$$
$$\text{۱۷/۷g رسوب}\times\frac{\text{۱mol رسوب}}{\text{۲R+۱۱۲g رسوب}}\times\frac{\text{۲mol صابون}}{\text{۱mol رسوب}}=۰/۰۶mol\text{صابون}\longrightarrow ۳۵/۴=۰/۱۲R+۶/۷۲$$
$$\longrightarrow ۰/۱۲R=۲۸/۶۸\longrightarrow R=۲۳۹\frac{g}{mol}$$

R زنجیرهٔ کربنی سیرشده است پس فرمول آن برابر آلکانی است که یک H از دست داده است.

$$\text{جرم مولی آلکان‌ها}\rightarrow ۱۴n+۲\xrightarrow{-H}۱۴n+۱=۲۳۹\longrightarrow ۱۴n=۲۳۸\rightarrow n=۱۷$$
$$\text{تعداد کربن کل}=۱۷+۱=۱۸$$
$$(Cl^-, Na^+)\text{یون‌های محلول}: ۰/۰۶mol\text{ صابون}\times\frac{\text{۴mol یون}}{\text{۲mol صابون}}=۰/۱۲mol\text{یون}$$

۱۰۲ - گزینه ۳

$$۱Cl_۲(g)+\underbrace{۲MnO_۴^-(aq)}_{\text{اکسنده}}+۴H^+(aq)\rightarrow ۲ClO_۳^-(aq)+۲Mn^{۲+}(aq)+۲H_۲O(l)$$
$$۲MnO_۴^-\sim ۱۰e^-\Rightarrow\frac{۰/۴}{۲}=\frac{x}{۱۰}\Rightarrow x=۲mol\ e^-$$

۱۰۳ - گزینه ۱ تعداد الکترون‌های زیرلایهٔ $۳d$ در X، با تعداد الکترون‌های زیرلایهٔ $۳p$ در Y برابر است.

گزینهٔ **۱**: نادرست؛ Y نافلز جامد سفیدرنگ است؛ در نتیجه Y فسفر است و آرایش الکترونی آن در لایهٔ آخر $۳s^۲۳p^۳$ است، پس X باید **۱** الکترون در بیرونی‌ترین زیرلایه داشته باشد درحالی‌که آرایش الکترونی آن مطابق زیر است:

$$_{۲۳}X: [_{۱۸}Ar]۳d^۳/\boxed{۴s^۲}$$

و در بیرونی‌ترین زیرلایهٔ خود، **۲** الکترون دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ **۲**:

$X = {}_{25}Mn \quad {}_{25}Mn : [{}_{18}Ar]3d^5/4s^2 \rightarrow 3d$ در **۵** الکترون

$\Rightarrow {}_{17}Y : [{}_{10}Ne]/3s^2 3p^5 \Rightarrow {}_{17}Y = {}_{17}Cl \rightarrow$ به آرامی با هیدروژن در دمای اتاق واکنش می‌دهد

گزینهٔ **۳**:

$Y = {}_{15}P \Rightarrow {}_{15}P : [{}_{10}Ne]/3s^2 3p^3 \Rightarrow {}_{23}X : [{}_{18}Ar] \underbrace{3d^3/4s^2}_{\text{۵ الکترون ظرفیت}}$

در نتیجه بزرگ‌ترین عدد اکسایش اتم X در ترکیب‌های آن $+5$ است.

گزینهٔ **۴**:

$Y =$ گاز نجیب $\Rightarrow {}_{18}Y : [{}_{10}Ne]/3s^2 3p^6 \Rightarrow$

$\Rightarrow {}_{26}X : 1s^2/2s^2 2p^6/\underbrace{3s^2 3p^6 3d^6}_{\text{۱۴ الکترون}}/4s^2$

۱۰۴ - گزینه ۴ گونهٔ اکسایش‌یافته و کاهنده معادل یکدیگرند و به‌گونه‌ای اطلاق می‌شود که عدد اکسایش آن بالاتر رفته است که Mg است.

۱۰۵ - گزینه ۴

با توجه به اینکه هر دو در دورهٔ سوم قرار دارند Y عنصر گروه **۱۶** و X عنصر گروه **۱** است.

یون منیزیم از X^{1+} کوچک‌تر است و یون Cl^- از یون Y^{2-} چون همگی در دورهٔ **۳** هستند.

۱۰۶ - گزینه ۴ الف) درست

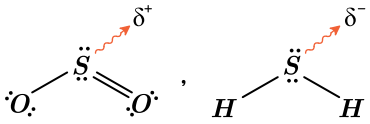
ب) جامد مولکولی: آرایش منظم مولکول‌ها در **۳** بُعد است.

ج) درست

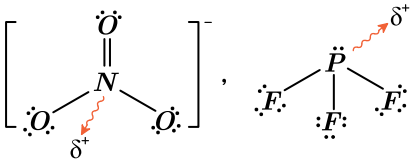
د) جامد یونی: چینش **۳** بُعدی از یون‌های مثبت و منفی است.

۱۰۷ - گزینه ۲

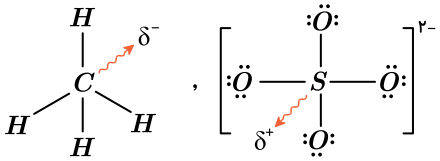
گزینهٔ **۱**) گوگرد نسبت به اکسیژن خصلت نافلزی کمتری دارد ولی نسبت به هیدروژن، نافلز قوی‌تر است. پس بار جزئی اتم مرکزی در دو گونهٔ متفاوت است.



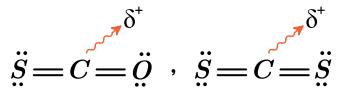
گزینهٔ **۲**) هر دو اتم مرکزی در PF_3 و NO_3^- بار جزئی مثبت دارند؛ در حالی که ساختار لوویس آنها متفاوت است.



گزینهٔ **۳**) اتم S در SO_4^{2-} جزئی بار مثبت دارد؛ اما C در CH_4 جزئی بار منفی دارد؛ زیرا کربن نسبت به هیدروژن نافلز قوی‌تر است.



گزینهٔ **۴**) اتم مرکزی در هر دو مولکول CS_2 و SCO بار جزئی مثبت دارد؛ زیرا نسبت به اتم‌های اطراف، از خصلت نافلزی و پایین‌تری برخوردار است. توجه کنید که هر دو اتم گوگرد و اکسیژن در گروه **۱۶** جدول تناوبی جای دارند؛ بنابراین ساختار دو مولکول مشابه (خطی) است.



۱۰۸ - گزینه ۱

$$K=\frac{[NO_۲]^۲}{[NO]^۲[O_۲]} \quad mol\ NO_۲=x \qquad K=\frac{x^۲}{x^۳\times\frac{۱}{۵}}=\frac{۱}{۲}\rightarrow x=۱۰$$

	$۲NO$	+	$O_۲$	⇌	$۲NO_۲$
مقدار اولیه	۱۰		۱۰		۱۰
پس از تعادل	$\frac{۱۰-۲a}{۶}$		$\frac{۱۰-a}{۸}$		$\frac{۱۰+۲a}{۱۴}$

$$\rightarrow ۱۰+۲a=۲۰-۳a\rightarrow a=۲$$

$$K_{\text{جدید}}=\frac{۱۴^۲}{۶^۲\times ۸\times\frac{۱}{۵}}\simeq ۳/۴$$

۱۰۹ - گزینه ۴ افزایش حجم ظرف در واکنش‌ها سبب می‌شود واکنش به سمتی که مجموع ضریب فراورده‌های گازی بیشتر است، پیشرفت کند. افزایش درصد مولی فراورده‌ها نشان می‌دهد مجموع ضریب استوکیومتری فراورده‌های گازی نسبت به واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است؛ در نتیجه گزینهٔ **۳** نادرست است چون مول گازی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها برابر است. همچنین با افزایش دما واکنش در جهت رفت پیشرفت می‌کند؛ پس واکنش در نظر گرماگیر است. طبق صفحهٔ **۱۳۲** کتاب درسی شیمی دوازدهم واکنش تجزیه $NOCl$ به NO و $Cl_۲$ واکنش گرماگیر است. واکنش تولید آمونیاک گرماده است و واکنش اکسید شدن $SO_۲$ به $SO_۳$ نیز به دلیل اینکه واکنش‌های اکسایش گرماده هستند، گرماده است.

۱۱۰ - گزینه ۴ برای انجام شدن این واکنش باید دما بالا باشد تا انرژی فعال‌سازی برای واکنش‌دهنده‌ها فراهم شود، علاوه بر آن این واکنش گرماده است.