



شماره داوطلب
نام خانوادگی و نام

خراسان رضوی
شهر



سروش اندیشه
مؤسسه فرهنگی هنری

کد آزمون: 1288

۱۶ بهمن ۱۴۰۴

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)
جمهوری اسلامی ایران
وزارت فرهنگ و ارشاد
اسلامی مؤسسه سروش
اندیشه حیات

پاسخنامه آزمون شبیه ساز کنکور

گروه آزمایشی علوم تجربی

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی:

مدت پاسخگویی: ۱۶۵ دقیقه

تعداد سوال: ۱۴۰ عدد

عنوان مواد امتحانی تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	زیست	۴۵	۱	۴۵	۴۵ دقیقه
۲	فیزیک	۳۰	۴۶	۷۵	۴۰ دقیقه
۳	شیمی	۳۵	۷۶	۱۱۰	۳۵ دقیقه
۴	ریاضی	۳۰	۱۱۱	۱۴۰	۴۵ دقیقه

برای مشاهده پاسخنامه آزمون به سایت مؤسسه مراجعه نمایید

گزینه «۱»: در صورت اتصال رنای کوچک به رنای پیک، تولید گروهی از پروتئین‌ها متوقف می‌شود.

گزینه «۲»: عوامل رونویسی به راه‌انداز متصل می‌شوند سپس رنابسپاراز یوکاریوتی به راه‌انداز که بخشی از دنا است و عوامل رونویسی وصل می‌شود پس به ۲ نوع پلیمر یعنی دنا و پروتئین وصل می‌شود.

گزینه «۳»: دقت کنید ریبوزوم که به دنبال اتصال رنای ناقل آغازگر به رنای پیک، کامل و فعال می‌شود و این اتفاق در هسته که بزرگترین ساختار با ۲ غشا هست، رخ نمی‌دهد.

گزینه «۴»: رنابسپاراز وقتی به دنا وصل شود، پیوند غیراشتراکی هیدروژنی و البته پیوند اشتراکی بین فسفات‌ها را در ریبونوکلوئید سه فسفات را می‌شکند.

بخش اول عبارت (الف)، کراسینگ اور (چلیپایی شدن) را بیان می‌کند که برخلاف مضاعف شدگی بین ۲ کروموزوم هم‌تا، به صورت دو طرفه اتفاق می‌افتد.

عبارت (ب)، به دلیل احتمال کراسینگ اور در آنافاز I می‌توان هر ۲ نوع ال را در هر دو قطب سلول مشاهده کرد.

عبارت (ج)، هر یاخته واجد کراسینگ اور، دارای کروموزوم هم‌تا است و امکان جهش مضاعف‌شدگی وجود دارد.

عبارت (د)، ممکن است هم‌چنان ژنوتیپ مشابه با ژنوتیپ افراد حذف شده، در افراد دیگر جمعیت حضور داشته باشد.

منظور سؤال انتخاب طبیعی است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱» انتخاب طبیعی ممکن است باعث کاهش گوناگونی افراد یک جمعیت می‌شود و در نظر داشته باشید که نوترکیبی از عوامل تداوم گوناگونی در جمعیت می‌باشد.

گزینه «۲» انتخاب طبیعی جمعیت را تغییر می‌دهد نه افراد را!

گزینه «۳» هر دو در جدایی تولیدمثلی افراد یک گونه در گونه‌زایی دگر میهنی موثر هستند.

گزینه «۴» انتخاب طبیعی که جزئی از عوامل بر هم زننده تعادل جمعیت می‌باشد، می‌تواند فراوانی نسبی ال‌های جمعیت را تغییر دهد. آمیزش تصادفی باعث خارج کردن جمعیت از تعادل نمی‌شود و بنابراین فراوانی نسبی ال‌های جمعیت را تغییر نمی‌دهد.

آنزیم کربنیک انیدراز در گویچه‌های درون خون ساخته نمی‌شود. بلکه در گویچه‌های قرمز نابالغ درون مغز استخوان ساخته می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: عوامل آزادکننده در مرحله پایان ترجمه به جایگاه A وارد می‌شوند. این پروتئین‌ها چون در سیتوپلاسم یا اندامک‌هایی مثل راکیزه و دیسه فعالیت می‌کنند. توسط رناتن‌های آزاد در سیتوپلاسم ساخته می‌شوند.

گزینه «۲»: آلبومین در حفظ فشار اسمزی خون و انتقال داروها نقش دارد. با توجه به این که آلبومین از یاخته خارج می‌شود، پس از شبکه آندوپلاسمی عبور می‌کند.

گزینه «۳»: براساس مقصدی که پروتئین باید برود، توالی‌های آمینواسیدی در آن وجود دارد که پروتئین را به مقصد هدایت می‌کنند.

گزینه «۱»: در مرحله پایان با توجه به شکل صفحه ۲۴ کتاب درسی، ابتدا رنای ساخته شده از رشته الگو جدا می‌شود سپس آنزیم رنا بسپاراز از روی دنا بلند می‌شود.

گزینه «۲»: توالی‌های میانه و بیانه در مولکول دنا قرار دارند و رونوشت آنها در رنای پیک قرار دارد.

گزینه «۳»: عوامل رونویسی در تنظیم سرعت و مقدار رونویسی نقش دارند.

گزینه «۴»: با توجه به شکل صفحه ۲۵، رنابسپارازهای دو ژن ممکن است به هم نزدیک شوند یا از هم دور شوند.

جانداران یوکاریوتی به طور حتم و به ندرت جانداران پروکاریوتی بیش از یک نقطه آغاز همانندسازی خواهند داشت و بر این اساس:

الف) نادرست، به دنبال همانندسازی دنا حلقوی باکتری‌ها، ۲ فام‌تن مجزا ایجاد می‌شود البته به دنبال همانندسازی دنا خطی، این ۲ دنا خطی به هم متصل خواهند ماند و فام‌تن مضاعف (دوکروماتیدی) خواهد شد پس تعداد فام‌تن تغییر نخواهد کرد.

ب) درست، آنزیم‌های دو دوراهی از ۲ آغاز مجاور می‌توانند در نهایت به هم نزدیک شوند و همانندسازی کامل می‌شود.

ج) نادرست، در پروکاریوت‌ها هیستون وجود ندارد و این عبارت درباره آنها نادرست است.

د) درست، قبل از تشکیل فسفودی استر، شکستن پیوند اشتراکی باعث جداشدن ۲ فسفات از نوکلئوتید سه فسفات می‌شود و بعد از تشکیل فسفودی استر در صورت اشتباه بودن نوکلئوتید، پیوند اشتراکی فسفودی استر شکسته خواهد شد.

طرح همانندسازی غیرحفاظتی، تنها طرحی است که در آن، پیوند فسفودی استر بین نوکلئوتیدهای جدید و قدیمی مشاهده می‌شود. در این طرح، در مقابل هر بخشی از رشته پلی نوکلئوتیدی که تازه تشکیل شده است، بخشی از رشته قدیمی قرار گرفته و با آن، تشکیل پیوند هیدروژنی می‌دهد؛ بنابراین در یک مولکول دنا، نسبت برابری از نوکلئوتیدهای جدید و قدیمی قابل مشاهده خواهد بود.

البته دقت کنید در صورت سؤال عنوان کردیم که در دور اول همانندسازی؛ زیرا در دور دوم و دورهای بعدی، نسبت نوکلئوتیدهای جدید و قدیمی برابر نخواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

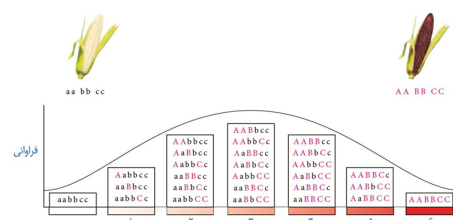
گزینه «۱»: پس از سانتریفیوژ کردن دنا حاصل از دور اول همانندسازی به روش نیمه حفاظتی، تنها یک نوار در میانه لوله آزمایش تشکیل می‌شود؛ بنابراین، دناهای حاصل، همگی دارای چگالی یکسانی با یکدیگر هستند. ولی چگالی هر کدام از رشته‌های آنها، با هم برابر نیست.

گزینه «۲»: در طرح حفاظتی، محصول همانندسازی، مولکول دنا اولیه (بدون تغییر) به همراه یک مولکول دنا کاملاً جدید است؛ بنابراین پس از گذشت ۲۰ دقیقه و استخراج دنا باکتری و سانتریفیوژ کردن آن، دو نوار (یکی در بالای ظرف و دیگری در انتهای ظرف) در لوله آزمایش قابل مشاهده خواهد بود.

گزینه «۴»: در طرح نیمه حفاظتی، محصول همانندسازی، دو مولکول دنا خواهد بود که هر یک، دارای یک رشته قدیمی و یک رشته جدید هستند؛ بنابراین در این طرح، تشکیل پیوند فسفودی استر برخلاف هیدروژنی، بین نوکلئوتیدهای جدید و قدیمی، قابل مشاهده نخواهد بود.

۱۴ گزینه "۲"

ممکن است ژن نمود در جایگاه ۵ به صورت aaBBCC باشد، در نتیجه در یک جایگاه دگره بارز ندارد. سایر گزینه‌ها مطابق شکل زیر صحیح هستند.



۱۵ گزینه "۲"

الف و ج نادرست هستند.

الف) می تواند تنوع را در خزانه ژنی یک جمعیت بکاهد.

ج) فراوانی نسبی همه الل ها کاهش نمی یابد.

۱۶ گزینه "۴"

گزینه «۱» نادرست - ویرایش که هنگام همانندسازی رخ می دهد و در هسته و سیتوپلاسم یک سلول یوکاریوتی می تواند انجام شود اما پیرایش فقط در هسته رخ می دهد.

گزینه «۲» نادرست - در ویرایش فقط یک نوکلئوتید حذف می شود و قطعه ی پلی نوکلئوتیدی حذف نمی شود. همچنین در پیرایش قطعه ای از رنا حذف می گردد.

گزینه «۳» نادرست - در پیرایش فسفودی استر در رنایک می شکند که می دانیم دئوکسی ریبوز ندارد.

گزینه «۴» درست - ویرایش مانع ایجاد جهش در ماده وراثتی یعنی دنا می شود.

۱۷ گزینه "۴"

منظور از عاملی که باعث ایجاد تغییر دائم در ماده وراثتی می شود. جهش است. جهش قادر است تا بر افراد جمعیت اثر بگذارد و ویژگی های آنان را تغییر دهد.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه «۱»: دو عامل جهش و شارش ژن می توانند تنوع اللی را در جمعیت افزایش می دهند. (نه همواره)

گزینه «۲»: رانش دگره ای می تواند در نتیجه بروز حوادث طبیعی مانند سیل و زلزله رخ دهد. هرچه جمعیت کوچک تر باشد اثر رانش نیز بیشتر خواهد بود. توجه داشته باشید که رانش دگره ای فراوانی نسبی دگره ها را تغییر می دهد. ولی هنگامی که تعادل به هم می خورد، فراوانی نسبی برخی دگره ها کاهش و فراوانی برخی دیگر افزایش پیدا می کند.

گزینه «۳»: منظور این گزینه آمیزش تصادفی است که سبب افزایش شباهت میان افراد جمعیت نمی شود.

۱۸ گزینه "۲"

بررسی همه گزینه ها:

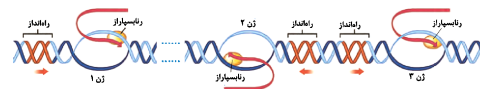
گزینه «۱»: شارش جز عوامل برهم زننده تعادل است و در گونه زایی دگرمیهنی رخ نمی دهد و متوقف شده است.

گزینه «۲»: در گونه زایی هم میهنی با وقوع خطای میوزی که نوعی جهش محسوب می شود گونه زایی رخ می دهد.

گزینه «۳»: در گونه زایی هم میهنی افراد دو گونه نمی توانند با هم آمیزش موفق داشته باشند.

گزینه «۴»: شارش ژن در گونه زایی دگرمیهنی صورت نمی گیرد. بنابراین توقف شارش ژن در گونه زایی دگرمیهنی دیده می شود.

جهش‌های بزرگ شامل جهش‌های عددی و ساختاری (حذف، مضاعف شدن، جابه‌جایی و واژگونی) می‌باشند. بررسی گزینه‌ها:
گزینه «۱»: در جهش مضاعف شدن ممکن است دو الل یکسان مربوط به یک ژن، در یک کروموزوم تک کروماتیدی قرار بگیرند.
گزینه «۲»: در جهش واژگونی، جایگاه رشته الگو و رمزگذار در یک ژن به خاطر واژگونی تغییر می‌کند و در نتیجه طبق شکل زیر، جهت رونویسی نیز در آن ژن تغییر می‌کند.



گزینه «۳»: در جهش‌های عددی، شکستن پیوند فسفودی‌استر اتفاق نمی‌افتد.
گزینه «۴»: طبق تعریف جهش، هر جهش با تغییر پایدار در ماده وراثتی همراه است.

۲۰. گزینه "۱"

بررسی همه موارد:

- (الف) اگر پدر گروه خونی O و مادر B داشته باشد، فرزندان می‌توانند گروه خونی B یا O داشته باشند. اگر پدر غیرهموفیل و مادر ناقل باشد، ممکن است پسر سالم، پسر هموفیل و دختران سالم متولد شود.
- (ب) اگر والدین گروه خونی A و O داشته باشند، فرزندان نیز می‌توانند A یا O باشند. اگر پدر هموفیل و مادر غیرهموفیل ولی ناقل باشد (ناخالص)، امکان دارد دختری هموفیل متولد شود.
- (ج) اگر والدین گروه خونی AB و O داشته باشند، ممکن نیست فرزندان گروه خونی AB داشته باشند. همچنین اگر پدر غیرهموفیل باشد، ممکن نیست دختران هموفیل باشند.
- (د) اگر مادر و پدر برای گروه خونی A و B ناخالص باشند (AO و BO) انتظار می‌رود فرزندی با گروه خونی A متولد شود. همچنین اگر مادر سالم ولی ناقل و پدر بیمار باشد، انتظار می‌رود دختری هموفیل متولد شود.

۲۱. گزینه "۳"

رنابسپاراز ابتدا به راه انداز متصل می‌شود ولی راه انداز رونویسی نمی‌شود و دو رشته آن از هم باز نمی‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه «۱» بعضی از عوامل رونویسی به توالی افزاینده متصل می‌شوند که در فاصله زیادی از آن قرار دارد.
- گزینه «۲» با قرارگیری عوامل رونویسی متصل به افزاینده در کنار عوامل رونویسی متصل به راه‌انداز سرعت رونویسی افزایش می‌یابد
- گزینه «۴» عوامل رونویسی مقدار رونویسی توسط رنابسپاراز را تنظیم می‌کنند.

۲۲. گزینه "۳"

- گزینه «۱»: یاخته می‌تواند با تغییر در میزان فشردگی فام‌تن‌ها در بخش‌هایی خاص، دسترسی رنابسپاراز به ژن موردنظر را تنظیم کند که برای مثال ممکن است در طی آن فاصله بین هیستون‌ها تغییر کند ولی دقت کنید که در مجاورت دنا ی حلقوی هیستون وجود ندارد.
- گزینه «۲»: توجه داشته باشید که استفاده از فعال کننده مربوط به تنظیم بیان ژن در پروکاریوت‌هاست، در حالی که پارامسی جزو یوکاریوت‌ها است.
- گزینه «۳»: این مورد بیانگر تنظیم بیان ژن در حین رونویسی است (چون رونویسی شروع شده است).
- گزینه «۴»: این مورد بیانگر تشکیل پیوند هیدروژنی بین رناهای کوچک و رنا ی حاوی رونوشت ژن است که بیانگر تنظیم بیان ژن پس از رونویسی است.

بررسی همه گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نادرست؛ طبق شکل‌های صفحات ۳۴ و ۳۵ کتاب درسی پروتئین‌های فعال کننده و عوامل رونویسی که به توالی افزایشده متصل می‌شود، با رنابسپاراز در تماس خواهند بود اما مهارکننده با رنابسپاراز در تماس نخواهد بود.

گزینه «۲»: نادرست؛ پروتئین فعال کننده دو قسمت فرورفته دارد که به یکی رنابسپاراز که نوعی آنزیم پروتئینی است متصل می‌شود و به سمت دیگرش مالتوز که نوعی دی ساکارید است متصل می‌شود. پس در دو طرف فعال کننده اتصال مولکولی واجد نیتروژن را نمی‌توان دید.

گزینه «۳»: نادرست؛ اولاً دی ساکارید به فرورفتگی کوچکتر مهارکننده متصل می‌شود. ثانیاً باعث تغییر ساختار سوم برخلاف اول می‌شود.

گزینه «۴»: درست؛ طبق شکل صفحه ۳۵ عوامل رونویسی که جهت شروع رونویسی به توالی راه انداز متصل می‌شوند، ممکن است به رنابسپاراز متصل باشند یا نباشند.

گزینه «۱»: مرحله آغاز – مرحله طویل شدن – در هر دو مرحله مصرف نوکلئوتید ریبوزدار آزاد داریم.

گزینه «۲»: مرحله طویل شدن – مرحله آغاز – تولید مولکول آب در طی تشکیل پیوند فسفودی استر داریم.

گزینه «۳»: مرحله آغاز – تمام مراحل – در هر ۳ مرحله با مصرف نوکلئوتیدهای سه فسفات از هر نوکلئوتید دو فسفات آزاد شده و بر میزان فسفات‌های آزاد سیتوپلاسم افزوده می‌شود.

گزینه «۴»: مرحله پایان – همچنین مرحله‌ای نداریم: در مرحله آغاز بخشی از پیوندهای هیدروژنی ژن شکسته می‌شود نه همه آنها.

طبق متن کتاب درسی، در فرد مبتلا به فنیل کتونوری با تغذیه نکردن از غذاهای حاوی فنیل آلانین، می‌توان مانع بروز اثرات بیماری شد. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: دقت کنید فنیل آلانین آمینواسید است نه پروتئین!

گزینه «۲»: نوزاد مبتلا به فنیل کتونوری فاقد علائم آشکار است و این‌طور نیست که کاملاً فاقد علائم باشد. به عنوان مثال، وجود علائمی در آزمایش خون امکان تشخیص این بیماری را در بدو تولد فراهم می‌کند.

گزینه «۳»: حواستان باشد که فقط مغز آسیب می‌بیند و نخاع آسیب نمی‌بیند.

مقایسه یوکاریوت و پروکاریوت هدف تست بوده همزمانی رونویسی و ترجمه (در یک ژن) و طول عمر کوتاه رنای پیک و بیان چند ژن تحت کنترل یک راه‌انداز و چسبیدگی دنا به غشای یاخته از ویژگی‌های پروکاریوت است.

اتصال بعضی رناهای کوچک مکمل به رنای پیک، از ویژگی‌های تنظیم بیان ژن پس از رونویسی است که در یوکاریوت رخ می‌دهد.

هر چهار مورد نادرست هستند. بررسی گزینه‌ها:

مورد «الف» محصول نهایی ژن گفته شده، رنای ناقل می‌باشد که در ساختار خود پیوند پپتیدی ندارد.

موارد «ب» و «ج» از آنجایی که توالی پایان رونویسی ژن اول در مجاورت راه‌انداز ژن بعدی قرار گرفته است، پس قطعاً رشته‌های الگو این دو ژن یکسان هستند (رد گزینه «ج») پس جهت حرکت رنابسپارازهای این دو ژن هم یکسان است. (رد گزینه «ب»)

مورد «د» عمل پیرایش مربوط به رنای پیک می‌باشد در حالی که این دو ژن، ژن سازنده رنای ناقل هستند.

مطابق سؤال کنکور سراسری ۱۴۰۱، رشته پلی پپتیدی از زیر واحد بزرگتر ریبوزوم که در تماس با غشای شبکه آندوپلاسمی بوده و از سر آمینی (آغازگر) وراد فضای درونی شبکه آندوپلاسمی زیر می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مطابق کنکور سراسری ۱۴۰۳ محدوده رونویسی از دنا و ترجمه از رنای پیک مشخص می‌باشد. در رونوشت‌های بیانه هم ترجمه فقط در محدوده کدون آغاز تا پایان انجام می‌شود و توالی‌های قبل از کدون آغاز و بعد از کدون پایان ترجمه نمی‌شوند. رونوشت‌های میانه هیچگاه ترجمه نمی‌شوند. (نادرست)

گزینه «۲»: مطابق شکل صفحه ۲۵ کتاب درسی (شکل ۳) ممکن است بین دو ژن ساختاری با جهت رونویسی متفاوت هیچ راه‌اندازی نداشته باشیم. (نادرست)

گزینه «۴»: دقت کنید هیستون نوعی پروتئین یوکاریوتی بوده و ژن آن با رنابسپاراز ۲ رونویسی می‌شود نه رنابسپاراز ۱! (نادرست)

گزینه «۱»: شکستن پیوند بین رنای ناقل و آمینواسید در جایگاه P دیده می‌شود در حالی که اولین جایگاهی که رنای ناقل در آن حضور دارد نیز جایگاه P می‌باشد.

گزینه «۲»: تشکیل پیوند پپتیدی در جایگاه A اتفاق می‌افتد در حالی که رنای ناقل اول فقط در جایگاه P و E دیده می‌شود.

گزینه «۳»: برقراری رابطه مکملی بین رناهای مختلف در جایگاه A اتفاق می‌افتد اما آخرین رنای ناقل فقط از جایگاه P خارج می‌شود نه A.

گزینه «۴»: کدون پایان فقط در جایگاه A دیده می‌شود و شکسته شدن پیوند هیدروژنی بین رنای ناقل و پیک در جایگاه E اتفاق می‌افتد.

در مرحله پایان برخلاف طویل شدن عوامل آزادکننده به کدون پایان متصل می‌شوند. هر سه کدون پایان دارای باز یوراسیل هستند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در مرحله طویل شدن جایگاه A توسط رنای ناقل و در مرحله پایان توسط عوامل آزادکننده اشغال می‌شود که هر دو بسیار هستند.

گزینه «۲»: در هر دو مرحله پیوند اشتراکی بین زنجیره آمینواسیدی و رنای ناقل شکسته می‌شود.

گزینه «۳»: در هر دو مرحله رنای ناقل فاقد آمینواسید از جایگاه P خارج می‌شود.

در مرحله طویل شدن خروج از P به E در پایان خروج مستقیم از P

گزینه «۴» صحیح می‌باشد. رنای ناقل با شروع تاخوردگی به ساختار تاخوردگی اولیه (دو بعدی) می‌رسد که حداقل ۳ نوکلئوتید توالی پادرمزه و ۳ نوکلئوتید پایانی جایگاه اتصال آمینواسید به صورت جفت نشده و فاقد پیوند هیدروژنی می‌باشد (نوکلئوتیدهای زرد و قرمز رنگ مطابق شکل ۸ صفحه ۲۸ کتاب درسی) و رنای ناقل با شکل دو بعدی خود وارد ریبوزوم نمی‌شود.

گزینه «۱»: نادرست می‌باشد. دقت کنید لفظ (تغییرات پس از رونویسی) با (پیرایش رنا) تفاوت دارد. مطابق صفحه ۲۸ کتاب درسی، تغییرات رنا پس از رونویسی می‌تواند درباره رنای ناقل پروکاریوتی و یوکاریوتی نیز رخ دهد (ایجاد ساختار دوم و سوم رناهای ناقل پروکاریوتی و یوکاریوتی) ولی پیرایش خاص اغلب رناهای پیک یوکاریوتی می‌باشد.

گزینه «۲»: نادرست می‌باشد. رنای ناقلی که درون جایگاه فعال آنزیم اتصال‌دهنده رنا به آمینواسید قرار می‌گیرد ساختار سه‌بعدی (سوم) و فعال بوده و که برخلاف ساختار دوم رنای ناقل جایگاه اتصال آمینواسید دقیقاً مقابل توالی پادرمزه نمی‌باشد.

گزینه «۳»: نادرست می‌باشد. دقت کنید ۶۱ نوع رنای ناقل قطعا در توالی پادرمزه با یکدیگر تفاوت دارند اما نه الزاما در هر ۳ نوکلئوتید توالی پادرمزه! ممکن است تفاوت فقط در یک نوکلئوتید این توالی باشد مثلا توالی پادرمزه GGA با GGC تفاوت دارد اما فقط در نوکلئوتید سوم!

۳۲ گزینه "۳"

این نکته کنکور تیر ۱۴۰۳ است، آنزیم‌ها قطعا دارای عناصر کربن، هیدروژن و اکسیژن در ساختار خود می‌باشند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: آنزیم‌ها تنها واکنش‌های قابل انجام را در بدن به سرانجام می‌رسانند.

گزینه «۲»: دقت کنید که کوآنزیم‌ها مواد آلی مورد نیاز آنزیم‌ها هستند و یون مس جزئی از کوآنزیم‌ها نیست!

گزینه «۴»: درون معده پروتئین‌ها توسط پپسین به مولکول‌های کوچک‌تر تبدیل می‌شوند نه آمینواسیدها!

۳۳ گزینه "۳"

در ساختار نهایی هموگلوبین، یون آهن (بخش غیرآلی مولکول) به ساختار دیسک مانند هم متصل می‌شود نه رشته پلی پپتیدی! ضمنا گروه هم به انتهای رشته پلی پپتیدی متصل نشده و از سر رشته فاصله دارد. بررسی سایر موارد:

گزینه «۱»: با توجه به شکل ۱۷ فصل ۱ زیست ۳، ساختارهای مارپیچی اندازه‌های متفاوتی دارند.

گزینه «۲»: با توجه به شکل ۱۷ فصل ۱ زیست ۳، در ساختار اول گروه‌های R آمینواسیدها به سمت خارج از رشته قرار می‌گیرند.

گزینه «۴»: با توجه به شکل ۱۷ فصل ۱ زیست ۳، انتهای آمین و کربوکسیل زیرواحد سازنده در مجاورت یکدیگر قرار می‌گیرند.

۳۴ گزینه "۴"

در یک لایه نوکلئیک اسید و در یک لایه فسفولیپید وجود دارد و در هر دو فسفات وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱» در این آزمایش از پروتئاز استفاده نکرد.

گزینه «۲» فقط در یک لایه DNA وجود دارد و می‌تواند موجب کپسول دار شدن باکتری زنده بدون کپسول شود.

گزینه «۳» در آزمایش‌های ایوری تزریق به موش صورت نگرفت.

۳۵ گزینه "۴"

با توجه به اینکه پسر مبتلا به هموفیلی است پس مادر ناقل هموفیلی بوده است و از آن جایی که دختر مبتلا به فنیل کتونوریا است پدر و مادر هر دو ناقل این بیماری بوده‌اند.

از آن جایی که هموفیلی بیماری وابسته به جنس نهفته است، از پدر سالم، دختر مبتلا به هموفیلی متولد نخواهد شد.

۳۶ گزینه "۳"

پله‌ها را بازهای آلی تشکیل می‌دهند. به دلیل برابر نبودن پیوندهای هیدروژنی بین A با T و C با G این گزینه صحیح می‌باشد.

بررسی سایر موارد:

گزینه «۱»: ستون‌ها را قند و فسفات تشکیل می‌دهند. در ستون‌ها، تعداد دئوکسی ریبوزها برابر است. اما دقت داشته باشید که بین قند یک نوکلئوتید با قند نوکلئوتید مجاور در یک ستون پیوند فسفو دی استر برقرار است نه بین ستون‌ها!

گزینه «۲»: به دلیل قرار گرفتن یک نوکلئوتید حاوی باز پورین رو به روی یک نوکلئوتید حاوی باز پیریمیدین در هر جفت نوکلئوتید، هر پله ۳ حلقه آلی دارد. دقت کنید که پله‌ها با یکدیگر پیوند هیدروژنی برقرار نمی‌کنند.

گزینه «۴»: در ستون‌ها به دلیل یکسان بودن تعداد نوکلئوتیدها، تعداد پیوند فسفودی‌استر برابر است.

۳۷ با توجه به شکل ۱۴ فصل ۱ زیست‌شناسی دوازدهم، دو هلیکازی که فاصله آن‌ها در حال کاهش است یا در دو جهت مخالف هم در حال همانندسازی هستند و یا در یک جهت ولی با سرعت متفاوت در حال همانندسازی می‌باشند در هر دو حالت این هلیکازها مربوط به دو جایگاه همانندسازی متفاوت می‌باشند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مطابق با شکل کتاب سرعت همانندسازی هلیکازها می‌تواند با یکدیگر متفاوت باشد.

گزینه «۲»: هلیکازهایی که در یک جهت در حال همانندسازی هستند و سرعت متفاوتی دارند، فاصله بین این هلیکازها نیز کاهش می‌یابد. در این حالت در یک نقطه به یکدیگر نمی‌رسند!

گزینه «۴»: مجدداً دقت کنید که این هلیکازها ممکن است در یک جهت و با سرعت متفاوتی در حال همانندسازی باشند.

۳۸ گزینه «۲»

در طی فرایند ترجمه با الگوی قرار دادن $mRNA$ رشته‌های پلی‌پپتیدی و در نهایت پروتئین ساخته می‌شود. دقت کنید که ویروس HIV نیز نوعی ویروس RNA دار بوده که درون یاخته‌های میزبان این ویروس از روی رنای خود مولکول دنا (DNA) می‌سازد. منظور صورت سوال پروتئین و دنا می‌باشد.

بررسی همه موارد:

الف) مولکول دنا در ساختار خود عناصر N، O، H، C و فسفر دارد.

ب) هم در پروتئین‌ها و هم در مولکول دنا پیوندهای هیدروژنی و اشتراکی دیده می‌شود.

ج) در ساختار واحدهای سازنده مولکول دنا (نوکلئوتیدها) حلقه‌های مربوط به قند و بازآلی دیده می‌شود.

د) در آزمایش فرانکلین و ویلکینز از اشعه ایکس برای تشخیص ساختار مولکول دنا استفاده شد. از پرتو ایکس در تشخیص ساختار مولکول‌های پروتئینی نیز استفاده می‌شود.

۳۹ گزینه «۴»

$$\begin{array}{l} \text{گامت های فرد اول} \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow[\text{کراسینگ اور}]{\text{در صورت وقوع}} \begin{array}{l} ABC \rightarrow AbC \\ abc \rightarrow aBc \end{array} \\ \text{گامت های فرد دوم} \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow[\text{کراسینگ اور}]{\text{در صورت وقوع}} \begin{array}{l} ABC \rightarrow ABc \\ abc \rightarrow abC \end{array} \end{array} \right. \end{array}$$

۴۰ گزینه «۲»

در این سوال باید انواع آمیزش‌ها را در نظر بگیریم. برای ذرت دارای ۵ الل قرمزی در جمعیت ذرت‌ها می‌تواند دارای ۳ ژن نمود $AABBCc$

$AABbCC$ و $AaBBCC$ باشد. حال اگر ذرتی با ژن نمود $AABBCc$ با ذرتی با ژن نمود $AABbCC$ آمیزش کند زاده‌ها به صورت

$AABBCc$ ، $AABbCC$ ، $AABbCc$ و $AABbCC$ خواهد بود. به صورت کلی در طی این آمیزش‌ها زاده‌ها حداقل ۴ الل بارز و حداکثر ۶ الل

بارز خواهند داشت که با توجه به نمودار، زاده‌های با ۴ الل بارز فراوانی بیشتری نسبت به ۶ الل بارز دارند. هر زاده با ۴ الل بارز به طور حتم در یکی از جایگاه‌های ژنی‌اش خالص است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱» ذرت‌هایی که در وسط نمودار قرار می‌گیرند دارای ۳ دگره بارز هستند. با توجه به توضیحات فوق، امکان ندارد زاده‌ای متولد شود که تنها دارای ۳ دگره بارز باشد.

گزینه‌های «۳» و «۴» در این آمیزش‌ها احتمال ایجاد $AABBCc$ وجود دارد که دارای کمترین فراوانی در جمعیت است.

برای اینکه فرزندی گروه خونی O داشته باشد، پدر و مادر باید دارای دگره i باشند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱» در صورتی که پدر و مادر هر دو دارای دگره‌های d و i گروه خونی باشند و همچنین مادر خانواده دگره بیماری زای هموفیلی (h) را داشته باشد، امکان تولد پسری هموفیل با گروه خونی O^- وجود دارد.

گزینه «۳» اگر پدر و مادر مبتلا به هموفیلی باشند، همه فرزندان بیمار خواهند بود. ضمناً در صورتی که ژن نمود گروه خونی ABO یکی از والدین AO و دیگری BO باشد، همه انواع گروه‌های خونی ABO در بین فرزندان قابل انتظار است. همچنین اگر پدر و مادر دارای دگره d باشند و یکی از آنها ناخالص باشد، امکان مشاهده ژن نمود dd و Dd در بین فرزندان آنها وجود دارد.

گزینه «۴» مادر هموفیل پسری هموفیل خواهد داشت. اگر ژن نمود گروه خونی مادر $I^A i d d$ باشد در صورتی که پدر خانواده دگره‌های D و I^B گروه خونی را داشته باشد، امکان تولد پسری بیمار با گروه خونی B^+ در این خانواده وجود دارد.

موارد الف و ب عبارت را به درستی تکمیل می‌کنند.

بررسی همه موارد:

(الف) شارش همانند رانش از عوامل برهم‌زننده تعادل در جمعیت است.

(ب) رانش دگره‌ای همانند انتخاب طبیعی باعث تولید دگره جدید نمی‌شود.

(ج) رانش دگره‌ای پدیده‌ای تصادفی است و ربطی به رخ‌نمود افراد یک جمعیت ندارد.

(د) رانش دگره‌ای برخلاف جهش تأثیری بر ماده وراثتی ندارد و موجب انتقال این تغییر نمی‌شود.

در تشریح مقایسه‌ای اندام‌های وستیجیال که ردپای تغییرگونه‌ها می‌باشند بررسی می‌شوند. اندام‌هایی با کار یکسان و طرح ساختاری متفاوت، اندام‌های آنالوگ می‌باشند، دقت کنید که اندام‌های هم‌تا در رده بندی جانداران استفاده می‌شوند، نه آنالوگ!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱» اجزای پیکر جانداران در تشریح مقایسه‌ای بررسی می‌شوند. در تشریح مقایسه‌ای دلفین که (جانوری آبزی) با شیرکوهی (جانور خشکی زی) خویشاوندی نزدیکتری دارد تا با کوسه.

گزینه «۲» سنگواره‌ها شامل بقایا یا آثاری از جانداران می‌باشند که در گذشته دور زندگی می‌کرده‌اند. حشرات جانورانی با طناب عصبی شکمی می‌باشند که می‌توانند در رزین (ترشحات گیاهی) به دام بی‌افتند.

گزینه «۴» خویشاوندی جانداران در تشریح مقایسه‌ای و مطالعات مولکولی بررسی می‌شود. در مطالعات مولکولی دنا جانداران بررسی می‌شود که دنا در باکتری‌ها حلقوی بوده و انتهای آزاد ندارد.

در صورت بیان ژن‌های مربوط به تجزیه قند لاکتوز، گلوکز حاصل از این فرایند در اختیار سلول قرار می‌گیرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱» با وجود لاکتوز پروتئین مهارکننده در درون سلول تغییرشکل یافته و از اپراتور جدا شود.

گزینه «۳» پروتئین فعال کننده و جایگاه اتصال فعال کننده در تنظیم بیان ژن به شکل مثبت عمل می‌کند نه به شکل منفی که در صورت سؤال شکل منفی خواسته شده است.

گزینه «۴» عمل پروتئین مهارکننده سبب رونویسی از همه یا هیچ یک از ژنهای تجزیه کننده لاکتوز می‌شود نه بعضی از آنها.

۴۶

گزینه «۴»

از معادله مکان- زمان، شتاب و سرعت اولیه متحرک را به دست می آوریم و سپس لحظه توقف را به دست می آوریم:

$$x = t^2 - 12t + 20 \xrightarrow{x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0} \begin{cases} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2m/s^2 \\ V_0 = -12m/s \\ x_0 = 20m \end{cases}$$

$$t_s = \left| \frac{V_0}{a} \right| \rightarrow t_s = \frac{12}{2} = 6s$$

مسافت طی شده توسط متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکت برابر با مجموع اندازه جابه جایی متحرک در بازه، تا ۶s و تا ۱۰s است.

$$= 36 + 16 = 52m = 36 + 16 = 52m$$

$$\ell = |\Delta x_0 - 6s| + |an_{6s-10s}| \Rightarrow \ell = \frac{1}{2} \times 2 \times 6^2 + \frac{1}{20 \times 2 \times 4^2}$$

۴۷

گزینه «۲»

با توجه به قانون گرانش نیوتون داریم:

$$F = G \frac{\mu_e m}{(R_e + h)^2} \xrightarrow{G=6.67 \times 10^{-11} N.m^2, M_T=5.98 \times 10^{24} kg, m=200kg} \frac{R_e + h = 6400 + 2600 = 9000 km = 9 \times 10^6 m}$$

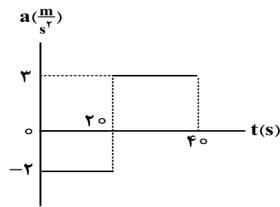
$$F = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24} \times 200}{(9 \times 10^6)^2} \cong 985N$$

۴۸

گزینه «۲»

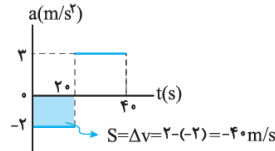
اگر حرکت متحرک را عکس در نظر بگیریم مسافت طی شده در ۳ ثانیه آخر را می توان با استفاده از رابطه مکن- زمان در حرکت با شتاب ثابت متحرک یک از حال سکون با شتاب ۳m/s شروع به حرکت نموده است، به دست آورید:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{a=3m/s^2, t=3s} \Delta x = \frac{27}{2} = 13.5m$$



گزینه «۳»

مساحت محصور بین نمودار کتاب- زمان و محور زمان برابر تغییرات سرعت است.



سرعت متحرک را در لحظه $t = 20s$ به دست می آوریم.

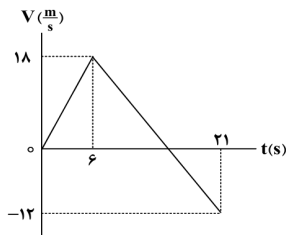
$$V_{t.s} V_o - F \xrightarrow{V.s = 20m/s} V_{t.s} = -20m/s$$

برای به دست آوردن مسافت طی شده توسط متحرک در 20 ثانیه دوم حرکت، ابتدا بایستی مشخص کنیم چند ثانیه پس از لحظه $t = 20s$ جهت حرکت متحرک عوض می شود. پس با استفاده از رابطه مکان- زمان در حرکت با شتاب مسافت طی شده توسط متحرک را به دست می آوریم:

$$t_s = \left| \frac{V}{a} \right| \xrightarrow{V = -20m/s, a = 3m/s^2} t_s = \frac{20}{3}s \Rightarrow \ell = \frac{1}{2} a \left(\frac{20}{3} \right)^2 + \frac{1}{2} a \left(\frac{20}{3} \right)^2$$

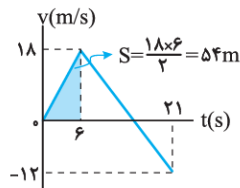
$$\xrightarrow{a = 3m/s^2} \ell = \frac{3}{2} \left(\frac{400}{9} + \frac{1600}{9} \right) = \frac{1000}{3} m$$

۵۰



گزینه «۲»

مساحت محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان برابر جابه جایی است. از روی نمودار با محاسبه مسافت زیر نمودار در 6 ثانیه اول حرکت، مکان متحرک در نقطه $t = 6s$ به دست می آوریم:



$$x_{fs} = x_o + s \xrightarrow{s = 54m, x_o = 107m} x_{fs} = 64m$$

اکنون شتاب حرکت محک را در بازه زمانی $6s$ تا $21s$ به دست می آوریم:

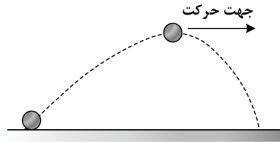
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 21 - 6 = 15s, \Delta v = -12 - 18 = -30m/s} a = -2m/s^2$$

با نوشتن معادله مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت لحظاتی که متحرک از مکان $136m$ عبور می کند را به دست می آوریم:

$$x = \frac{1}{2} a (t - 6)^2 + V_{fs} (t - 6) + x_{fs} \xrightarrow{a = -2m/s^2, V_{fs} = 18m/s, x_{fs} = 64m, x = 136m}$$

$$136 = -\frac{1}{2} (t - 6)^2 + 18(t - 6) + 64 \Rightarrow (t - 6)^2 - 118(t - 6) + 72 = 0$$

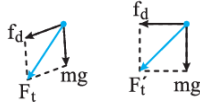
$$((t - 6) - 12)((t - 6) - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 18s \\ t_2 = 12s \end{cases}$$



گزینه «۱»

به گلوله دو نیروی مقاومت هوا و نیروی وزن وارد می‌شود. نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت گلوله به آن وارد می‌شود. در حالتی که گلوله به حداکثر ارتفاع رسیده است، دو نیروی مقاومت هوا و نیروی وزن بر یکدیگر عمودند و قبل از رسیدن به نقطه اوج زاویه حاده با نیروی وزن می‌سازد با فرض ثابت ماندن نیروی مقاومت هوا قبل از رسیدن به اوج برآیند نیروهای وارد بر گلوله بزرگتر از برآیند نیروهای وارد بر گلوله در نقطه اوج گلوله است.

$$F_t > F_t^i > mg \Rightarrow a > a_{\text{Z>H}} > g$$



۵۲

گزینه «۳»

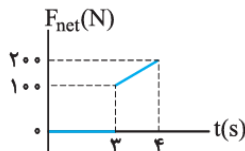
جسم در لحظه‌ای شروع به حرکت می‌کند که $F = f_{s,\max}$ شود. پس از آن نیروی اصطکاک وارد بر جسم از نوع جنبشی است. اکنون نمودار نیروی خالص وارد بر جسم بر حسب زمان را رسم می‌کنیم:

$$f_{s,\max} = \mu_s mg \xrightarrow[m=50\text{ kg}, g=10\text{ N/kg}, \mu_s=0.6]{g=10\text{ N/kg}, \mu_s=0.6} \\ f_{s,\max} = 300\text{ N} \xrightarrow[F=100t]{F=f_{s,\max}} t = 3\text{ s}$$

در بازه زمانی صفر تا ۳s چون $F < f_{s,\max}$ است، جسم ساکن می‌ماند و پس از این لحظه شروع به حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک از نوع جنبشی است. بنابراین نیروی خالص وارد بر جسم به ازای $t > 3\text{ s}$ برابر است با:

$$F_{\text{net}} = F - f_k \xrightarrow[f_k=\mu_k mg, m=50\text{ kg}, g=10\text{ N/kg}]{f_k=\mu_k mg, m=50\text{ kg}, g=10\text{ N/kg}} \\ F_{\text{net}} = 100t - 200 \begin{cases} t = 3\text{ s} \rightarrow F_{\text{net}} = 100\text{ N} \\ t = 4\text{ s} \rightarrow F_{\text{net}} = 200\text{ N} \end{cases}$$

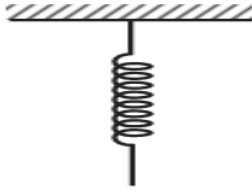
اکنون شتاب جسم را در ابتدا و انتهای بازه زمانی به دست می‌آوریم:



$$a_{3\text{ s}} = \frac{100}{50} = 2\text{ m/s}^2, a_{4\text{ s}} = \frac{200}{50} = 4\text{ m/s}^2$$

پس مسافت طی شده در این بازه زمانی بین دو مسافت طی شده با شتاب‌های ثابت 2 m/s^2 و 4 m/s^2 است.

$$\frac{1}{2} a_{3\text{ s}} t^2 < d < \frac{1}{2} a_{4\text{ s}} t^2 \xrightarrow[t=1\text{ s}]{a_{3\text{ s}}=2\text{ m/s}^2, a_{4\text{ s}}=4\text{ m/s}^2} 1\text{ m} < d < 2\text{ m}$$



گزینه «۴»

با توجه به رابطه فنر، نسبت تغییر طول فنرها را در دو حالت به دست می آوریم:

$$F_e = k\Delta x' \Rightarrow \frac{F_e}{F'_e} = \frac{\Delta x}{\Delta x'} \xrightarrow{F_e=12N, F'_e=8N}$$

$$\frac{12}{8} = \frac{\Delta x}{\Delta x'} \Rightarrow \Delta x = \frac{3}{2}\Delta x'$$

اگر طول عادی فنر را L_0 در نظر بگیریم داریم:

$$\begin{cases} L = L_0 + \Delta x \xrightarrow{L=25cm} 25 = L_0 + \frac{3}{2}\Delta x' \\ \Delta x = \frac{3}{2}\Delta x' \\ L' = L_0 - \Delta x' \xrightarrow{L'=10cm} 10 = L_0 - \Delta x' \end{cases}$$

دو رابطه را از هم کسر می کنیم

$$\xrightarrow{10=L_0-\Delta x'} 15 = \frac{5}{2}\Delta x' \Rightarrow \Delta x' = 6cm$$

$$\xrightarrow{10=L_0-\Delta x'} L_0 = 16cm$$

۵۴

گزینه «۲»

۴ ثانیه سوم حرکت بازه زمانی $8s$ تا $12s$ و ۵ ثانیه چهارم حرکت بازه زمانی $15s$ تا $20s$ است. با استفاده از رابطه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2} \begin{cases} \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{at_2 + v_0 + at_2 + v_0}{2} \quad (I) \\ \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{at_1 + v_0 + at_1 + v_0}{2} \quad (II) \end{cases}$$

$$(I), (II) \xrightarrow[t_2=15s, t_1=20s]{t_1=8s, t_2=12s, \Delta x_2=2\Delta x_1} \frac{2 \times 4}{5} = \frac{35a + 2v_0}{20a + 2v_0}$$

$$\Rightarrow 160a + 16v_0 = 175a + 10v_0 \Rightarrow 15a = 6v_0 \Rightarrow a = \frac{2}{5}v_0$$

اکنون تندی متحرک را در لحظه $t = 10s$ به دست می آوریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t=10s]{a=\frac{2}{5}v_0} v = \frac{2}{5}v_0 \times 10 + v_0 = 5v_0$$

۵۵

گزینه «۴»

بررسی گزاره‌ها:

(الف) نادرست. تندی متوسط کمیتی نرده‌ای است.

(ب) درست. در حرکت یکنواخت روی خط راست چون بردار سرعت یکسان است بنابراین سرعت متوسط در هر بازه دلخواه برابر با سرعت متحرک است.

(پ) نادرست. مسافت طی شده توسط متحرک به مسیر حرکت آن بستگی دارد.

(ت) نادرست. شرط تغییر جهت حرکت تغییر جهت بردار سرعت متحرک است.

۵۶

گزینه «۲»

ابتدا با استفاده از رابطه انرژی جنبشی، سرعت نهایی جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$K_2 = 16K_1$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow[v_1 = \frac{m}{s}}{K_2 = 16K_1}$$

$$\frac{16K_1}{K_1} = \left(\frac{v_2}{\frac{m}{s}}\right)^2 \rightarrow \mathbf{F} = \frac{v_2}{\frac{m}{s}} \Rightarrow v_2 = \mathbf{4} \frac{m}{s}$$

اکنون با داشتن سرعت نهایی، تغییرات تکانه را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta p = m\Delta v \rightarrow \Delta p = \mathbf{6}(\mathbf{4} - \mathbf{1}) = \mathbf{18} \frac{kg \cdot m}{s}$$

۵۷

گزینه «۱»

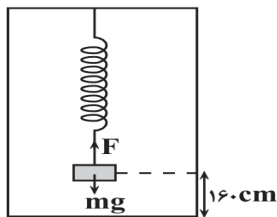
اگر جهت بالا را مثبت در نظر بگیریم، با توجه به اینکه توپ در ابتدا به سمت پایین حرکت می‌کرده است، بردار سرعت برخورد توپ به سطح افقی برابر $\vec{v}_1 = -\mathbf{10} \hat{j}$ و بردار سرعت بازگشت برابر $\vec{v}_2 = +\mathbf{10} \hat{j}$ است:

$$F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[m = \mathbf{0.5} kg, \Delta t = \mathbf{0.5} s]{F_{net} = \mathbf{40} N}$$

$$\Rightarrow \mathbf{40} = \frac{\mathbf{0.5} \times (\mathbf{10} - (-\mathbf{10}))}{\mathbf{0.5}} \Rightarrow \mathbf{10} + v_1 = \mathbf{40}$$

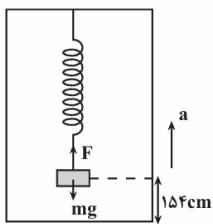
$$v_1 = \mathbf{30} \frac{m}{s}$$

۵۸



گزینه «۱»

در حالت اول به کمک قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_e = mg \rightarrow k\Delta x_1 = \mathbf{30} N \quad (1)$$

در حالت دوم داریم:

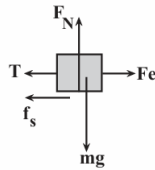
$$F_e - mg = ma \xrightarrow[\Delta x_2 = \mathbf{16} - \mathbf{10} = \mathbf{6} cm]{F_e = k(\Delta x_1 + \Delta x_2)}$$

$$k\Delta x_1 + k\Delta x_2 = mg + ma \rightarrow \mathbf{30} + \mathbf{0.6}k = \mathbf{44}$$

$$\rightarrow k = \frac{\mathbf{14}}{\mathbf{0.6}} \frac{N}{m} = \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{3}} \frac{N}{cm}$$

گزینه «۳»

نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم.



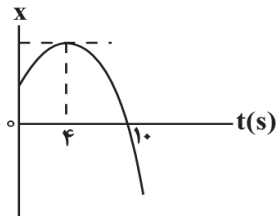
چون جسم در حال سکون است برآیند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است. بنابراین نیروهای وارد بر آن برابر صفر است. بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر جسم برابر است با:

$$T + f_s = F_e \xrightarrow[T = \Delta \ell = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, k = 200 \frac{N}{m}]{T = F_N, F_e = k \Delta \ell} f_s = 200 \times 0.05 - 6 \Rightarrow f_s = 4 \text{ N}$$

اکنون نیروی سطح وارد بر جسم را به دست می‌آوریم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} \xrightarrow[F_N = mg = 4 \text{ N}]{f_s = 4 \text{ N}} R = 4\sqrt{2} \text{ N}$$

۶۰



گزینه «۳»

چون نمودار مکان - زمان متحرک به صورت سهمی است، حرکت متحرک با شتاب ثابت صورت می‌گیرد. برای یافتن شتاب متحرک به روش زیر عمل می‌کنیم:

ابتدا با استفاده از رابطه سرعت متوسط در بازه زمانی $t = 4 \text{ s}$ تا $t = 10 \text{ s}$ ، سرعت متحرک را در لحظه $t = 10 \text{ s}$ به دست می‌آوریم. توجه کنید که چون شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظه $t = 4 \text{ s}$ برابر صفر است، سرعت متحرک در این لحظه صفر است:

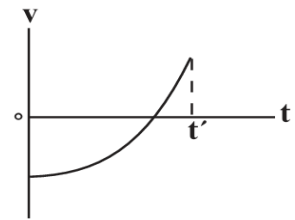
$$v_{av} = \frac{v_f + v_{i_0}}{2} \xrightarrow[v_{av} = -7/5 \frac{m}{s}]{v_f = 0} -7/5 = \frac{0 + v_{i_0}}{2} \Rightarrow v_{i_0} = -14 \frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از رابطه شتاب متوسط که در این مسئله با شتاب لحظه‌ای برابر است، شتاب متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{i_0} - v_f}{10 - 4} \xrightarrow[v_{i_0} = -14 \frac{m}{s}]{v_f = 0} a = \frac{-14}{6} = -\frac{7}{3} \frac{m}{s^2}$$

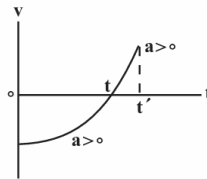
در نهایت با استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی خالص وارد بر جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \xrightarrow[a = -\frac{7}{3} \frac{m}{s^2}]{m = 1 \text{ kg}} F_{net} = 1 \times \left(-\frac{7}{3}\right) = -\frac{7}{3} \text{ N} \rightarrow |F_{net}| = \frac{7}{3} \text{ N}$$



گزینه «۲»

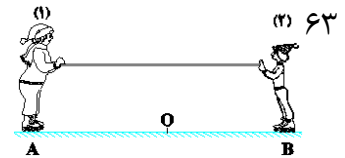
می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در هر لحظه، برابر شتاب در آن لحظه است. باتوجه به اینکه علامت شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در بازه زمانی صفر تا t' ، همواره مثبت است، شتاب در این بازه همواره مثبت و در جهت محور x است. از طرفی در لحظه t که سرعت متحرک صفر و علامت سرعت نیز عوض شده است، متحرک تغییر جهت می‌دهد. پس در بازه صفر تا t ، بردار شتاب خلاف جهت حرکت جسم (حرکت کندشونده) و در بازه t تا t' ، بردار شتاب در جهت حرکت جسم (حرکت تندشونده) است. با توجه به توضیحاتی گفته شده، گزینه «۲» صحیح است.



گزینه ۴

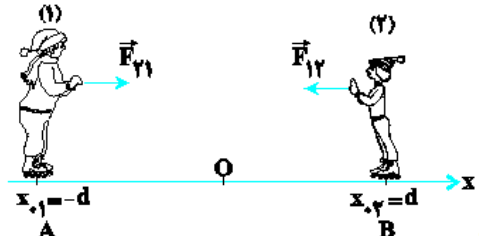
مطابق رابطه انرژی جنبشی و تکانه داریم: $K = \frac{p^2}{2m}$

$$\Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = \frac{p_B^2}{p_A^2} \times \frac{m_A}{m_B} \xrightarrow[p_A=p_B]{K_B=5K_A} \frac{m_A}{m_B} = 5$$



گزینه ۳

مطابق قانون سوم نیوتون هرگاه شخصی به شخص دیگری نیرو وارد کند، شخص دوم نیز به شخص اول نیرویی هم‌اندازه و هم‌راستا اما در خلاف جهت وارد می‌کند. به عبارت دیگر: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$



مطابق قانون دوم نیوتون شتاب هر نفر را به دست می‌آوریم:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{F}_{12} = m_1 \vec{a}_1 \\ \vec{F}_{21} = m_2 \vec{a}_2 \\ \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \end{cases} \xrightarrow{m_2 = \frac{1}{2} m_1} m_1 \vec{a}_1 = -\frac{m_1}{2} \vec{a}_2 \rightarrow \vec{a}_2 = -2\vec{a}_1$$

اکنون فرض می‌کنیم دو متحرک یکی از مکان $x = -d$ و دیگری از مکان $x = d$ از حال سکون به سمت یک‌دیگر شروع به حرکت می‌کنند. معادله مکان - زمان را برای دو متحرک می‌نویسیم. مطابق معادله مکان - زمان برای حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \quad \begin{cases} \xrightarrow{x_0 = -d} x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 - d \quad (1) \\ \xrightarrow{x_0 = d} x_2 = \frac{1}{2} (-2a_1) t^2 + d = -a_1 t^2 + d \quad (2) \end{cases}$$

در لحظه‌ای که دو متحرک به یک‌دیگر می‌رسند $x_1 = x_2$ است.

$$\begin{aligned} x_1 = x_2 & \xrightarrow{(2), (1)} \frac{1}{2} a_1 t^2 - d = -a_1 t^2 + d \\ \Rightarrow \frac{3}{2} a_1 t^2 &= 2d \Rightarrow \frac{1}{2} a_1 t^2 = \frac{2d}{3} \\ x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 - d & \xrightarrow{} x_1 = x_2 = \frac{2d}{3} - d = -\frac{d}{3} \end{aligned}$$

بنابراین دو شخص در فاصله بین O و A به یک‌دیگر می‌رسند.

نکته: چون در صورت سؤال مکان دقیق لحظه رسیدن دو شخص به یک‌دیگر را مورد پرسش قرار نداده است، می‌توانیم بدون تعیین مکان دقیق برخورد نیز محل رسیدن دو شخص را تعیین کنیم. با توجه به این که $a_2 = -2a_1$ است و دو شخص از حال سکون به سمت یک‌دیگر شروع به حرکت می‌کنند، در لحظه‌ای که دو متحرک به یک‌دیگر می‌رسند مسافت طی شده توسط شخص (۲) بزرگ‌تر از مسافت طی شده توسط شخص (۱) است. لذا از آن‌جا که نقطه O وسط فاصله بین دو شخص قرار دارد، بنابراین دو شخص در فاصله بین O و A به یک‌دیگر می‌رسند.

گزینه ۴

۲ ثانیه دوم یعنی بازه زمانی $t_1 = ۲s$ تا $t_2 = ۴s$:

$$v = ۲t^۲ - ۴t - ۲ \Rightarrow \begin{cases} v_1 = ۲t_1^۲ - ۴t_1 - ۲ \\ v_2 = ۲t_2^۲ - ۴t_2 - ۲ \end{cases}$$

مطابق رابطه شتاب متوسط در حرکت بر خط راست داریم:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(۲t_2^۲ - ۴t_2 - ۲) - (۲t_1^۲ - ۴t_1 - ۲)}{t_2 - t_1}$$

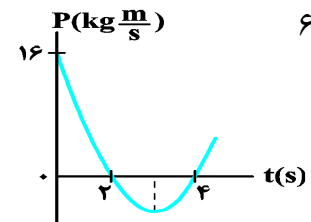
$$\Rightarrow a_{av} = \frac{۲(t_2^۲ - t_1^۲) - ۴(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{(t_2 - t_1)[۲(t_2 + t_1) - ۴]}{t_2 - t_1}$$

$$= ۲(t_2 + t_1) - ۴ = ۲(۴ + ۲) - ۴ = ۸ \frac{m}{s^۲}$$

نکته: بدون پارامتری کردن شتاب متوسط نیز می‌توانیم با جایگذاری $t_2 = ۴s$ و $t_1 = ۲s$ در معادله سرعت - زمان شتاب متوسط را در این بازه زمانی به دست آوریم:

$$a_{av} = \frac{(۲t_2^۲ - ۴t_2 - ۲) - (۲t_1^۲ - ۴t_1 - ۲)}{t_2 - t_1}$$

$$\xrightarrow{t_1=۲s, t_2=۴s} a_{av} = \frac{(۳۲ - ۱۶) - (۸ - ۸)}{۲} = ۸ \frac{m}{s^۲}$$



گزینه «۲»

در صورت سؤال به اشتباه آورده شده است که حرکت جسم شتاب ثابت است که البته بایستی بیان می‌شد نمودار تکانه - زمان به صورت سهمی است. با فرض سهمی بودن نمودار معادله تکانه - زمان را به دست می‌آوریم: چون ریشه‌های معادله لحظات $t = ۲s$ و $t = ۴s$ است، بنابراین معادله تکانه - زمان برابر است با:

$$P = a(t - ۲)(t - ۴) \xrightarrow{t=۰, P=۱۶ \frac{kg \cdot m}{s}} a = \frac{۱۶}{۸} = ۲$$

$$\Rightarrow P = ۲(t - ۲)(t - ۴)$$

اکنون تکانه را در لحظات ۳s و ۵s به دست می‌آوریم:

$$P_{۳s} = -۲ \frac{kg \cdot m}{s}$$

$$P_{۵s} = ۶ \frac{kg \cdot m}{s}$$

اکنون با استفاده از رابطه نیروی متوسط داریم:

$$F_{av} = s \frac{\Delta P}{\Delta t} \xrightarrow{P_{۵s}=۶ \frac{kg \cdot m}{s}, \Delta t=۵-۳=۲s} F_{av} = \frac{۶ - (-۲)}{۲} = ۴N$$

گزینه «۲»

ابتدا با استفاده از رابطه مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت مدت زمانی که طول می‌کشد تا اتومبیل مسافت ۷۵ متر را طی کند به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow[v_0=0, \Delta x=75m]{a=1/5 m/s^2} 75 = \frac{1}{2} \times 1/5 \times t^2$$

$$\Rightarrow t = 10s$$

چون در لحظه $t = 10s$ کامیون از اتومبیل سبقت می‌گیرد بنابراین تندی آن را در این لحظه به دست می‌آوریم:

$$v_{\text{کامیون}} = a_{\text{کامیون}} \times t + v_0 \xrightarrow[v_0=0, t=10s]{a_{\text{کامیون}}=2/5 m/s^2} v_{\text{کامیون}} = 25m/s$$

اکنون مسافتی که کامیون از این لحظه تا لحظه $t = 15s$ را طی می‌کند به دست می‌آوریم:

$$\Delta x_{\text{کامیون}} = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow[t=15-10=5s]{v_0=v_{t=10s}=25m/s, a=2/5 m/s^2} v_{\text{کامیون}} = 25m/s$$

$$\Delta x_{\text{کامیون}} = \frac{1}{2} \times 2/5 \times 5^2 + 25 \times 5$$

$$\Delta x_{\text{کامیون}} = 156/25m(I)$$

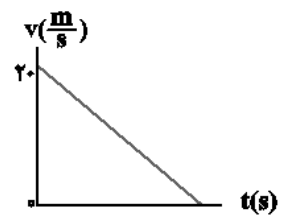
مسافتی که اتومبیل در بازه زمانی $10s$ تا $15s$ طی می‌کند برابر است با:

$$\Delta x_{\text{اتومبیل}} = \Delta x_{15-10} = \Delta x_{0-15} - \Delta x_{0-10} = \frac{1}{2}a_{\text{اتومبیل}}t_2^2 - \frac{1}{2}a_{\text{اتومبیل}}t_1^2$$

$$\xrightarrow[t_1=10s]{a_{\text{اتومبیل}}=1/5 m/s^2, t_2=15s} \Delta x_{\text{اتومبیل}} = \Delta x_{15-10}$$

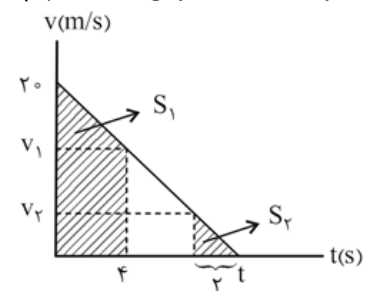
$$= \frac{1}{2} \times 1/5 (15^2 - 10^2) = 93/25(II)$$

$$\Rightarrow I, II = \Delta x_{\text{کامیون}} - \Delta x_{\text{اتومبیل}} = 62/5m$$



گزینه «۲»

با توجه به ثابت بودن شیب داریم:



$$\frac{20 - v_1}{4} = \frac{v_2}{3} \rightarrow 20 - v_1 = 2v_2(1)$$

$$S_1 = 36S_2$$

$$\frac{(20 + v_1) \times 4}{2} = 36 \frac{v_2 \times 3}{2}$$

$$20 + v_1 = 18v_2(2)$$

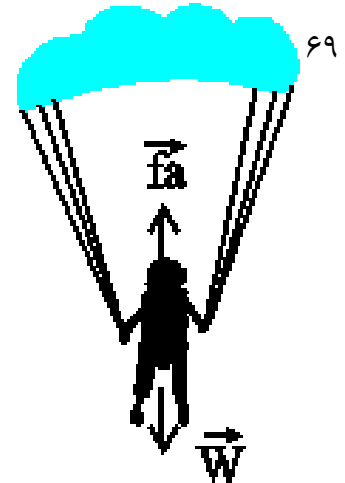
$$(1) + (2) \rightarrow 40 = 20v_2 \rightarrow v_2 = 2m/s$$

$$a = \frac{0 - v_2}{3} = -1m/s^2$$

$$g = G \frac{\infty M_e}{(R_e + r)^2} \quad (r = \text{فاصله از سطح زمین})$$

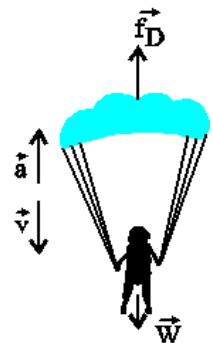
$$\Rightarrow \frac{g_r}{g_1} = \frac{(R_e + r)_1^2}{(R_e + r)_r^2} = \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{R_e + r_1}{R_e + r_r} = \frac{1}{10} \xrightarrow{r_1=0}$$

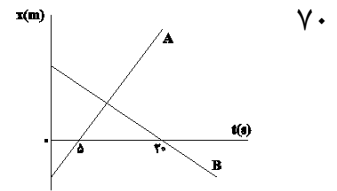
$$\frac{R_e}{R_e + r_r} = \frac{1}{10} \Rightarrow 10R_e = R_e + r_r \Rightarrow \boxed{r_r = 9R_e}$$



با باز شدن چتر ناگهان نیروی مقاومت هوا افزایش می‌یابد و شتاب حرکت چتر باز به سمت بالا می‌شود و چون جهت حرکت چتر باز به سمت پایین است نوع حرکت کندشونده است. از آنجا که نیروی مقاومت هوای وارد بر چتر باز با کاهش تندی آن کاهش می‌یابد بنابراین پس از باز شدن چتر، با گذشت زمان نیروی مقاومت هوا کاهش می‌یابد و در نتیجه بزرگتر شتاب وارد بر چتر باز نیز کاهش می‌یابد. تا جایی که مقاومت هوا با نیروی وزن برابر شود در این لحظه شتاب برابر صفر می‌شود و چتر باز با تندی ثابت به نام تندی حدی به حرکت خود ادامه می‌دهد.

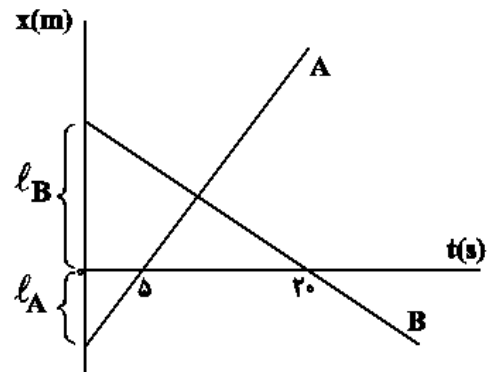
$$\Rightarrow f_D - w = ma \xrightarrow[f_D > w]{f_D \downarrow} a \downarrow \xrightarrow[f_D = w]{f_D = w} a = 0 \Rightarrow v = v_{\text{حدی}}$$





گزینه «۳»

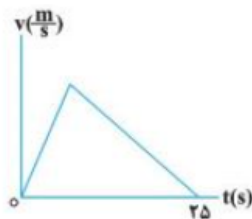
اندازه شیب هر یک از خطوط A و B برابر با تندی متحرک می‌باشد. با توجه به اینکه تندی متحرک A، ۲ برابر تندی متحرک B است داریم:



$$\Rightarrow \frac{\ell_A}{\ell_B} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\ell_A + \ell_B = 150m} \begin{cases} \ell_A = 50m \Rightarrow V_A = 10 \frac{m}{s} \\ \ell_B = 100m \Rightarrow V_B = -5 \frac{m}{s} \end{cases} \quad \begin{matrix} |V_A| = \frac{\ell_A}{\Delta t} \\ |V_B| = \frac{\ell_B}{20} \end{matrix} \xrightarrow{|V_A| = 2|V_B|} \frac{2|V_B|}{|V_B|} = \frac{\ell_A}{\ell_B} \times 2$$

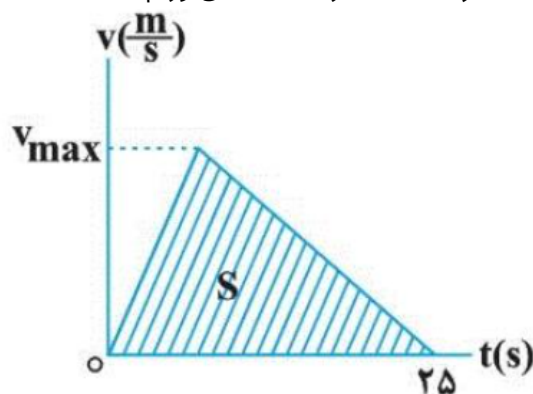
اکنون معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم و سپس فاصله دو متحرک را در لحظه $t = 20s$ به دست می‌آوریم:

$$x = Vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = 10t - 50 \\ x_B = -5t + 100 \end{cases} \xrightarrow{t=20s} x_A - x_B = 15 \times 20 - 150 = 150m$$



گزینه ۱

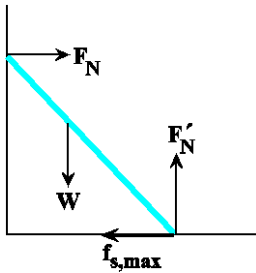
مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است. با توجه به رابطه سرعت متوسط، بیشینه سرعت (v_{max}) را به دست می‌آوریم:



$$S = \Delta x = \frac{v_{max} \times 25}{2}, v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_{max} \times 25}{2 \times 25} = \frac{v_{max}}{2} \Rightarrow 10 = \frac{v_{max}}{2} \Rightarrow v_{max} = 20 \frac{m}{s}$$

گزینه «۴»

بیشترین نیرویی که نردبان به سطح افقی وارد می‌کند زمانی است که نیروی اصطکاک از نوع بیشینه ایستایی باشد. مطابق شکل زیر نیروهای وارد بر نردبان را مشخص می‌کنیم.

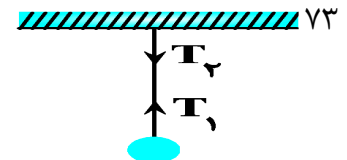


$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{s,max}^2} \xrightarrow{f_{s,max} = \mu_s F'_N} R = F'_N \sqrt{1 + \mu_s^2}$$

$$\xrightarrow{F'_N = W} R = W \sqrt{1 + \mu_s^2}$$

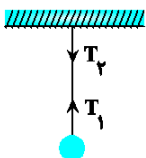
$$\xrightarrow{W = mg, m = 25 \text{ kg}} R = 250 \sqrt{1 + 0.4^2}$$

$$\xrightarrow{g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \mu_s = 0.4} R = 0.4 \times 250 \sqrt{1.16} = 50 \sqrt{29} \text{ N}$$



گزینه «۴»

T_2 نیرویی است که نخ به سقف وارد می‌کند بنابراین واکنش آن از طرف سقف به نخ به سمت بالا وارد می‌شود. T_1 نیرویی است که نخ به گلوله وارد می‌کند بنابراین واکنش آن از طرف گلوله به سمت پایین وارد می‌شود. نکته: نیروی وارد بر نخ همواره در جهتی است که نخ در حال کشیدگی قرار گیرد.



گزینه «۴»

شتاب گرانش با مجذور فاصله از مرکز زمین رابطه عکس دارد.

$$g_h = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2} \Rightarrow \frac{g_h}{g} = \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2} \xrightarrow{R_e = 6400 \text{ km}, h = 1600 \text{ km}, g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \rightarrow$$

$$\frac{g_h}{9.8} = \left(\frac{6400}{6400 + 1600} \right)^2 = \left(\frac{1600 \times 4}{1600(4 + 1)} \right)^2$$

$$\Rightarrow g_h = 9.8 \times \frac{16}{25} = 6.272 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

نکته: برای انجام محاسبه پایانی می‌توانیم $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ فرض کنیم در این صورت محاسبه شتاب راحت‌تر و سریع‌تر است.

$$g_h = 10 \times \frac{16}{25} = 6.4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

چون $9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ اندکی کوچکتر از $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است پس پاسخ کوچکترین و نزدیک‌ترین عدد به $6.4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است.

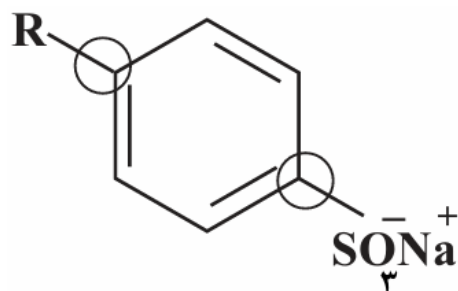
گزینه «۳»

نیروی خالص متوسط وارد بر یک جسم در یک بازهٔ زمانی برابر با آهنگ تغییر تکانهٔ جسم در آن بازهٔ زمانی است.

$$F_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \xrightarrow{p=t^v-5t+6} F_{av} = \frac{t^v_2 - 5t_2 - t^v_1 + 5t_1}{t_2 - t_1}$$
$$F_{av} = \frac{t^v_2 - t^v_1 - 5(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} = t_1 + t_2 - 5$$
$$\xrightarrow{t_1=1s, t_2=2/5s} F_{av} = 1 + 2/25 - 5s = -1/5N \Rightarrow |F_{av}| = \frac{2}{5}N$$

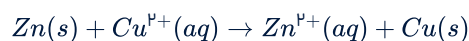
در بین مخلوط‌های گفته شده شیر، سس مایونز و مخلوط آب و روغن و صابون همگی کلئید هستند. از طرفی مخلوط آب و قند نیز یک محلول است. از آنجا که محلول‌ها و کلئیدها همگی مخلوط‌هایی پایدار هستند، در بین گزینه‌های داده شده ۳ کلئید و ۴ مخلوط پایدار وجود دارند.

گزینه «۱»: نادرست، از صابون گوگرددار به عنوان ضدقارچ پوستی و از بین برنده جوش استفاده می‌شود نه هر پاک‌کننده گوگرداری.
گزینه «۲»: نادرست، به آب دریا و مناطق کویری که دارای مقادیر چشمگیری از یون‌های کلسیم و منیزیم هستند، آب سخت گفته می‌شود نه فلزهای منیزیم و کلسیم.
گزینه «۳»: نادرست، آمونیاک در ساختار خود فاقد OH بوده و یون هیدروکسید در محلول آن، پس از واکنش آمونیاک با آب، آزاد می‌شود.
گزینه «۴»: درست، در پاک‌کننده غیرصابونی با زنجیره آلکیلی سیرشده، کربن‌های مشخص شده با هیچ هیدروژنی پیوند تشکیل نداده‌اند:



گزینه «۱»: اکسیژن علاوه بر طلا و پلاتین با برخی فلزات دیگر نیز واکنش نمی‌دهد.
گزینه «۲»: برای انجام این کار به یک تیغه از جنس روی و تیغه دیگری از جنس مس نیاز داریم نه هر دو از جنس روی.
گزینه «۳»: در یک نیم واکنش اکسایش نماد یونی ماده در کنار الکترون قرار می‌گیرد.
گزینه «۴»: متن کتاب درسی.

بررسی گزینه «۱»:



تعداد الکترون مبادله شده در واکنش اکسایش و کاهش:

$$1Cu \times 2 = 2 \Rightarrow \text{تغییر عدد اکسایش اکسنده} \times \text{تعداد گونه اکسنده: روش ۱}$$

$$1Zn \times 2 = 2 \Rightarrow \text{تغییر عدد اکسایش کاهنده} \times \text{تعداد گونه کاهنده: روش ۲}$$

و طبق جدول صفحه ۴۳ در واکنش بین روی و محلول مس (II) سولفات دمای مخلوط واکنش پس از مدتی افزایش می‌یابد.

بررسی گزینه «۲»: لیتیم در میان فلزات کمترین چگالی و E° را دارد. این ویژگی‌های لیتیم سبب شد راه برای ساخت باتری‌های سبک‌تر و کوچکتر با توانایی ذخیره بیشتر انرژی هموار شود. «صفحه ۴۹ متن کتاب درسی»

بررسی گزینه «۳»: فلزاتی که قدرت کاهندگی بیشتری از هیدروژن دارند E° منفی و فلزاتی که قدرت کاهندگی کمتری از هیدروژن دارند E° مثبت دارند.

بررسی گزینه «۴»: پتانسیل الکترودی یک الکتروود (E°) به طور جداگانه قابل اندازه‌گیری نیست. به عبارتی دیگر نسبت دادن یک مقدار مطلق به پتانسیل آن الکتروود امکان‌پذیر نیست، بلکه تنها می‌توان آن را به طور نسبی در مقایسه با یک نیم سلول استاندارد اندازه‌گیری کرد. «مطابق متن کتاب درسی صفحه ۴۷»

گزینه ۱، ۲ و ۴ درست است. گزینه «۳» نادرست است. در مورد برقکافت آب در کاتد واکنش کاهش آب رخ می‌دهد که در نیم‌واکنش آن یون OH^- تولید می‌شود، بنابراین پیرامون محیط بازی کاتد کاغذ pH به رنگ آبی در می‌آید. در آند واکنش اکسایش آب رخ می‌دهد که در نیم‌واکنش آن یون H^+ تولید می‌شود، بنابراین پیرامون محیط آند اسیدی و کاغذ pH به رنگ قرمز در می‌آید.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) ضمن کارکرد سلول گالوانی روی-مس، فلز موجود در الکترود آند با جرم مولی $65 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ مصرف و فلز موجود در الکترود کاتد با جرم مولی $64 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ تولید می‌شود. در نتیجه به دلیل تفاوت در جرم مولی فلز مصرفی و تولیدی و با توجه به یکسان بودن ضرایب این مواد در معادله موازنه شده، مجموع جرم مواد جامد رفته رفته کاهش می‌یابد.

(۲) جهت حرکت الکترون‌ها در مدار خارجی سلول گالوانی از آند به کاتد است.

(۳) در نیم‌سلول SHE از محلولی استفاده می‌شود که غلظت H^+ آن یک مولار باشد. استیک اسید، اسیدی ضعیف است، پس غلظت یون هیدرونیوم در محلول ۱ مولار آن کمتر از $1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ خواهد بود.

با اضافه کردن صابون به مخلوط آب و روغن، مخلوط پایدار «کلوئید» تولید می‌شود که ناهمگن است صابون مراغه افزودنی شیمیایی ندارد. به ازای هر مول استر طبیعی بلندزنجیر با مقدار کافی محلول سدیم هیدروکسید، ۳ مول صابون تولید می‌شود. جاذبه میان آب و بخش باردار صابون قوی‌تر از اسید چرب با آب است.

برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده به آنها نمک‌های فسفات می‌افزایند.

بررسی عبارت‌های درست:

گزینه «۱»: محلول سود سوزآور (سدیم هیدروکسید)، در آب خاصیت بازی دارد و بازها کاغذ pH را آبی می‌کنند.

گزینه «۲»: غسل دارای شمار زیادی گروه هیدروکسیل بوده و در آب محلول است. محلول‌ها بر خلاف کلئیدها و سوسپانسیون‌ها نور را پخش نمی‌کنند.

گزینه «۴»: این پاک‌کننده صابون مایع بوده و برخلاف پاک‌کننده‌های غیر صابونی، در آب سخت خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ نمی‌کند زیرا با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب سخت رسوب می‌دهد.

مورد اول: درست.

مورد دوم: نادرست به منظور افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها به آنها ماده شیمیایی کلردار اضافه می‌کنند.

مورد سوم: درست.

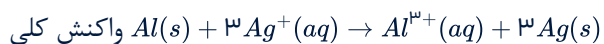
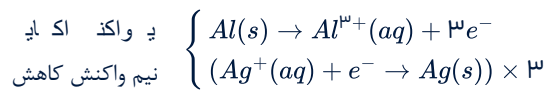
مورد چهارم: نادرست. پاک‌کننده‌های خورنده افزون بر برهم کنش میان ذره‌ها، با آلاینده‌ها واکنش هم می‌دهند.

واکنش از نوع اکسایش - کاهش است که در آن Al با تشکیل Al^{3+} اکسایش می‌یابد و Ag^+ با کسب الکترون کاهش می‌یابد، بنابراین Ag^+ اکسندۀ بوده و سبب اکسایش گونه دیگر (Al) می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: آلومینیم با تبدیل شدن به Al^{3+} اکسایش یافته و کاهنده به شمار می‌آید.

گزینه «۳»: مطابق نیم‌واکنش‌های زیر در مقابل ۳ مول الکترون از هر مول آلومینیم، ۳ مول یون نقره کاهش می‌یابد.



گزینه «۴»: با استفاده از واکنش کلی:

$$1 \text{ mol } Ag^+ \times \frac{1 \text{ mol } Al}{3 \text{ mol } Ag^+} \times \frac{27 \text{ g } Al}{1 \text{ mol } Al} = 9 \text{ g } Al$$

$$\frac{\alpha_{HA}}{\alpha_{HX}} = \frac{1}{2}$$

$$p_{HX} = 4/3 \Rightarrow [H^+]_{HX} = 10^{-4/3} = 10^{-5+0/3} = 5 \times 10^{-5} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\alpha_{HX} = \frac{5 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-4}} = 0/25$$

$$\frac{\alpha_{HA}}{0/25} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha_{HA} = 0/125$$

$$K_{a(HA)} = \frac{\alpha^2 \cdot M}{1 - \alpha} \Rightarrow 4 \times 10^{-5} = \frac{(0/125)^2 \times M_{HA}}{1 - 0/125}$$

$$\Rightarrow \boxed{M_{HA} \rightarrow 2/25 \times 10^{-3}}$$

شرط خنثی شدن $\Leftarrow \text{molNaOH} = \text{molHCl}$

حجم $\text{HCL} \rightarrow M_p V_p = M_1 V_1 \Leftarrow$ غلظت مولار NaOH

$$\frac{(200 \times 0.2)}{200 + y} \times 20 = 10 \times M_p \Rightarrow \frac{1}{M_p} = 200 + y$$

پس با جایگزینی گزینه‌ها $y = 600 \gg M_p = 0.1$ به دست می‌آید.

emf سلول گالوانی $A - B$ برابر است با:

$$emf = E^{\circ}_{\text{کاتد}} - E^{\circ}_{\text{آند}}$$

$$= 0/1 - (-0/44) = 1/24 \text{ ولت}$$

بررسی گزینه‌ها:

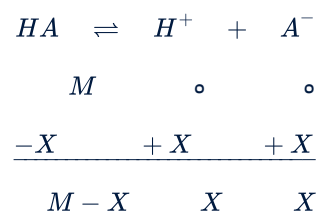
گزینه «۱»: در سلول گالوانی $Al - Cu$ جهت جریان الکترون‌ها در مدار بیرونی از تیغه Al به سمت تیغه Cu است؛ Al که E° کمتری دارد آند و Cu که E° بیشتری دارد کاتد سلول را تشکیل می‌دهد.



$$?gCu = 1/0.1gAl \times \frac{1molAl}{27gAl} \times \frac{3molCu}{2molAl} \times \frac{64gCu}{1molCu} = 3/14gCu$$

گزینه «۳»: با توجه E° های داده شده، می‌توان نتیجه گرفت که Cu^{2+} از Al^{3+} اکسندتر است.

گزینه «۴»: واکنش کلی سلول به صورت $2Al + 3Cu^{2+} \rightarrow 2Al^{3+} + 3Cu$ است. بنابراین نمی‌توان محلولی از مس را در ظرف آلومینیومی نگهداری کرد. اما نگهداری محلولی از نمک آلومینیم در ظرف مسی امکان‌پذیر است.



$$M - X = 0.03 \xrightarrow{x=0.0V} M = 0.1$$

$$\alpha = \frac{X}{M} \rightarrow \alpha = \frac{0.0V}{0.1} = 0.1V$$

$$\text{درصد یونش} = 0.1V \times 100 = 10\%$$

با توجه به اطلاعات مسئله می‌توان نوشت:

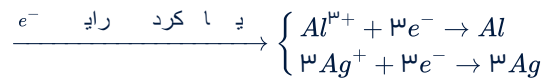
$$pH = 1/3 \rightarrow [H^+] = 5 \times 10^{-4} mol.L^{-1} \Rightarrow n(H^+) = 1/5 \times 5 \times 10^{-4} = 1/5 \times 10^{-4} mol$$

$$R = \frac{\Delta n}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{1/5 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-4}} = 3/10 min \text{ یا } ۲۲۵S$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \xrightarrow{[H^+]=5 \times 10^{-4}} [OH^-] = 2 \times 10^{-11}$$

$$\Rightarrow n(OH^-) = 50mL \times \frac{2 \times 10^{-11} mol}{1000mL} = 10^{-12} mol$$

برای پاسخ به این گونه سوالات کافیسست دو نیم واکنش مربوطه به هر واکنش اکسایش - کاهش را نوشته و ضریب الکترون در آنها را یکی می‌کنیم:



اکنون می‌توان ارتباط $Al \sim 3Ag$ را برقرار کرد.

$$g_{Ag} = 32/4g_{Al} \times \frac{1mol_{Al}}{27g_{Al}} \times \frac{3mol_{Ag}}{1mol_{Al}} \times \frac{108g_{Ag}}{1mol_{Ag}} = 388/1g_{Ag}$$

اگر فرایند خوردگی را مشابه سلول گالوانی در نظر بگیریم، قطره آب نقش محلول‌های الکترولیت و قطعه آهن نقش مدار بیرونی را (رسانای فلزی) ایجاد می‌کند و همچنین پایگاه آندی و زیر قطره آب قرار می‌گیرند. توجه داشته باشید که در محیط‌های اسیدی (محیطی که کاغذ pH به رنگ قرمز در می‌آید) ولتاژ سلول افزایش می‌یابد.

بررسی گزینه «۱»: Sn تیغه آند بوده و با گذر زمان، غلظت محلول آند، افزایش می‌یابد.

بررسی گزینه «۲»: $emf = E^{\circ}_{\text{کاتد}} - E^{\circ}_{\text{آند}} = 0/1 - 0/34 = 0/46V$ در این واکنش گونه اکسنده است.

بررسی گزینه «۳»: تیغه Cu کاتد و تیغه Sn آند است و در نتیجه به جرم تیغه Cu افزوده و جرم تیغه Sn کاسته می‌شود.

بررسی گزینه «۴»:



$$1mol \rightarrow 2e^{-} \text{ مبادله شده } \times 6/02 \times 10^{23}$$

$$0/2 \rightarrow M \Rightarrow M = 0/2 \times 2 \times 6/02 \times 10^{23} = 2/408 \times 10^{23}$$

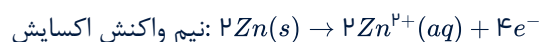
با توجه به رابطه α داریم:

$$\alpha = \frac{[H^{+}]}{[H^{+}] + [HX]} = \frac{2 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3} + 1/6 \times 10^{-2}} = \frac{1}{9} \simeq 0/11$$

حال می‌دانیم که:

$$K_a = \frac{[H^{+}][X^{-}]}{[HX]} = \frac{[H^{+}]^2}{[HX]} = \frac{(2 \times 10^{-3})^2}{(1/6 \times 10^{-2})} = \frac{1}{4000} = 0/25 \times 10^{-3} = 2/5 \times 10^{-4} mol \cdot L^{-1}$$

آهن سفید ورقه پوشیده شده آهن توسط فلز روی می باشد.



ابتدا سرعت مصرف O_2 را به $\frac{mol}{min}$ تبدیل می کنیم:

$$\bar{R}_{O_2} = 0.48 \frac{g}{min} \times \frac{1 mol O_2}{32 gr O_2} = 0.015 \frac{mol}{min}$$

حال با توجه به واکنش کلی از سرعت مصرف O_2 ، سرعت مصرف فلز Zn را به دست می آوریم:

$$\frac{\bar{R}_{O_2}}{1} = \frac{\bar{R}_{Zn}}{2} \Rightarrow \bar{R}_{Zn} = 0.03 \frac{mol}{min}$$

$$\Rightarrow Zn \text{ جرم کاهش جرم فلز } Zn = 160s \times \frac{1 min}{60s} \times \frac{0.03 mol Zn}{1 min} \times \frac{65g Zn}{1 mol Zn} = 0.16g Zn$$

معادله واکنش به صورت موازنه شده به شکل زیر است:



با توجه به واکنش بالا، به ازای برقکافت ۲ مول آب، یعنی ۳۶g آب، در شرایطی که حجم مولی گازها ۲۵L در هر مول باشد، ۲ مول گاز H_2 یعنی ۵۰L = ۲ × ۲۵ و یک مول گاز O_2 یعنی ۲۵L = ۱ × ۲۵ تولید می شود. پس می توان مقدار آب مصرفی را به دست آورد.

$$gH_2O = 500 \times 10^{-3} L \text{ اختلاف حجم} \times \frac{2 mol H_2O}{25 L \text{ اختلاف حجم}} \times \frac{18g \text{ آب}}{1 mol \text{ آب}} = 0.72g \text{ آب}$$

$$?e^{-} = 0.72g \text{ آب} \times \frac{1 mol \text{ آب}}{18g \text{ آب}} \times \frac{4 mol e^{-}}{2 mol \text{ آب}} \times \frac{6.02 \times 10^{23}}{1 mol e^{-}} \Rightarrow 9.4 \times 10^{21} e^{-}$$

یون هیدرونیوم در آند تولیدشده و به سمت کاتد حرکت می کند (در سلول گالوانی، کاتیون ها به سمت کاتد حرکت می کنند). بررسی سایر گزینه ها:

گزینه «۱»: بخار آب تولیدشده در سلول سوختی از کاتد خارج می شود.

گزینه «۳»:



با توجه به معادله نیم واکنش کاتدی به ازای مصرف هر مول گاز اکسیژن، چهار مول H^{+} مبادله می شود.

گزینه «۴»: جهت حرکت الکترون ها در مدار بیرونی و جهت حرکت یون هیدرونیوم در غشا، از آند به کاتد است.

بررسی گزینه ها:

(۱) برای تشکیل هر مول Al_2O_3 ، ۶ مول الکترون مبادله می شود.

(۲) تبدیل هر اتم فلزی به کاتیون آن با کاهش شعاع همراه است.

(۳) Al با از دست دادن ۳ الکترون، اکسید شده و به Al^{3+} تبدیل می شود. گونه ای که اکسید می شود، همان کاهنده است.



با توجه به قدرت کاهندگی سه فلز $Al > Mn > V$ ، قدرت اکسندگی کاتیون‌های این سه فلز به صورت زیر خواهد شد:

$$V^{3+} > Mn^{2+} > Al^{3+}$$

غلظت اولیه $HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$
 $\frac{0/01}{0} = \frac{[H^+]}{M}$ = درجه یونش

غلظت تعادلی $\frac{-x}{0/01 - x} = \frac{+x}{x} = \frac{+x}{x}$

$$[H^+] = x = \frac{10^{-3}}{100} \Rightarrow x = 10^{-5}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{درصد یونش}}{100} = \frac{x}{0/01}$$

$$K_a = \frac{[H^+].[A^-]}{[HA]} \Rightarrow K_a = \frac{10^{-5} \times 10^{-5}}{(10^{-2} - 10^{-5})} \xrightarrow[10^{-2} \text{ در مقابل } 10^{-5}]{\text{کوچکتر است}} 10^{-10}$$

$$K_a = \frac{10^{-10}}{10^{-2}} = 10^{-8}$$

در محلول دوم غلظت $[H^+]$ برابر غلظت $[A^-]$ خواهد بود.

$$pH = 5/7 \rightarrow [H^+] = 10^{-5/7} = 2 \times 10^{-6} \frac{mol}{L}$$

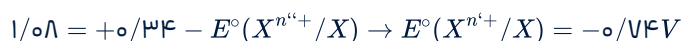
$$K_a = \frac{[H^+].[A^-]}{[HA]} \xrightarrow[\text{یکسان است، ثابت}]{\text{مقدار } K_a \text{ در دمای}} 10^{-8} = \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{[HA]} \Rightarrow [HA] = 4 \times 10^{-7} \text{ mol. L}^{-1}$$

برای درک رفتار الکترودهای X و Y در مقایسه با مس و قلع، ما نیاز داریم تا پتانسیل کاهشی استاندارد (E) مربوط به نیم سلولهای X و Y را تعیین کنیم. این کار با استفاده از مقادیر emf داده شده برای سلولهای گالوانی استاندارد $X - Cu$ و $Cu - Y$ امکان پذیر است. emf یک سلول گالوانی استاندارد از تفاضل پتانسیل کاهشی استاندارد کاتد (نیم سلولی که در آن کاهش رخ می دهد و دارای پتانسیل کاهشی بالاتری است) و آند (نیم سلولی که در آن اکسایش رخ می دهد و دارای پتانسیل کاهشی پایین تری است) به دست می آید (رابطه زیر).

$$emf = E^{\circ} - E^{\circ} \text{ (کاتد)}$$

با تعیین پتانسیلهای کاهشی استاندارد برای X و Y می توانیم جایگاه آنها را در جدول پتانسیل کاهشی استاندارد نسبت به مس و قلع تعیین کرده و در نتیجه، قدرت اکسیدکنندگی و کاهندگی یون ها و فلزات مربوطه را با یکدیگر مقایسه کنیم (در اینجا فرض کردیم که X و Y فلز هستند). این مقایسه به ما کمک می کند تا پیش بینی کنیم که در سلولهای گالوانی مختلف کدام فلز نقش آند و کدام فلز نقش کاتد را ایفا خواهد کرد و جهت جریان الکترون چگونه خواهد بود.

تحلیل سلول گالوانی (۱): در سلول گالوانی (۱) که از الکترودهای X و مس تشکیل شده است، جهت جریان الکترون از الکتروده X به سمت الکتروده مس گزارش شده است. از آنجایی که الکترون ها از آند به سمت کاتد در مدار خارجی جریان می یابند، این بدان معناست که مس نقش کاتد و X نقش آند را ایفا می کند. بنابراین می توان نوشت:



تحلیل سلول گالوانی (۲): در سلول گالوانی (۲) که از الکترودهای Y و مس تشکیل شده است، جهت جریان الکترون از الکتروده مس به سمت الکتروده Y گزارش شده است. از آنجایی که الکترون ها از آند به سمت کاتد در مدار خارجی جریان می یابند، این بدان معناست که Y نقش کاتد و مس نقش آند را ایفا می کند. بنابراین می توان نوشت:



نیم واکنش کاهش			$E^{\circ}(V)$
اکسید قوی تر	$Y^{n+}(aq) + ne^{-} \rightarrow Y(s)$		+0/80
	$Cu^{2+}(aq) + 2e^{-} \rightarrow Cu(s)$		+0/34
	$Sn^{2+}(aq) + 2e^{-} \rightarrow Sn(s)$		-0/15
	$X^{n+}(aq) + ne^{-} \rightarrow X(s)$		-0/74
کاهش قوی تر			

بررسی همه گزینه ها:

گزینه «۱»: با توجه به پتانسیل های کاهشی استاندارد به دست آمده ($X < Sn < Cu < Y$) قدرت اکسیدکنندگی کاتیون ها (تمایل به پذیرش الکترون) با افزایش پتانسیل کاهشی استاندارد افزایش می یابد. بنابراین ترتیب قدرت اکسیدکنندگی یا قدرت اکسندگی کاتیون ها به صورت ($Y^{n+} < Sn^{2+} < Cu^{2+} < Y^{n+}$) خواهد بود. یعنی که یون Y^{n+} قوی ترین عامل اکسیدکننده (اکسنده) و یون X^{n+} ضعیف ترین عامل اکسیدکننده (اکسنده) در میان این چهار گونه است.

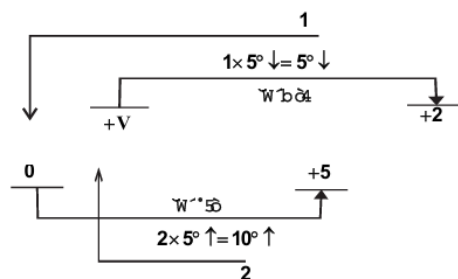
گزینه «۲» حساب می کنیم:

$$E^{\circ}(Y^{n+}/Y) - E^{\circ}(X^{n+}/X) = 0/80 - (-0/74) = 1/54V$$

گزینه «۳»: در سلول (۱) $(X - Cu)$ پتانسیل کاهشی مس (+0/34V) بیشتر از $(-0/74V)X$ است، لذا جهت جریان از X به Cu است. با جایگزینی X با قلع ($-0/15V$) پتانسیل کاهشی مس همچنان بیشتر از قلع است، پس جهت جریان تغییر نمی کند. در سلول (۲) $(Cu - Y)$ پتانسیل کاهشی Y (+0/80V) بیشتر از مس (+0/34V) است، لذا جریان از Cu به Y است. با جایگزینی Y با قلع، پتانسیل کاهشی مس بیشتر از قلع می شود بنابراین جهت جریان از قلع به مس تغییر می کند. بنابراین، جهت جریان فقط در سلول (۲) تغییر می کند. در واقع با این جایگزینی ها، در سلول (۲) برخلاف سلول (۱) جهت جریان معکوس می شود.

گزینه «۴»: اگر افزایش جرم مس در سلول (۱) معادل کاهش جرم مس در سلول (۲) باشد، این معنی را می دهد که تعداد مول های مس واکنش داده در هر دو نیم سلول یکسان بوده است. از آنجایی که در واکنش های اکسایش (در آند) و کاهش (در کاتد) یون های مس $Cu^{2+}(aq) + 2e^{-} \rightleftharpoons Cu(s)$ با ازای هر مول مس که واکنش می دهد (چه رسوب کند و چه اکسید شود) دقیقاً دو مول الکترون مبادله می شود. بنابراین اگر تعداد مول های مس واکنش داغده در هر دو سلول برابر باشد، به طور قطع تعداد مول های الکترون های مبادله شده در هر دو فرایند نیز با یکدیگر برابر خواهد بود.

قسمت اول: معادله واکنش را به روش «اکسایش - کاهش» موازنه می‌کنیم:



نسبت مولی بین $\underline{Cl}_2$ (کاهنده) و $\overline{MnO}_4^-$ (اکسنده) برابر ۱ به ۲ به دست آمد. حالا می‌توان سایر گونه‌ها را موازنه کرد. ببینید:



مجموع ضرایب مواد در معادله موازنه شده واکنش برابر ۱۳ است.

قسمت دوم: بر اثر مصرف هر مول گونه اکسنده یعنی $\overline{MnO}_4^-$ تعداد ۵ مول الکترون مبادله می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$1\overline{mol MnO}_4^- \sim 5mole^- \rightarrow \frac{5/4\overline{mol MnO}_4^-}{1} = \frac{xmole^-}{5} \Rightarrow x = 2mole^-$$

معادله موازنه شده واکنش‌های بیان شده به صورت زیر است:



راه اول (ضریب تبدیل):

$$gCO = 14/2gCl_2 \times \frac{1mol Cl_2}{71g Cl_2} \times \frac{2mole(II)}{1mol Cl_2} \times \frac{2mole(I)}{1mole(II)} \times \frac{3mol CO}{12mole(I)} \times \frac{22/4L CO}{1mol CO} = 4/48L CO$$

راه دوم (کسر تناسب):

$$= \left(\frac{\text{پر گا } CO}{22/4 \times 3} \times \text{الکترون مبادله شده} \right) \times 2$$

$$\left(\frac{\text{رم گا در}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی گاز کلر}} \times \text{الکترون مبادله شده} \right) \times 2$$

$$\frac{14/2}{71 \times 1} \times 2 \times 2 = \frac{x}{22/4 \times 3} \times 12 \Rightarrow x = 4/48$$

واکنش‌های (۱)، (۲) و (۴) حاوی گونه آزاد بوده و قطعاً جزو واکنش‌های اکسایش - کاهش محسوب می‌شوند؛ اما در واکنش (۳) که مربوط به واکنش خنثی شدن جوش شیرین با سولفوریک اسید می‌باشد، گونه آزادی وجود نداشته و عدد اکسایش تمامی عناصر در دو سمت واکنش برابر است. هرگاه در واکنش، در یک سمت یک گونه آزاد عنصری (مثل F_2) داشته باشیم و در سمت دیگر آن عنصر در ترکیب وجود داشته باشد، واکنش از نوع اکسایش - کاهش است.

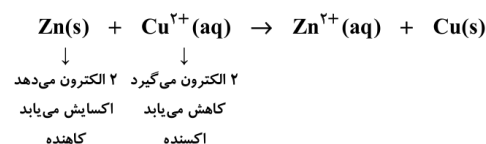
مورد اول: این نوع سلول، یک سلول الکترولیتی است و در الکتروود B، نیم واکنش کاهش رخ می‌دهد، کاتد به قطب منفی باتری وصل می‌شود پس y قطب منفی باتری است. (درست)

مورد دوم: در اطراف الکترودهای A و B که به ترتیب آند و کاتد هستند به ترتیب فرآیند اکسایش و کاهش انجام می‌شود. (درست)

مورد سوم: مسیر حرکت الکترون در مدار خارجی از سمت آند به کاتد است، پس مسیر (۱) مسیر حرکت الکترون است. (نادرست)

مورد چهارم: برای کاهش دمای ذوب سدیم کلرید، از $CaCl_2$ استفاده می‌شود که در آن نسبت کاتیون به آنیون برابر $\frac{1}{2}$ است. (درست)

با قرار دادن تیغه روی درون محلول $CuSO_4$ ، واکنش اکسایش-کاهش به صورت زیر انجام می‌گیرد.



بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست؛ از آنجا که یون $Cu^{2+}(aq)$ (گونه اکسنده) آبی رنگ و یون $Zn^{2+}(aq)$ بی‌رنگ است، با گذشت زمان از شدت رنگ محلول کاسته می‌شود.

(۲) نادرست؛ واکنش فلزهایی مانند روی و آهن با محلول مس (II) سولفات به صورت خودبه‌خودی انجام می‌شود.

(۳) درست؛ با توجه به تصویر صفحه ۴۱ کتاب درسی، شعاع اتم Zn از کاتیون Cu^{2+} بزرگ‌تر است.

(۴) درست؛ به ازای مبادله ۲ مول الکترون بین گونه‌های اکسنده و کاهنده، ۱ مول Zn و ۱ مول Cu^{2+} مصرف می‌شوند. همچنین به ازای مصرف هر مول فلز روی و تشکیل هر مول فلز مس، ۱ گرم ($64g - 65g = 1g$) از جرم تیغه کاسته می‌شود.

$$e^{-} \times \frac{1 \text{ مول } e^{-} \text{ ماد}}{6/02 \times 10^{23}} \times \frac{1 \text{ مول } Zn \text{ م ر}}{2 \text{ مول } e^{-} \text{ ماد}} \times \frac{1g \text{ کاه ر م تئ}}{1 \text{ مول } Zn \text{ م ر}} \times \frac{1000mg}{1g} = 40mg$$

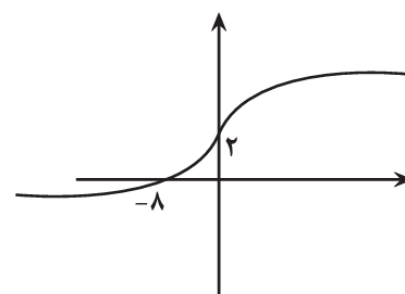
شده $4/16 \times 10^{22}$

۱۱۱ گزینه «۳»

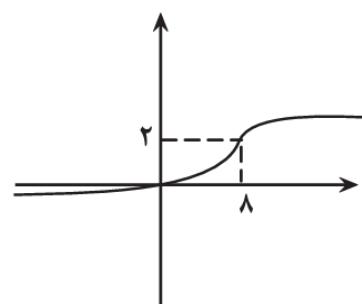
$$\begin{aligned}
 y &= -(x-2)^2 + 4 \Rightarrow 4-y = (x-2)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \sqrt{4-y} \\
 &= |x-2| \xrightarrow[\text{شرط سوال}]{x \leq 2} x-2 \leq 0 \Rightarrow |x-2| = 2-x \\
 \sqrt{4-y} &= -(x-2) \Rightarrow x = 2 - \sqrt{4-y} \Rightarrow f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{4-x} \\
 D_f : x \leq x_s &\Rightarrow y_s = -4 + 4 = 4 \Rightarrow R_f = (-\infty, 4] \\
 &\Rightarrow D_{f^{-1}} = R_f = (-\infty, 4]
 \end{aligned}$$

۱۱۲ گزینه «۳»

$$\begin{aligned}
 y &= (x-2)^3 + m \Rightarrow y-m = (x-2)^3 \Rightarrow \sqrt[3]{y-m} = x-2 \\
 x &= \sqrt[3]{y-m} + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-m} + 2 \\
 \text{نمودار } y &= \sqrt[3]{x} + 2 \text{ را رسم می کنیم:}
 \end{aligned}$$



با توجه به نمودار، اگر نمودار $y = \sqrt[3]{x} + 2$ به اندازه بیشتر از ۸ واحد به سمت راست انتقال پیدا کند، حتماً از ناحیه چهارم عبور می کند.



همچنین اگر دقت شود، به ازای $m = 8$ نمودار از ناحیه دوم هم عبور نمی کند. $m < 8 \Leftrightarrow$

۱۱۳ گزینه «۴»

در صورت عبارت $f(x)$ را اضافه و کم می کنیم تا عبارت به تعریف مشتق تبدیل شود.

$$\begin{aligned}
 &\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f(x+h) - f(x)) - (f(x-h) - f(x))}{h} \\
 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x-h) - f(x)}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x-h) - f(x)}{-h} = f'(x) + f'(x) \\
 &\Rightarrow 2f'(x) = 3x + 1 \Rightarrow 4f'(3) = 2(3(3) + 1) = 20
 \end{aligned}$$

با توجه به اینکه خط d در نقطه $x = 3$ بر تابع f مماس است لذا $m_d = f'(3)$

$$m_d = \frac{f(3) - f(-2)}{3 - (-2)} = \frac{f(3)}{5} = f'(3)$$

از طرفی:

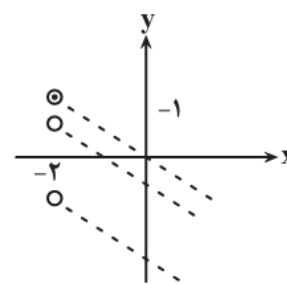
$$f(3) - f'(3) = 3 \Rightarrow \begin{cases} f(3) = 3 + f'(3) \\ f(3) = 3 + \frac{f(3)}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow +\frac{4}{5}f(3) = 3 \Rightarrow f(3) = \frac{+15}{4}$$

با رسم تقریبی نمودار تابع f داریم:

$$f(x) = \begin{cases} |x+2|+1, & x \leq -2 \\ 5m - mx, & x > -2 \end{cases}$$

شیب خط $y = -mx + 5m$ باید نامثبت باشد و مقدار این تابع خطی در $x = -2$ باید کوچکتر یا مساوی یک باشد:



$$\begin{cases} -m \leq 0 \rightarrow m \geq 0 & (*) \\ y = -m(-2) + 5m \leq 1 \rightarrow \forall m \leq 1 \rightarrow m \leq \frac{1}{V} & (**) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(*) \cap (**)} m \in [0, \frac{1}{V}] = [a, b]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = \frac{1}{V} \end{cases} \rightarrow b - a = \frac{1}{V} - 0 = \frac{1}{V}$$

با توجه به انتقال و قرینه صورت گرفت روی نمودار، ضابطه تابع جدید را به دست می آوریم:

$$y = 3 - \sqrt{2x} \xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}} y = 3 - \sqrt{2(x+1)}$$

$$\xrightarrow[\text{قرینه نسبت به } x]{\text{قرینه نسبت به } x} y = -3 + \sqrt{2(x+1)}$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به بالا}} y = -3 + \sqrt{2x+2} + 5 = \sqrt{2x+2} + 2$$

طول نقطه برخورد نمودار تابع جدید با تابع ثابت $f(x) = \frac{V}{P}$ را از مساوی قرار دادن ضابطه های آنها به دست می آوریم:

$$\sqrt{2x+2} + 2 = \frac{V}{P} \rightarrow \sqrt{2x+2} = \frac{3}{P} \xrightarrow{\text{توان } P} 2x+2 = \frac{9}{P^2}$$

$$\rightarrow x = \frac{1}{8}$$

هم علامت بودن مقدار تابع و مقدار مشتق یعنی هم علامت بودن f و f' ، علامت f و f' را در هر کدام از نقاط مشخص شده تعیین می‌کنیم.

نقطه	A	B	C	D
f	-	+	+	-
f'	+	+	-	+

پس فقط در یک نقطه یعنی B ، f و f' هم‌علامت‌اند.

با ساده کردن تساوی داده شده، داریم:

$$\cos 2x = \sin\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) = -\cos x = \cos(\pi - x)$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \pi - \pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \\ 2x = 2k\pi - \pi + x \rightarrow x = 2k\pi - \pi \end{cases}$$



جواب کلی معادله فوق همان $x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$ است زیرا جواب‌های معادله $x = 2k\pi - \pi$ در جواب کلی موجود است.

حاصل حد صفر صفرم مبهم است ولی می‌توانیم با تجزیه کردن آن را از حالت مبهم در بیاوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - 1}{-2x + 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f(x) - 1)(f(x) + 1)}{-2(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 1}{x - 2} \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + 1}{-2} = f'(2) \times \frac{f(2) + 1}{-2} = -3$$

روش اول: به کمک رابطه درستی تقسیم داریم:

$$x^3 - 3x^2 + ax + 5 = (x + 2)Q(x) + 0$$

$$\xrightarrow{x=-2} -32 + 24 - 2a + 5 = 0 \rightarrow 2a = -3 \rightarrow a = \frac{-3}{2}$$

روش دوم: اگر عبارت مقسوم‌علیه، درجه یک باشد، با قرار دادن ریشه مقسوم‌علیه، باقی‌مانده به‌دست می‌آید:

$$x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$$

$$\rightarrow f(-2) = 0 \rightarrow a = \frac{-3}{2}$$

تذکر: هرگاه عبارتی بر عبارت دیگر بخش‌پذیر باشد، باقی‌مانده تقسیم برابر صفر است.

با بررسی حد داده شده، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow (-\pi)^+} \frac{\frac{x}{\pi} + k}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow (-\pi)^+} \frac{\frac{x}{\pi} + k[(-\pi)^+]}{0^+} = +\infty$$

$$\Rightarrow \frac{x}{\pi} + k(-\pi) > 0 \rightarrow \pi k < \frac{x}{\pi} \rightarrow k < \frac{x}{\pi} \quad (*)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\pi)^-} \frac{\frac{x}{\pi} + k}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow (-\pi)^-} \frac{\frac{x}{\pi} + k[(-\pi)^-]}{0^-} = +\infty$$

$$\Rightarrow \frac{x}{\pi} + k(-\pi) < 0 \rightarrow \pi k > \frac{x}{\pi} \rightarrow k > \frac{x}{\pi} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*) \cap (**)} \frac{x}{\pi} < k < \pi$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$-\pi < -k < \frac{-x}{\pi} \rightarrow [-k] = -\pi$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x + 1 - \frac{\pi}{2}}{\frac{x}{\pi} - (x - \frac{\pi}{2})} \times \frac{\frac{x}{\pi}}{\frac{x}{\pi} + \frac{x}{\pi} + \frac{x}{\pi}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(x - \frac{\pi}{2})}{-(x - \frac{\pi}{2})} \times \frac{1}{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{\frac{\pi}{2}} \\ &\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\frac{\pi}{2} \sqrt{x+1} - \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2} - \sqrt{x - \frac{\pi}{2}}} \times \frac{\frac{\pi}{2} \sqrt{(x+1)^{\frac{\pi}{2}}} + \frac{\pi}{2} \sqrt{x+1} + \frac{x}{\pi}}{\frac{\pi}{2} \sqrt{(x+1)^{\frac{\pi}{2}}} + \frac{\pi}{2} \sqrt{x+1} + \frac{x}{\pi}} \times \frac{\frac{\pi}{2} + \sqrt{x - \frac{\pi}{2}}}{\frac{\pi}{2} + \sqrt{x - \frac{\pi}{2}}} \end{aligned}$$

حد مورد نظر، صفر صفرم مبهم است با استفاده از اتحادهای مثلثاتی آن را ساده و محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x - \sin \frac{\pi}{2} x}{\sqrt{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2} x}} &= \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x - \frac{\pi}{2} \sin x \cdot \cos x}{\sqrt{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}(1 - \frac{\pi}{2} \sin^2 x)}} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x(1 - \frac{\pi}{2} \cos x)}{\sqrt{\frac{\pi}{2} \sin^2 x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x(1 - \frac{\pi}{2} \cos x)}{\frac{\pi}{2} |\sin x|} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x(1 - \frac{\pi}{2} \cos x)}{-\frac{\pi}{2} \sin x} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1 - \frac{\pi}{2} \cos x}{-\frac{\pi}{2}} = \frac{1 + \frac{\pi}{2}}{-\frac{\pi}{2}} = \frac{-\pi}{\frac{\pi}{2}} \end{aligned}$$

حد تابع $g(x)$ را در دو حالت $x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-$ و $x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+$ به دست می‌آوریم: (حد $f(x)$ در اطراف $x = \frac{\pi}{2}$ را با توجه به نمودار مشخص می‌کنیم).

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\frac{\pi}{2}[x] - \frac{\pi}{2}}{f(x)} = \frac{\frac{\pi}{2}[\frac{\pi}{2}^+] - \frac{\pi}{2}}{0^-} = \frac{\frac{\pi}{2} \times \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}}{0^-} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\frac{\pi}{2}[x] - \frac{\pi}{2}}{f(x)} = \frac{\frac{\pi}{2}[\frac{\pi}{2}^-] - \frac{\pi}{2}}{0^+} = \frac{\frac{\pi}{2} \times 1 - \frac{\pi}{2}}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

بنابراین پاسخ صحیح گزینه «۴» است.

ابتدا معادله را حل می‌کنیم:

$$2\cos^2 x - (2 + \sqrt{3})\cos x + \sqrt{3} = 0$$

$$= \begin{cases} \cos x = 1 \rightarrow x = 0, 2\pi \\ \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{6} \end{cases} \begin{matrix} \text{غ ق ق} \\ \text{غ ق ق} \end{matrix} \rightarrow x \notin (0, \pi) \rightarrow x \in (0, \pi)$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \sin \alpha \rightarrow \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\frac{\cos^2 x}{\sin x + \cos x} = 1 \Rightarrow \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x + \sin x} = 1 \Rightarrow \cos x - \sin x = 1$$

جواب‌های معادله $\pm \sin x \pm \cos x = \pm 1$ فقط در مرز ناحیه‌ها می‌تواند باشد پس با امتحان کردن آن‌ها متوجه می‌شویم که $x = 0$ و $x = \frac{3\pi}{2}$ و $x = 2\pi$ جواب‌های معادله می‌باشد.

ضریب x در تابع $g(x)$ منفی است، لذا برای تعیین بازه‌ای که g در آن اکیداً نزولی است، باید بازه‌ای که f در آن صعودی اکید است را در نظر بگیریم. یعنی بازه $[2, 4]$. بنابراین:

$$2 \leq \frac{3-x}{2} \leq 4 \xrightarrow{\times 2} 4 \leq 3-x \leq 8$$

$$\xrightarrow{-3} 1 \leq -x \leq 5 \Rightarrow -5 \leq x \leq -1$$

توجه: پارامترهای a و b در دامنه‌ها تأثیر ندارند، پس در محاسبات به آنها نیاز نیست.

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(a) = 6 \Rightarrow (f \circ g)^{-1}(a) = 6 \Rightarrow (f \circ g)(6) = a$$

$$\xrightarrow{g(6) = \sqrt{16+4} = 4} f(4) = 1 \Rightarrow (f \circ g)(6) = a = 1$$

در نتیجه: $a^2 = 1^2 = 1$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 4x^5}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^5}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -4x^3 = -(-\infty) = +\infty$$

می‌دانیم حد داخل براکت در ∞ برابر ۲ است، حالا برای آنکه براکت آن برابر ۱ باشد باید 2^- باشد:

$$\frac{2x^2 + kx + 1}{x^2 + 2x + 5} < 2 \xrightarrow{\text{مخرج مثبت است}} 2x^2 + kx + 1 < 2x^2 + 4x + 10$$

$$\Rightarrow (k-4)x < 9$$

و چون $x \rightarrow -\infty$ می‌رود پس باید $k-4 \geq 0$ باشد و داریم: $k \geq 4$

در -۳^+ مثلاً $(-۲/۹)$ مقدار مخرج ۰^- بدست می‌آید:

$$(-x-۳)^۳ \xrightarrow{x \rightarrow (-۳)^+} \underbrace{(۳^- - ۳)^۳}_{۰^-} = ۰^-$$

مخرج منفی است (۰^-) و چون جواب حد $+\infty$ است بنابراین صورت نیز باید منفی باشد.

$$\lim_{x \rightarrow (-۳)^+} \frac{V - bx}{(-x - ۳)^۳} = \frac{V + ۳b}{۰^-} = +\infty \Rightarrow V + ۳b < ۰$$

$$\Rightarrow ۳b < -V \Rightarrow b < -\frac{V}{۳}$$

نقاط برخورد را به دست می‌آوریم:

$$\cos ۲x = -\frac{1}{۲} \Rightarrow \cos ۲x = \cos \frac{۲\pi}{۳} \Rightarrow ۲x = ۲k\pi \pm \frac{۲\pi}{۳}$$

$$\Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{۳}; k \in \mathbb{Z}$$

$$x \in \{\dots, -\frac{۲\pi}{۳}, \frac{\pi}{۳}, \frac{۴\pi}{۳}, \dots\} \text{ یا } x \in \{\dots, -\frac{۴\pi}{۳}, -\frac{\pi}{۳}, \frac{۲\pi}{۳}, \dots\}$$

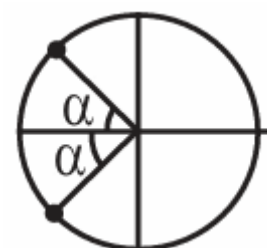
فقط $x = \frac{\pi}{۳}, \frac{۲\pi}{۳}$ در بازه اعداد مورد نظر وجود دارند. پس:

$$A = (\frac{\pi}{۳}, -\frac{1}{۲}), B = (\frac{۲\pi}{۳}, -\frac{1}{۲})$$

طول پاره خط AB را به دست می‌آوریم:

$$AB = |x_B - x_A| = |\frac{۲\pi}{۳} - \frac{\pi}{۳}| = \frac{\pi}{۳}$$

معادله را ساده می‌کنیم و به $\cos x = -\frac{۳}{۴}$ می‌رسیم. اگر جواب‌ها را روی دایره مثلثاتی مشخص کنیم، به صورت زیر بیان می‌شود:



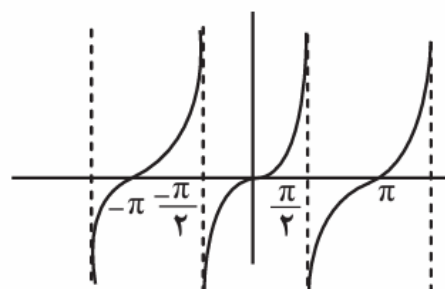
همانطور که مشخص است این دو زاویه نسبت به π تقارن دارند. یکی از π ، یک مقدار کمتر است و زاویه دیگر، همان مقدار بیشتر است. پس می‌توانیم این دو زاویه را به صورت $\pi - \alpha$ و $\pi + \alpha$ نشان دهیم که جمعشان ۲π می‌شود.

صورت و مخرج کسر داده شده را در مزدوج صورت (یا مخرج) ضرب می‌کنیم:

$$\frac{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ}{\cos 15^\circ + \sin 15^\circ} = \frac{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ}{\cos 15^\circ + \sin 15^\circ} \times \frac{\cos 15^\circ + \sin 15^\circ}{\cos 15^\circ + \sin 15^\circ} = \frac{\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ}{(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ)^2}$$

$$\frac{\cos(2 \times 15^\circ)}{\cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ + 2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ} = \frac{\cos 30^\circ}{1 + \sin(2 \times 15^\circ)} = \frac{\cos 30^\circ}{1 + \sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

با توجه به نمودار $\tan x$ ، تابع در بازه $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ صعودی است. در سایر گزینه‌ها تابع یکنوا نمی‌باشد.



$$-\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{\pi}{6} > -x > -\frac{\pi}{6}$$

$$0 < \frac{\pi}{6} - x < \frac{\pi}{6} \Rightarrow 0 < \tan(\frac{\pi}{6} - x) < \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 0 < \frac{1-m}{3+m} < \sqrt{3} \Rightarrow \frac{1-m}{3+m} > 0 \Rightarrow -3 < m < 1$$

$$\frac{1-m}{3+m} < \sqrt{3} \Rightarrow \frac{1-m}{3+m} - \sqrt{3} < 0$$

(در نامعادله نباید طرفین وسطین شود.)

$$\Rightarrow \frac{1-m-\sqrt{3}-\sqrt{3}m}{3+m} < 0 \Rightarrow (-\infty, -3) \cup (-5+2\sqrt{3}, +\infty) \Rightarrow$$

$$\text{اشتراک نهایی} = ((-\infty, -3) \cup (-5+2\sqrt{3}, +\infty)) \cap (-3, 1)$$

$$\Rightarrow (-5+2\sqrt{3}, 1)$$

* توجه: هر جا نیاز باشد، به جای عبارت $bx - \frac{\pi}{3}$ می‌نویسیم u (برای سادگی در نوشتار)

راه حل: مقادیر Max و Min تابع از روی شکل مشخص است از آنجا که $\cos^2 u$ عددی بین صفر و یک است، داریم:

$$0 \leq \cos^2 u \leq 1 \begin{cases} \xrightarrow{a > 0} 0 \leq a \cos^2 u \leq a \Rightarrow c \leq a \cos^2 u + c \leq a + c \\ \xrightarrow{a < 0} a \leq a \cos^2 u \leq 0 \Rightarrow a + c \leq a \cos^2 u + c \leq c \end{cases}$$

از طرفی دیگر از روی شکل متوجه می‌شویم که:

$$T + \frac{T}{4} = \frac{5\pi}{3} - \left(-\frac{5\pi}{6}\right) = 2\pi \Rightarrow \frac{5}{4}T = 2\pi \Rightarrow T = \frac{8}{5}\pi = 2\pi$$

$$T = \frac{\pi}{|b|} \xrightarrow{T=2\pi} |b| = 0.5$$

چون نمودار در سمت راست محور y ها (x های مثبت) ابتدا به Min و سپس به Max رسیده، داریم:

$$a < 0, b > 0 \Rightarrow \begin{cases} a + c = -2 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow a = -4, b = 0.5, c = 2$$

$$\Rightarrow ab + c = 0$$

راه حل دوم: می‌توانیم ضابطه تابع را به فرم دیگری که کمی برایمان ساده‌تر است، بنویسیم:

$$y = a \cos^2\left(bx - \frac{\pi}{3}\right) + c = a\left(\frac{\cos 2u + 1}{2}\right) + c$$

$$= \frac{a}{2} + c + \frac{a}{2} \cos\left(2bx - \frac{2\pi}{3}\right)$$

حال خواهیم داشت:

$$\frac{a}{2} + c + \left|\frac{a}{2}\right| = 2 \xrightarrow{a < 0} a = -4, c = 2$$

$$\frac{a}{2} + c - \left|\frac{a}{2}\right| = -2$$

نمودار بعد از برخورد با محور y ها، نزولی ادامه می‌یابد. پس a و b مختلف‌العلامتند.

$$T = 2\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|2b|} = 2\pi \xrightarrow{b > 0} b = 0.5$$

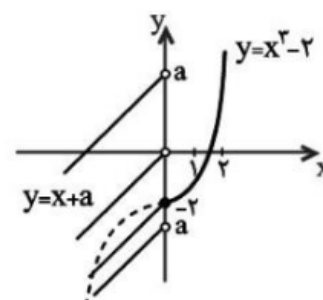
$$\Rightarrow ab + c = 0$$

نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 2 & x \geq 0 \\ x + a & x < 0 \end{cases}$$

برای رسم ضابطه‌ی بالایی تابع f ، نمودار تابع $y = x^3$ را دو واحد به پایین منتقل کرده، سپس قسمت چپ محور y ها را حذف می‌کنیم.

با توجه به نمودار، برای آنکه برد تابع برابر R شود، باید $a \geq -2$ باشد، پس کمترین مقدار a برابر با -2 است.



برای یافتن باقی‌مانده باید ریشه مقسوم علیه را در مقسوم قرار دهیم.

$$x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۲ \Rightarrow f(۲) = -۲$$

$$\Rightarrow (۲)^۲ + ۴(۲) + a = -۲ \Rightarrow ۴ + ۸ + a = -۲ \Rightarrow a = -۱۴$$

$$\begin{aligned} x + ۲ = ۰ \Rightarrow x = -۲ \Rightarrow f(-۲ - ۲) &= f(-۴) = (-۴)^۲ + ۴(-۴) - ۱۴ \\ &= ۱۶ - ۱۶ - ۱۴ = -۱۴ \end{aligned}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x(x-۲) & ; x < ۰ \\ x(x-۲) & ; x \geq ۰ \end{cases}$$

نمودار تابع f مطابق شکل زیر است. می‌بینیم که تابع روی بازه $(۰, ۱]$ اکیداً نزولی است.

