



شماره داوطلب
نام خانوادگی و نام

خراسان رضوی
شهر



سروش اندیشه

مؤسسه فرهنگی هنری

کد آزمون: ۱۲۹۲

۱۶ بهمن ماه ۱۴۰۴

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)
جمهوری اسلامی ایران
وزارت فرهنگ و ارشاد
اسلامی مؤسسه سروش
اندیشه حیات

پاسخنامه آزمون ترم یک

گروه آزمایشی علوم ریاضی

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی:

مدت پاسخگویی: ۱۳۰ دقیقه

تعداد سوال: ۹۰ عدد

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۳۵	۱	۳۵	۶۵ دقیقه
۲	فیزیک	۳۰	۳۶	۶۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۲۵	۶۶	۹۰	۲۵ دقیقه

برای مشاهده پاسخنامه آزمون به سایت مؤسسه مراجعه نمایید

۱ گزینه «۲»

طبق فرض سؤال داریم:

$$S_q = V^3 S_p \Rightarrow \frac{a_1(q^q - 1)}{q - 1} = V^3 \frac{a_1(q^3 - 1)}{q - 1}$$

$$\Rightarrow (q^3 - 1)(q^6 + q^3 + 1) = V^3(q^3 - 1) \xrightarrow{q^3=x} x^2 + x - V^2 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 9)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = q^3 = -9 \Rightarrow q = -\sqrt[3]{9} \\ x = q^3 = 1 \Rightarrow q = 1 \end{cases}$$

✗

✓

$$\frac{a_3}{a_1} = \frac{a_1 q^p}{a_1} = q^p = 4 \text{ در نتیجه:}$$

۲ گزینه «۴»

فرض می‌کنیم طول هر قدم عادی پارسا، ℓ سانتی‌متر باشد. طبق فرض، سرعت پارسا، ۱۰۰ قدم در دقیقه است، پس پارسا با سرعت عادی ℓ متر بر دقیقه راه می‌رود. طبق فرض، سرعت عجله‌ای پارسا هم برابر $(\ell + 12)$ متر بر دقیقه خواهد بود. با توجه به رابطه $t = \frac{x}{v}$ ، معادله گویای مورد نظر در فرض سؤال، به صورت زیر است:

$$\frac{1800}{\ell + 10} = \frac{1800}{\ell} - 5 \Rightarrow 5 = 1800 \left(\frac{1}{\ell} - \frac{1}{\ell + 12} \right)$$

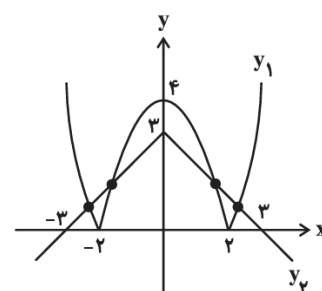
$$\Rightarrow 5 = 1800 \times \frac{12}{\ell(\ell + 12)} \Rightarrow \ell(\ell + 12) = \frac{1800 \times 12}{5} = 180 \times 24$$

می‌توانیم به جای حل معادله، گزینه‌ها را امتحان کنیم که $\ell = 60$ قابل قبول خواهد بود.

۳ گزینه «۴»

$$|x| + |4 - x^2| = 3 \Rightarrow |4 - x^2| = 3 - |x|$$

این یعنی تعداد جواب‌های معادله مذکور، تعداد نقاط تقاطع نمودارهای $y_1 = |4 - x^2|$ و $y_2 = 3 - |x|$ است.



بنابراین معادله چهار جواب دارد.

۴ گزینه «۲»

فرض کنیم $g^{-1}(12) = a$ ، در این صورت $g(a) = 12$ ، بنابراین $f(a) + \sqrt{f(a)} = 12$ ؛ در نتیجه $f^{-1}(9) = a$ ، $f(a) = 9$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{2x} \Rightarrow f^{-1}(9) = \sqrt[3]{2 \times 9} = a \Rightarrow a = \sqrt[3]{18}$$



دو تابع f و g با هم برابرند، اگر و تنها اگر: $D_f = D_g$ و به ازای هر x از دامنه یکسان داشته باشیم: $f(x) = g(x)$.

تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$\text{گزینه «۱» : } \begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^p}}{|x|} \Rightarrow x^p \geq 0, |x| \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\} \\ g(x) = 1 \Rightarrow D_g = \mathbb{R} \end{cases}$$

بنابراین f و g برابر نیستند.

$$\Rightarrow D_f \neq D_g \Rightarrow$$

$$\text{گزینه «۲» : } \begin{cases} f(x) = x\sqrt{-x} \Rightarrow -x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0 \Rightarrow D_f = (-\infty, 0] \\ g(x) = \sqrt{-x^3} \Rightarrow -x^3 \geq 0 \Rightarrow x^3 \leq 0 \Rightarrow x \leq 0 \Rightarrow D_g = (-\infty, 0] \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_f = D_g \Rightarrow g(x) = \sqrt{-x^3} = \sqrt{x^3(-x)} = |x|\sqrt{-x} \neq x\sqrt{-x} \Rightarrow f(x) \neq g(x)$$

$$\text{گزینه «۳» : } \begin{cases} f(x) = \sqrt{x(x-1)} \Rightarrow x(x-1) \geq 0 \\ \Rightarrow D_f = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty) \\ g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x-1} \\ \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow D_g = [1, +\infty) \end{cases}$$

f و g برابر نیستند. $\Rightarrow D_f \neq D_g$

$$\text{گزینه «۴» : } \begin{cases} f(x) = \sqrt{x(1-x)} \Rightarrow x(1-x) \geq 0 \Rightarrow D_f = [0, 1] \\ g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{1-x} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \end{cases} \\ \Rightarrow D_g = [0, 1] \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{همچنین } 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{1-x} = \sqrt{x(1-x)} = f(x) \Rightarrow f(x) = g(x)$$

لذا گزینه «۴»، صحیح است.

با توجه به سؤال داریم:

$$[x] = 6 \Rightarrow 6 \leq x < 7 \Rightarrow 12 \leq 2x < 14$$

$$13 \leq 1 + 2x < 15 \Rightarrow [1 + 2x] = 13 \text{ یا } 14$$

از $g(1) = -1$ و $f^{-1}(-1) = 0$ ؛ نتیجه می‌شود $g^{-1}(-1) = 0$ و $f(0) = -1$ ؛ بنابراین:

$$(g^{-1} \circ f)(0) = g^{-1}(f(0)) = g^{-1}(-1) = 0$$

بزرگترین بازه‌ای که f در آن یک به یک است به صورت $(2, +\infty)$ یا $(-\infty, 2]$ می‌باشد که در اینجا منظور $(2, +\infty)$ است.

$$\Rightarrow a = 2$$



با توجه به ضابطه تابع f ، دامنه آن به صورت $[-1, -\infty)$ است، پس داریم:

$$D_{gof} = \{x \in D_f | f(x) \in D_g\} = \{-\infty < x \leq -1 | -1 \leq \sqrt{-1-x} < 2\}$$

برای حل نامعادله $-1 \leq \sqrt{-1-x} < 2$ ، نامعادله $-1 \leq \sqrt{-1-x}$ همواره برقرار است، بنابراین:

$$\sqrt{-1-x} < 2 \Rightarrow -1-x < 4 \Rightarrow x > -5$$

$$D_{gof} = \{-\infty < x \leq -1 | x > -5\} = (-5, -1]$$

۱۰. گزینه «۲»

معادله داده شده را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\frac{5x+5+2x}{x+1} + \frac{x+1}{4x} = \frac{13}{2} \Rightarrow \frac{5(x+1)}{x+1} + \frac{2x}{x+1} + \frac{x+1}{4x} = \frac{13}{2}$$

$$\frac{2x}{x+1} = t \rightarrow 5+t+\frac{1}{2t} = \frac{13}{2}$$

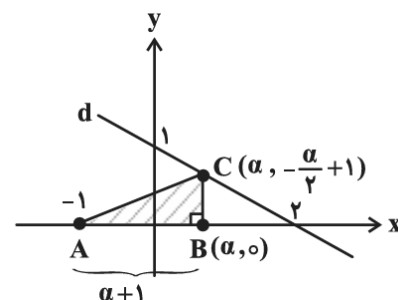
$$\xrightarrow{\times 2t} 2t^2 - 3t + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{2x}{x+1} = 1 \Rightarrow x = 1 \\ t = \frac{2x}{x+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

معکوس جواب‌های معادله فوق برابر ۳ و ۱ می‌باشند، بنابراین:

$$\begin{cases} S = 4 \\ P = 3 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

۱۱. گزینه «۲»

ابتدا معادله خط d را به کمک نقاط $(2, 0)$ و $(0, 1)$ می‌نویسیم:



$$d: y - 1 = \frac{1-0}{0-2}(x-0) \Rightarrow d: y = -\frac{1}{2}x + 1$$

اگر فرض کنیم مختصات رأس B به صورت $(\alpha, 0)$ باشد، آن‌گاه چون B و C در یک راستا قرار دارند و C روی خط d واقع است، پس مختصات رأس C به صورت $(\alpha, -\frac{\alpha}{2} + 1)$ می‌باشد و مساحت مثلث ABC از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$S_{ABC} = \frac{(\alpha+1)(-\frac{\alpha}{2} + 1)}{2} = -\frac{\alpha^2}{4} + \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}$$

چون مساحت مثلث نسبت به α یک تابع درجه دوم است، برای محاسبه، بیشترین مقدار مساحت مثلث ABC داریم:

$$\alpha_S = -\frac{\frac{1}{4}}{2(-\frac{1}{4})} = \frac{1}{2}$$

$$\max(S_{ABC}) = -\frac{1}{16} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{-1+8+8}{16} = \frac{9}{16}$$



۱۲ گزینه «۳»

$$x^p + x < 0 \Rightarrow x(x+1) < 0 \Rightarrow -1 < x < 0 \Rightarrow [x] = -1$$

$$-1 < x < 0 \Rightarrow 0 < x^p < 1 \Rightarrow [x^p] = 0$$

$$[x] - p[x^p] = -1 - p(0) = -1$$

۱۳ گزینه «۲»

$$px = 1 - \sqrt{p-x} \Rightarrow \sqrt{p-x} = 1 - px \xrightarrow{\text{ناوت } p}$$

$$4x^p - 3x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ ق غ} \\ x=-\frac{1}{4} \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x=-\frac{1}{4}} \frac{-\frac{1}{4} - a}{-\frac{1}{4} + a} + \frac{-1+p}{-p+3} = -\frac{p}{3} \Rightarrow \frac{-1-4a}{-1+4a} + 1 = -\frac{p}{3}$$

$$\frac{-1-4a}{-1+4a} = -\frac{5}{3} \Rightarrow 3+12a = -5+20a$$

$$-8a = -8 \Rightarrow a = 1$$

۱۴ گزینه «۲»

ابتدا معادله خط BC را به دست می آوریم:

$$m_{BC} = \frac{3 - (-1)}{-1 - 3} = \frac{4}{-4} = -1$$

$$y - (-1) = -1(x - 3) \Rightarrow y + 1 = -x + 3$$

$$\Rightarrow y + x - 2 = 0$$

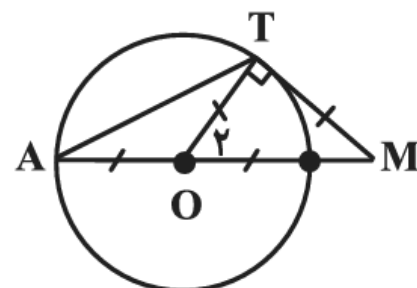
اندازه ارتفاع AH برابر فاصله نقطه A تا خط BC است. بنابراین:

$$AH = \frac{|4 + 2 - 2|}{\sqrt{1^2 + (1)^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

۱۵ گزینه «۴»

می دانیم شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس، عمود است و چون $MT = r$ ؛ بنابراین مثلث OTM قائم الزاویه متساوی الساقین است و داریم:

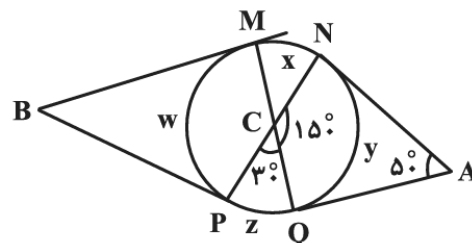
$$\hat{O}_p = \hat{M} = 45^\circ$$



چون مثلث OAT نیز متساوی الساقین است، لذا:

$$\hat{O}_p = 2\hat{A} \Rightarrow \hat{A} = \frac{45^\circ}{2} = 22.5^\circ$$





با توجه به شکل داریم:

$$N\hat{C}Q = 15^\circ \Rightarrow P\hat{C}Q = 180^\circ - 15^\circ = 165^\circ$$

$$P\hat{C}Q = \frac{x+z}{2} = 165^\circ \Rightarrow x+z = 330^\circ \quad (1)$$

$$\hat{A} = \frac{x+w+z-y}{2} = 50^\circ \quad (\text{زاویه بین امتداد دو مماس})$$

$$\xrightarrow{(1)} 60^\circ + w - y = 100^\circ \Rightarrow w - y = 40^\circ \quad (2)$$

$$\hat{B} = \frac{x+y+z-w}{2} = \frac{x+z-(w-y)}{2}$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} = \frac{60^\circ - 40^\circ}{2} = 10^\circ$$

۱۷ گزینه «۳»

شعاع دو دایره مثبت است، پس:

$$\begin{cases} x+2 > 0 \Rightarrow x > -2 \\ 10-2x > 0 \Rightarrow x < 5 \end{cases}$$

طبق فرض، دو دایره C و C' متقاطع هستند، پس شرط متقاطع بودن دو دایره را نوشته و مقادیر شعاع‌های دو دایره و طول خط‌المرکزین را در این رابطه جای‌گذاری می‌کنیم.

$$|R - R'| < d < R + R'$$

$$\Rightarrow |(10 - 2x) - (x + 2)| < 2x + 1 < (10 - 2x) + (x + 2)$$

$$\Rightarrow |-3x + 8| < 2x + 1 < 12 - x$$

هر یک از نامساوی‌ها را به‌طور جداگانه حل کرده و اشتراک جواب‌ها را در نظر می‌گیریم.

$$(1) \quad |3x - 8| < 2x + 1 \Rightarrow -2x - 1 < 3x - 8 < 2x + 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x - 8 < 2x + 1 \Rightarrow x < 9 \\ 3x - 8 > -2x - 1 \Rightarrow 5x > 7 \Rightarrow x > \frac{7}{5} \end{cases}$$

$$(2) \quad 2x + 1 < 12 - x \Rightarrow 3x < 11 \Rightarrow x < \frac{11}{3}$$

اشتراک جواب‌ها به صورت $\frac{7}{5} < x < \frac{11}{3}$ است و تنها دو عدد صحیح ۲ و ۳ در این نامساوی صدق می‌کنند.

۱۸ گزینه «۳»

اضلاع ۴ ضلعی به‌صورت $a, d, a + 3d, a + 2d$ هستند. واضح است $a + a + 3d = a + d + a + 2d$ مجموع ۲ ضلع روبه‌رو به هم با مجموع دو ضلع دیگر برابر است، بنابراین چهارضلعی محیطی است یعنی نیمساز زوایای داخلی هم‌رس می‌باشند که نقطه هم‌رسی مرکز دایره محاطی است.



نکته: اگر L را طول مماس مشترک داخلی و L' را طول مماس مشترک خارجی دو دایره متخارج $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ بنامیم، همواره خواهیم داشت:

$$\begin{cases} L = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} \\ L' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} \end{cases} \Rightarrow L < L'$$

یعنی در دو دایره متخارج، همواره طول مماس مشترک داخلی کوچک‌تر از طول مماس مشترک خارجی است. پس:

$$\begin{aligned} 8 &= \sqrt{10^2 - (R + R')^2} \Rightarrow 64 = 100 - (R + R')^2 \\ &\Rightarrow R + 1 = 6 \Rightarrow R = 5 \end{aligned}$$

چون دوران ایزومتری است پس:

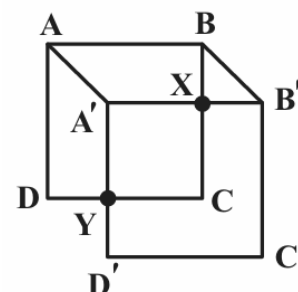
$$A'C' = AC \Rightarrow 3 = 2x - 1 \Rightarrow x = 2$$

$$AB = 3x - 2 = 4$$

$$\begin{aligned} \hat{A} = 90^\circ &\Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 3^2 + 4^2 = 25 = 5^2 \\ &\Rightarrow BC = 5 \end{aligned}$$

$$\Delta \text{ محیط } ABC = 3 + 4 + 5 = 12$$

چون $A'B'C'D'$ تحت انتقال از $ABCD$ به‌دست آمده است پس:



$$\left. \begin{array}{l} AA' \parallel BB' \\ AB \parallel A'B' \end{array} \right\} \Rightarrow \text{متوازی الاضلاع } AA'B'B$$

از طرفی $BX = BC - CX = 7 - 5 = 2$ و چون $BC \perp DC$ پس $BX \perp A'B'$ حال داریم:

$$S_{AA'B'B} = AB \cdot BX = 7 \times 2 = 14$$

با توجه به معادله دو خط L_1 و L_2 ، دو خط موازیند زیرا:

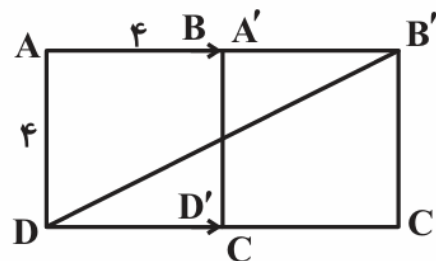
$$\frac{2}{-4} = \frac{-1}{2} \neq \frac{3}{5}$$

بنابراین بی‌شمار بردار انتقال وجود دارد که خط L_1 را روی L_2 تصویر می‌کند.



$$a\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow a = 4$$

تبدیل مطلوب سوال به صورت زیر است:



$$\triangle ADB' : DB'^2 = 4^2 + 4^2 = 16 \Rightarrow DB' = 4\sqrt{2}$$

می‌دانیم طول مماس‌های AT و AT' و همین‌طور طول مماس‌های BN و BP ، برابر P است. پس داریم:

$$AC + CT = P \xrightarrow{CT=CM} AC + CM = P$$

$$\Rightarrow CM = P - AC$$

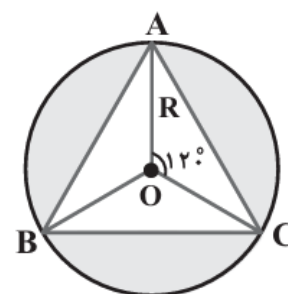
$$BC + CN = P \Rightarrow CN = P - BC$$

$$\Rightarrow MN = MC + CN = P - AC + P - BC = \underbrace{2P}_{\text{طی‌حـم}} - AC - BC \Rightarrow MN = AB = 6$$



مساحت دایره برابر πR^2 و مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع برابر است با $\frac{\sqrt{3}}{4} R^2 \sin 120^\circ$ ، زیرا مثلث‌های OAC, OAB و OBC هم‌نهشت هستند و

مساحت هر کدام از رابطه $S = \frac{1}{2} R \times R \times \sin 120^\circ$ به دست می‌آید.



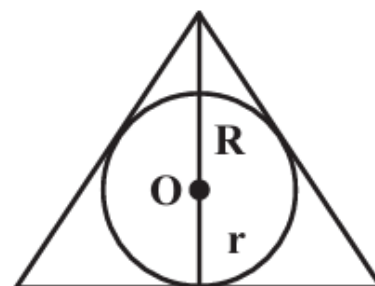
$$S_{\text{دایره}} = \pi R^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 \sin 120^\circ$$

$$4\pi - 3\sqrt{3} = \pi R^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} R^2 \Rightarrow R = 2$$

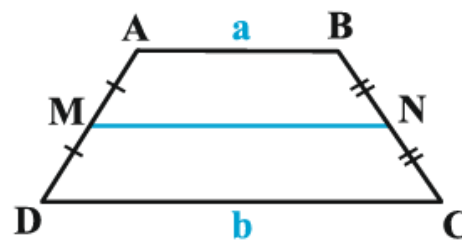
حال به دایره محاطی توجه کنید: در مثلث متساوی‌الاضلاع O (مرکز دایره محاطی و محیطی) نقطه هم‌رسی میانه‌ها نیز هست بنابراین $r = \frac{1}{2} R$ زیرا

نقطه هم‌رسی میانه‌ها هر میانه را به نسبت ۱ به ۲ قطع می‌کند. پس:

$$r = \frac{1}{2} R = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$



طول پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق یک دوزنقه را به هم وصل می‌کند، میانگین طول دو قاعده دوزنقه است. یعنی در شکل زیر: $MN = \frac{a+b}{2}$



طبق فرض:

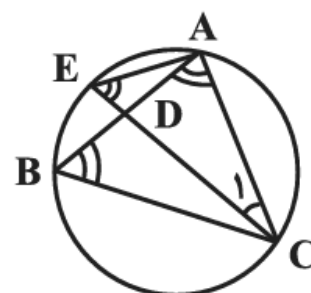
$$MN = 12 \Rightarrow \frac{a+b}{2} = 12 \Rightarrow a+b = 24 \quad (*)$$

اما طبق فرض سؤال دوزنقه ABCD محیطی است، می‌دانیم که در هر چهارضلعی محیطی مجموع ضلع‌های روبه‌رو با هم برابر است، یعنی در دوزنقه محیطی ABCD داریم: $AB + CD = AD + BC$. پس:

$$\text{محیط } ABCD = AB + CD + AD + BC = AB + CD + AB + CD = a + b + a + b = 2(a + b)$$

$$\xrightarrow{(*)} \text{محیط } ABCD = 2 \times 24 = 48$$

طبق شکل داریم:



$$\begin{cases} CA = CB \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} \\ \hat{E} = \frac{\widehat{AC}}{2} = \hat{B} \end{cases} \Rightarrow \hat{A} = \hat{E}$$

بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} \hat{C}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{A} = \hat{E} \end{cases} \xrightarrow{\text{زج}} \triangle CAD \sim \triangle ECA$$

$$\Rightarrow \frac{CD}{CA} = \frac{CA}{CE} \Rightarrow CD \cdot CE = CA^2$$

$$\xrightarrow{CD=x} x(x+1) = 6 \xrightarrow{\text{حل داغم ل ج}} CD = x = 2$$

بررسی گزینه‌ها:

(۱) هیچ مقداری برای x پیدا نمی‌شود، بنابراین گزارهٔ سوری نادرست است. دقت کنید که به ازای $x = 1$ ، نامساوی در صورت انتخاب $y = 1$ برقرار نیست.

(۲) به ازای $x = 5$ ، هیچ مقداری برای y پیدا نمی‌شود، پس گزارهٔ سوری نادرست است.

(۳) در صورتی که $x = 3$ انتخاب شود، آن‌گاه $x^2 - 2^x = -1$ است که این مقدار به ازای هر y عضو مجموعهٔ A از عبارت $y - 1$ کوچک‌تر است، پس این گزارهٔ سوری درست است.

(۴) در صورت انتخاب $x = 5$ ، هیچ مقداری برای y در مجموعهٔ A یافت نمی‌شود، به‌طوری که $y = x + 1$ باشد. پس این گزارهٔ سوری نادرست است.



اگر تعداد اعضای این مجموعه را n در نظر بگیریم، آنگاه تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی آن برابر $\binom{n}{2}$ می‌شود و طبق فرض داریم:

$$\binom{n}{2} - \binom{n-1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} - \frac{(n-1)(n-2)}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{n-1}{2}\right)(n - n + 2) = 1 \Rightarrow n - 1 = 1 \Rightarrow n = 2$$

چون تعداد زیرمجموعه‌های سره مجموعه حاصل بعد از حذف یک عضو، مطلوب سؤال است، لذا ۱ واحد از تعداد اعضای مجموعه توانی کم می‌کنیم که برابر می‌شود با:

$$2^{n-1} - 1 = 255$$

۳۰. گزینه «۲»

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$(\sim p \vee q) \Leftrightarrow q \equiv [(\sim p \vee q) \Rightarrow q] \wedge [q \Rightarrow (\sim p \vee q)]$$

$$\equiv [\sim(\sim p \vee q) \vee q] \wedge [(\sim p \vee q) \vee (\sim p \vee q)]$$

$$\equiv [\sim(p \wedge \sim q) \vee q] \wedge \left[\underbrace{(\sim q \vee q) \vee \sim p}_T \right] \equiv (p \vee q) \wedge \underbrace{(\sim q \vee q)}_T$$

$$\equiv p \vee q$$

۳۱. گزینه «۱»

می‌دانیم $(A \cap B) \subseteq B$ ، پس $(A \cap B) - B = \emptyset$ است و در نتیجه‌ی مجموعه صورت سؤال برابر است با:

$$\emptyset \cap [(A \cap B) \cup (A \cap B^c)] = U \cap \left[A \cap \underbrace{(B \cup B^c)}_U \right]$$

$$= U \cap A = A$$

۳۲. گزینه «۳»

$$P(w) = 1 - P(B) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

$$P(C) = P(\{x, y, w\}) = P\left(\underbrace{\{x, y\}}_A\right) + P(W) = \frac{1}{V} + \frac{2}{5} = \frac{19}{5}$$

۳۳. گزینه «۳»

با توجه به غیرتهی بودن مجموعه‌های A و B ، از تساوی $A \times B = B \times A$ نتیجه می‌گیریم $A=B$ است و در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} x + 2 = 5 \Rightarrow x = 3 \\ y = 7 \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} x + 2 = 7 \Rightarrow x = 5 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = 1 \\ t - 1 = 4 \Rightarrow t = 5 \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} z = 4 \\ t - 1 = 1 \Rightarrow t = 2 \end{cases}$$

بنابراین زوج مرتب (X, Y) به یکی از دو صورت $(3, 7)$ یا $(5, 5)$ و زوج مرتب (Z, t) به یکی از دو صورت $(1, 5)$ یا $(4, 2)$ است و در نتیجه تعداد مجموعه‌ها به صورت $\{(Z, t), (X, Y)\}$ برابر $2 \times 2 = 4$ است.



اگر مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی بخش پذیر بر ۳ و ۵ را به ترتیب با A و B نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$n(A) = \left[\frac{99}{3} \right] - \left[\frac{9}{3} \right] = 30$$

$$n(B) = \left[\frac{99}{5} \right] - \left[\frac{9}{5} \right] = 18$$

$$n(A \cap B) = \left[\frac{99}{5} \right] - \left[\frac{9}{5} \right] = 6$$

$$n(A \cup B) = 30 + 18 - 6 = 42$$

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

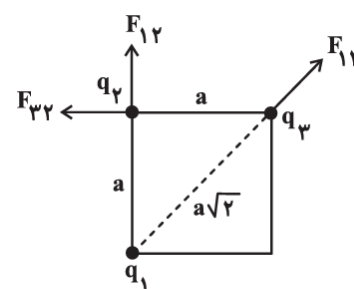
۳۵ گزینه «۴»

$$P(A' \cap B) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0/3$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/7 \Rightarrow P(A) = 0/4$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - 0/4 = 0/6$$

۳۶ گزینه «۴»



$$F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} = k \frac{q^2}{a^2}$$

$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} = k \frac{q^2}{a^2}$$

$$\begin{cases} F_{net, 1} = \sqrt{F_{12}^2 + F_{13}^2} = \sqrt{2} \frac{kq^2}{a^2} \\ F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} = k \frac{q^2}{a^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{net, 1}}{F_{12}} = \sqrt{2}$$

۳۷ گزینه «۳»

خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی داخل می‌شوند. بنابراین $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$ می‌باشند و همچنین هر چه تراکم خطوط میدان بیشتر باشد، میدان الکتریکی قوی‌تر و اندازه بار بزرگ‌تر است، پس $|q_1| < |q_2|$ می‌باشد.



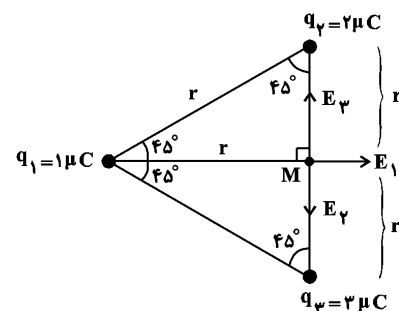
با توجه به این که خازن به باتری وصل است، اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت است و داریم:

$$\begin{cases} C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_p}{C_1} = \kappa \\ U = \frac{1}{p} C V^p \end{cases} \Rightarrow \frac{U_p}{U_1} = \frac{C_p}{C_1} = \kappa$$

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow \frac{E_p}{E_1} = \frac{V_p}{V_1} \times \frac{d_1}{d_p} = 1 \times 1 = 1$$

۳۹ گزینه ۱

ابتدا بزرگی میدان الکتریکی را در نقطه M محاسبه می کنیم:



$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow E_1 = k \frac{|q_1|}{r^2}$$

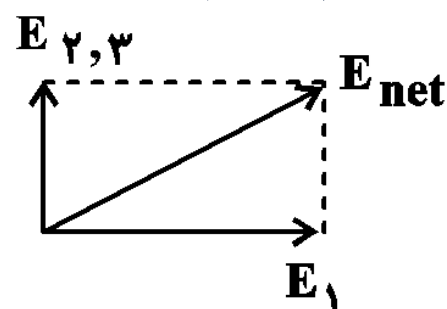
$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r^2} \xrightarrow{q_2 = 2q_1} E_2 = 2E_1$$

$$E_3 = k \frac{|q_3|}{r^2} \xrightarrow{q_3 = 3q_1} E_3 = 3E_1$$

با توجه به جهت میدان الکتریکی برای هر بار (میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی داخل می شود) میدان خالص به صورت زیر خواهد شد:

$$E_{2,3} = E_3 - E_2 = 3E_1 - 2E_1 = E_1$$

$$E_{net} = \sqrt{E_1^2 + E_{2,3}^2} = \sqrt{2} E_1$$

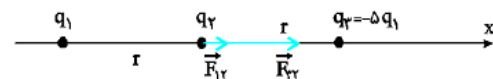


در حالت دوم که بار q_2 حذف می شود، میدان خالص برابر است با:

$$E'_{net} = \sqrt{E_1^2 + E_3^2} = E_1 \sqrt{1+9} = \sqrt{10} E_1 \Rightarrow \frac{E'_{net}}{E_{net}} = \sqrt{5}$$



در حالت اول با توجه به این که فاصله بارهای q_1 و q_3 از بار q_2 یکسان است و $|q_3| = 5|q_1|$ است. بنابراین طبق قانون کولن $F_{32} = 5F_{12}$ خواهد بود.

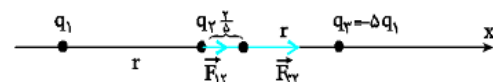


$$F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F_{32} = k \frac{q_3 \times |q_2|}{r^2} = k \frac{q_2 \times 5q_1}{r^2} = 5k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F = F_{12} + F_{32} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} + 5k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 6k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

در حالت دوم:



$$F'_{32} = k \frac{q_3 |q_2|}{r'^2} = k \frac{q_2 \times 5q_1}{\left(\frac{1}{5}r\right)^2} = 125k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F' = F_{12} + F'_{32} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} + 125k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 126k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

در نتیجه:

$$\frac{F'}{F} = \frac{126k \frac{q_1 q_2}{r^2}}{6k \frac{q_1 q_2}{r^2}} \Rightarrow \frac{F'}{F} = 21$$

$$v_1 = \varepsilon_1 + \tau r_1$$

$$14 = 10 + 4I \rightarrow \tau = 4A$$

$$v_R = v_2 - v_1 = \varepsilon_2 - I r_2 - 14 \Rightarrow v_R = 18 - 2 - 14 = 2v$$

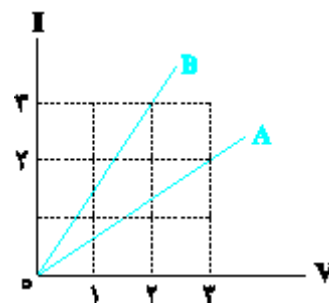
$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Sigma R - \Sigma r} = \frac{18 - 12}{12} = 0.5A$$

$$v_A + \varepsilon_1 - I r_1 - I \times 8 = v_E = 0$$

$$v_A + 18 - 0.5/20 - 4 = 0 \rightarrow v_A = -13/10v$$



با توجه به رابطه $R = \frac{V}{I}$ شیب نمودار ولتاژ بر حسب جریان همان مقاومت الکتریکی است. نمودار داده شده جریان بر حسب ولتاژ است بنابراین شیب این نمودار عکس مقاومت الکتریکی می باشد.



با توجه به شکل داریم:

$$A \rightarrow V = 3; I = 2 \Rightarrow R_A = \frac{3}{2}$$

$$B \rightarrow V = 2; I = 3 \Rightarrow R_B = \frac{2}{3}$$

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{9}$$

میدان الکتریکی بین صفحه های خازن یکنواخت است که از رابطه $E = \frac{V}{d}$ به دست می آید (d فاصله بین دو صفحه است). از طرفی $V = \frac{Q}{C}$ می باشد.

$$E = \frac{V}{d} = \frac{\frac{Q}{C}}{d} = \frac{Q}{Cd} \xrightarrow{C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}} E = \frac{Q}{\epsilon_0 \kappa \frac{A}{d} d} = \frac{Q}{\epsilon_0 \kappa A}$$

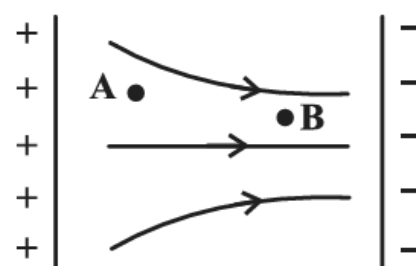
از طرفی چگالی سطحی بار برابر است با $\sigma = \frac{Q}{A}$ پس:

$$E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \kappa} = \frac{1/11 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-12} \times 1} = 2 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

چون دو بار q_1 و q_2 هم نام هستند، میدان الکتریکی برآیند بین آن ها و روی خط واصل دو بار و نزدیک تر به باری که اندازه کمتری دارد صفر می شود، پس گزاره (الف) غلط می باشد و میدان الکتریکی برآیند در نزدیکی بار q_1 صفر خواهد شد. پس اگر از B به D برویم میدان الکتریکی برآیند ابتدا کاهش و سپس افزایش می یابد و گزاره (ب) غلط می باشد. اگر از A تا D برویم ابتدا در جهت میدان برآیند و در انتها خلاف جهت میدان برآیند حرکت کرده ایم؛ بنابراین پتانسیل ابتدا کاهش و سپس افزایش می یابد و گزاره (پ) درست است.



با حرکت در راستای خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و با توجه به منفی بودن بار الکتریکی انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد و در نتیجه انرژی جنبشی نیز کاهش می‌یابد. همچنین با حرکت از نقطه A به B با توجه به بیشتر شدن تراکم خطوط، اندازه میدان الکتریکی نیز افزایش می‌یابد.



دقت کنید، چون الکترون به صورت آزادانه در جهت میدان حرکت کرده است، حتماً سرعت اولیه دارد.

۴۷ گزینه «۳»

فقط مورد (پ) درست است.

بررسی موارد:

(الف) نادرست است، در یک جسم رسانا که در تعادل است، تمام نقاط پتانسیل الکتریکی یکسانی دارند و اصطلاحاً یک جسم رسانا یک سطح هم‌پتانسیل است.

$$(V_A = V_B)$$

(ب) نادرست است، دو نقطه A و B درون جسم رسانا هستند و می‌دانیم میدان الکتریکی خالص درون یک جسم رسانا، در حالت تعادل، صفر است.

$$(E_A = E_B = 0)$$

(پ) درست است، در واقع تراکم خطوط میدان الکتریکی در قسمت تیز رسانا بیشتر است، پس نشان می‌دهد که تراکم بار هم بیشتر است.

۴۸ گزینه «۱»

با اتصال کره باردار به زمین، الکترون‌ها از زمین به کره منتقل می‌شوند تا بار آن را خنثی کنند. بنابراین بار اولیه کره مثبت است. با توجه به این که بار الکتریکی کمیتی کوانتیده است، طبق تعریف چگالی سطحی بار می‌توان نوشت:

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{ne}{4\pi r^2} \Rightarrow \sigma = \frac{3 \times 10^{13} \times 1/6 \times 10^{-19}}{4 \times 3 \times (5 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow \sigma = 16 \times 10^{-6} \frac{C}{m^2} = 16 \frac{\mu C}{m^2}$$

۴۹ گزینه «۲»

در ابتدا میزان تغییر بار ناشی از گرفتن 2×10^{14} الکترون را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta q = ne = 2 \times 10^{14} \times 1/6 \times 10^{-19} = 3/2 \times 10^{-5} = 32 \times 10^{-6} C$$

از آنجایی که بار جسم مثبت است، گرفتن الکترون از آن، به معنی افزایش بار مثبت است. با توجه به گفته سوال داریم:

$$q_2 = 17q_1 \Rightarrow q_1 + 32 \times 10^{-6} = 17q_1 \Rightarrow 16q_1 = 32 \times 10^{-6} \\ \Rightarrow q_1 = 2 \times 10^{-6} C = 2 \mu C$$



از نمودار دریافت می‌کنیم که $\varepsilon_B = 5V$ و $\varepsilon_A = 10V$ و اندازه شیب نمودار $V - I$ هم r را نشان می‌دهد. پس $r_A = \frac{10}{5} = 2\Omega$ و $r_B = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}\Omega$

$$V_A = V_B \Rightarrow \varepsilon_A - r_A I_A = \varepsilon_B - r_B I_B$$

طبق قانون اهم $R = \frac{V}{I}$ است و چون V و R برای هر دو یکسان می‌باشد، پس I ها هم یکسان هستند.

$$\Rightarrow 10 - 2I = 5 - \frac{1}{2}I \Rightarrow I = \frac{10}{3}A$$

$$I = \frac{\varepsilon_A}{R + r_A} = \frac{\varepsilon_B}{R + r_B} \Rightarrow \frac{10}{3} = \frac{10}{R + 2} \Rightarrow R = 1\Omega$$

با توجه به اینکه آمپر ساعت (Ah) و میلی آمپر ساعت (mAh) واحد بار الکتریکی هستند، داریم:

$$\Delta q = I \Delta t \Rightarrow \frac{\Delta q_1}{\Delta q_2} = \frac{I_1}{I_2} \times \frac{t_1}{t_2} \xrightarrow[\Delta q_2 = 2000mAh = 2Ah, t_2 = 40t_1]{\Delta q_1 = 50Ah, I_1 = 0/5A}$$

$$\frac{50}{2} = \frac{0/5}{I_2} \times \frac{t_1}{40t_1} \Rightarrow 50 = \frac{1}{40I_2} \Rightarrow I_2 = \frac{1}{2000}A$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{1}{2000} \times 10^6 \mu A = 500 \mu A$$

ابتدا رابطه مقاومت الکتریکی سیم (R) بر حسب مقاومت ویژه (ρ) و جرم (m) و چگالی (ρ') و مساحت مقطع (A) را می‌نویسیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{V=AL} R = \rho \frac{V}{A^2} \xrightarrow{V=\frac{m}{\rho'}} R = \frac{\rho m}{\rho' A^2}$$

اکنون می‌توانیم نسبت مقاومت الکتریکی سیم B به سیم A را به دست آوریم:

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{m_B}{m_A} \times \frac{\rho'_A}{\rho'_B} \times \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \xrightarrow[\rho'_B = 2\rho'_A, A = \pi \frac{d^2}{4}]{m_B = 3m_A, \rho_B = \frac{1}{2}\rho_A}$$

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\frac{1}{2}\rho_A}{\rho_A} \times \frac{3m_A}{m_A} \times \frac{\rho'_A}{2\rho'_A} \times \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 \xrightarrow{d_B = 3d_A}$$

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{d_A}{3d_A}\right)^2 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{12}$$

ابتدا مقاومت الکتریکی رسانا را محاسبه می‌کنیم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{10}{5} = 2/5\Omega$$

حال با توجه به رابطه مقاومت با ویژگی‌های فیزیک رسانا، داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow 2/5 = 4 \times 10^{-6} \times \frac{20}{A} \Rightarrow A = 32 \times 10^{-6} m^2 = 0/32 cm^2$$



با توجه به جهت جریان در مدار $V_B > V_A$ است، پس:

$$V_B - V_A = 15V$$

در جهت جریان از B به A می‌رویم:

$$V_B - 2 \times 5 - 2 \times 4 - 2 \times 1 + \varepsilon_1 = V_A$$

$$\Rightarrow \varepsilon_1 - 20 = V_A - V_B \Rightarrow \varepsilon_1 - 20 = -15 \Rightarrow \varepsilon_1 = 5V$$

از طرفی:

$$V_A + \varepsilon_2 - 2 \times 1 - 4 \times 2 = V_B$$

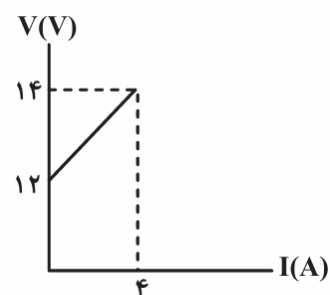
$$\Rightarrow \varepsilon_2 - 10 = V_B - V_A \Rightarrow \varepsilon_2 - 10 = 15 \Rightarrow \varepsilon_2 = 25V$$

(باتری ۲ مصرف‌کننده و ضد محرکه است) $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$

$$R_1 = 0 \Rightarrow I_{\max} = \frac{18 - 12}{1 + 0/5} = \frac{6}{1/5} = 4A$$

$$R_1 = \infty \Rightarrow I_{\min} = 0$$

$$V_p = \varepsilon_p + r_p I \Rightarrow \begin{cases} I = 0 \Rightarrow V_p = \varepsilon_p = 12V \\ I = 4A \Rightarrow V_p = 12 + 0/5(4) = 14V \end{cases}$$



با توجه به نمودار داده شده داریم:

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow \begin{cases} I = 0, V = 24V \Rightarrow \varepsilon = 24V \\ I = 4A, V = 8V \Rightarrow 8 = 24 - 4r \Rightarrow r = 4\Omega \end{cases}$$

فرض کنیم این مولد را به مقاومت R وصل کنیم تا جریان آن $2A$ شود. در این صورت می‌توان نوشت:

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R} \Rightarrow 2 = \frac{24}{4 + R} \Rightarrow R = 8\Omega$$

طبق متن کتاب درسی فقط گزینه «۴» صحیح نیست.

دیود نورگسیل یک رسانای غیراھمی است.

$$\begin{cases} q = It \\ q = ne \end{cases} \Rightarrow It = ne \Rightarrow n = \frac{It}{e} = \frac{6/4 \times 2}{1/6 \times 10^{-19}} = 8 \times 10^{19}$$



در ابتدا با استفاده از قانون اهم، نسبت مقاومت‌های دو سیم را می‌یابیم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{I_B}{I_A} \xrightarrow{V_A=V_B=V_0, I_B=0/4 A, I_A=2/5 A} \frac{R_A}{R_B} = 1 \times \frac{0/4}{2/5} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{4}{25}$$

چون دو سیم هم‌جنس هستند ($\rho_A = \rho_B$) و جرم یکسان دارند ($m_A = m_B$)، با توجه به رابطه $V = \frac{m}{\rho}$ ، نتیجه می‌شود که حجم‌شان نیز برابر است ($V_A = V_B$). بنابراین خواهیم داشت:

$$V_A = V_B \xrightarrow{V=AL} A_A L_A = A_B L_B \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{A_B}{A_A} \quad (1)$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow{\rho_A=\rho_B: \text{دنا سن ج مه}} \frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{L_A}{L_B}\right)^2 \quad (1)$$

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{4}{25} \xrightarrow{\frac{4}{25}} \frac{4}{25} = \left(\frac{L_A}{L_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{2}{5} = 0/4$$

۶۰ گزینه «۲»

با توجه به نمودار و با استفاده از قانون اهم داریم:

$$I_1 = I_2 \xrightarrow{I=\frac{V}{R}} \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2} \Rightarrow \frac{4}{R_1} = \frac{64}{R_2} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{64}{4} = 16$$

چون حجم سیم تغییر نکرده، می‌توان نوشت:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1}$$

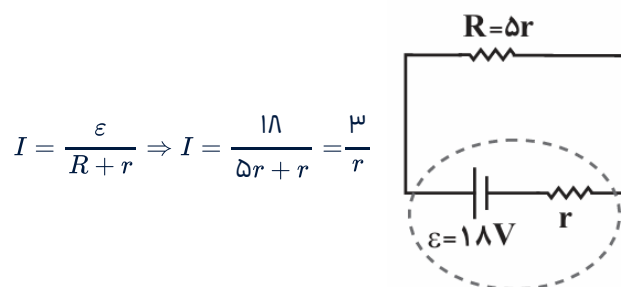
$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{\frac{L_2}{L_1} = \frac{A_1}{A_2}} \frac{R_2}{R_1} = \frac{A_1}{A_2} \times \frac{A_1}{A_2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \xrightarrow{A=\frac{\pi D^2}{4}} \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\frac{R_2}{R_1}=16} 16 = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{D_1}{D_2} = 4 \Rightarrow D_2 = \frac{1}{4} D_1$$



با توجه به نمودار ($V = \varepsilon - Ir$)، درمی‌یابیم که $\varepsilon = 18V$ است. حال با توجه به مدار شکل زیر، داریم:



حال با توجه به رابطه اختلاف پتانسیل دو سر مولد، داریم:

$$V = \varepsilon - rI = 18 - r \times \frac{3}{r} = 15V$$

۶۲ گزینه «۳»

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) مقاومت ترمیستور به دما بستگی دارد.

(۲) دیودها فقط در یک جهت جریان را عبور می‌دهند و در طرف دیگر مقاومت خیلی زیاد دارند.

(۴) با افزایش شدت نور، مقاومت LDR کاهش می‌یابد.

۶۳ گزینه «۴»

بنا به قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{100}{10} = 10\Omega$$

از طرفی با توجه به رابطه بین مقاومت و ویژگی‌های ساختمانی آن، داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow 10 = 4 \times 10^{-8} \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{L}{A} = \frac{1}{5} \times 10^8 \frac{1}{m} \quad (1)$$

از طرفی بنا به رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 4000 = \frac{10^{-2}}{V} \Rightarrow V = \frac{1}{5} \times 10^{-6} m^3 \Rightarrow A \cdot L = \frac{1}{5} \times 10^{-6} m^3 \quad (2)$$

دقت کنید کمیت‌های رابطه چگالی را برحسب SI جای‌گذاری کرده‌ایم.

از رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} \frac{L}{A} = \frac{1}{5} \times 10^8 \\ L \cdot A = \frac{1}{5} \times 10^{-6} \end{cases} \Rightarrow \frac{L}{\left(\frac{\frac{1}{5} \times 10^{-6}}{L}\right)} = \frac{1}{5} \times 10^8$$

$$\Rightarrow L^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \times 10^2 \Rightarrow L = \frac{1}{5} \times 10 = 2m$$

۶۴ گزینه «۳»

مقاومت نوری، نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به آن بستگی دارد، به‌طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود. یک LDR در تاریکی مقاومتی چند مگا اهمی دارد، در حالی که در یک نور مناسب، مقاومت آن به چند اهم می‌رسد یعنی مقاومت الکتریکی آن‌ها با افزایش شدت نور به مقدار زیادی کاهش می‌یابد. بنابراین شکل داده شده می‌تواند مربوط به یک LDR نوعی باشد.



$$U_p = U_1 - 0/36 U_1 = 0/64 U_1$$

$$U = \frac{q^p}{2C} \xrightarrow{U_p = 0/64 U_1} \frac{q_p^p}{2C} = 0/64 \frac{q_1^p}{2C} \Rightarrow q_p = 0/8 q_1$$

$$\text{درصد تغییرات بار الکتریکی} = \frac{\Delta q}{q_1} \times 100 = \frac{q_p - q_1}{q_1} \times 100 = \frac{0/8 q_1 - q_1}{q_1} \times 100 = -20\%$$

۶۶ گزینه «۳»

عبارت‌های «ب» و «ج» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف»: متان به دلیل داشتن شمار اتم‌های کمتر (جرم و حجم کمتر) نقطه جوش کمتری نسبت به بوتین دارد در مواد ناقطبی مبنای اول ما برای بررسی نقطه ذوب و جوش، جرم و حجم است.

عبارت «ب»: بوتین نوعی آلکیل بوده و دارای پیوند سه گانه کربن - کربن است، پس واکنش‌پذیری بیشتری نسبت به هگزان که نوعی آلکان است، دارد.

عبارت «ج»: گشتاور دو قطبی هیدروکربن‌ها به طور کلی تقریباً برابر صفر است. (البته برای مثال CH_4 دقیقاً برابر صفر است).

عبارت «د»: نوع نیروی جاذبه بین مولکولی در ترکیبات ناقطبی (مانند پروپان و ید) یکسان و از نوع وان دروالسی است.

۶۷ گزینه ۱

موازنه واکنش به صورت زیر است:



مجموع ضرایب استوکیومتری برابر ۲۱ است.

$$141/12g(Cr_2(SO_4)_3) \times \frac{1molCr_2(SO_4)_3}{392gCr_2(SO_4)_3}$$

$$\times \frac{100}{x} \times \frac{3molNaNO_2}{1molCr_2(SO_4)_3} \times \frac{69gNaNO_2}{1molNaNO_2} = 82/8g$$

$$\Rightarrow x = 90$$

۶۸ گزینه ۳

در دمایی که نفت کرده به صورت بخار است به طور حتم نفت سفید که نقطه جوش پایین‌تری دارد نیز به صورت بخار می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: تأمین محیط اسیدی برای تولید اتانول نیاز است.

گزینه «۲»: انجام‌پذیری واکنش آلکن با برم به تعداد کربن وابسته نیست.

گزینه «۴»: با افزایش دما، اندازه مولکول‌های خروجی از برج نیز افزایشی می‌یابد.

۶۹ گزینه ۳

با توجه به صفحه ۲۹ کتاب شیمی یازدهم گزینه «۳»



همه موارد نادرست است.

مورد اول: بخش گونه‌های فلزی در کف اقیانوس‌ها ذخیره شده است.

مورد دوم: واکنش ترمیت یک واکنش به شدت گرماده است که باعث می‌شود آهن مذاب تولید شود.

مورد سوم: با توجه به واکنش پذیری بالای سدیم از آهن، در مقیاس آزمایشگاهی می‌توان برای استخراج آهن از سنگ معدن Fe_3O_4 از سدیم استفاده کرد. ولی با توجه به گران بودن سدیم در مقیاس صنعتی توجیه اقتصادی ندارد.

مورد چهارم: با توجه به واکنش‌پذیری پایین نقره نسبت به آهن، نمی‌توان از آن برای استخراج فلز آهن استفاده کرد.

۷۱. گزینه «۴»

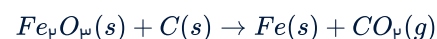
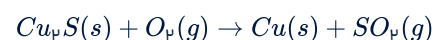
عبارت‌ها (پ) و (ت) درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (الف): واکنش‌پذیری فلز تیتانیوم بیشتر از واکنش‌پذیری فلز مس است.

عبارت (ب): ویژگی‌های شیمیایی هگزان (آلکان با واکنش‌پذیری کم) و ۱-هگزن (آلکن با واکنش‌پذیری بیشتر) یکی از راه‌های تشخیص این دو هیدروکربن از یکدیگر است (مثلاً ۱-هگزن برخلاف هگزان می‌تواند با برم واکنش دهد و بخار قرمز رنگ آن را بی‌رنگ کند)

عبارت (پ): تولید صنعتی آهن و مس به ترتیب به دلیل آزاد شدن گازهای آلاینده CO و SO_2 ، اثرات مخربی روی محیط زیست دارد.



عبارت (ت): سیلیسیم عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی است که از واکنش زیر تهیه می‌شود. بنابراین، واکنش‌پذیری کربن (نافلز هم‌گروه Si) از سیلیسیم بیشتر است.



۷۲. گزینه «۱»

همه جملات درست هستند.

بررسی گزینه‌ها:

مورد (۱): نافلزهای دوره ۱ He, H / نافلزهای دوره ۲ Ne, F, O, N, C / نافلزهای دوره ۳ Ar, Cl, S, P / نافلزهای دوره ۴ K, Br, Se

مورد (۲): تنها نافلز مایع، برم ($Br_{(l)}$) است و در دوره چهارم جدول قرار دارد. در این دوره، عناصر قبل از شبه فلز ژرمانیم همگی فلز هستند.

مورد (۳): در ۳ دوره اول جدول، ۸ عنصر گازی وجود دارد که ۶ مورد از آن‌ها (Ar, Cl, Ne, F, O, N) متعلق به دسته p و ۲ عنصر (He, H) متعلق به دسته s هستند.

مورد (۴): اکسیژن با عدد اتمی ۸ و کلر با عدد اتمی ۱۷ ($17 = 9 + 8$) هر دو عنصرهای گازی با واکنش‌پذیری بالا هستند.

۷۳. گزینه «۲»

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: درست است. F در گروه ۱۷ و Mn در گروه ۷ هر دو دارای ۷ الکترون ظرفیتی هستند.

عبارت دوم: نادرست است. عنصر $R_{(g)}$ (همان جیوه) در دوره ۶ قرار دارد ولی عنصر $Z_{(g)}$ (همان برم) در دوره ۴ قرار دارد.

عبارت سوم: درست است. بیشترین فعالیت شیمیایی نافلزهای یک دوره مربوط به هالوژن است.

عبارت چهارم: درست است. در یک گروه، اگر هم‌زمان فلز و نافلز وجود داشته باشند. قطعاً نافلز بالاتر و فلز در گروه پایین‌تر است.



بررسی عبارت‌ها:

عبارت الف: نادرست است. واکنش‌پذیری آهن بیشتر از مس است. بنابراین استخراج آهن دشوارتر از مس می‌باشد.

عبارت (ب): درست است.



عبارت (پ): نادرست است. در استخراج آهن پسماند زیادی تولید می‌شود.

روی فلوروئید- دی نیتروژن تری اکسید- اسکاندیوم فسفید

(۱) نفت کوره سنگین است ← پایین برج

(۳) در نفت خام سبک مواد پتروشیمیایی بیشتری وجود دارند.

(۴) بخش عمده هیدروکربن ← آلکان‌ها ← واکنش‌پذیری کم

Br^+ در دمای اتاق به حالت فیزیکی مایع اما سه عنصر گوگرد، آلومینیوم و ژرمانیم به حالت فیزیکی جامدند.

نامگذاری درست ترکیب‌های داده شده:

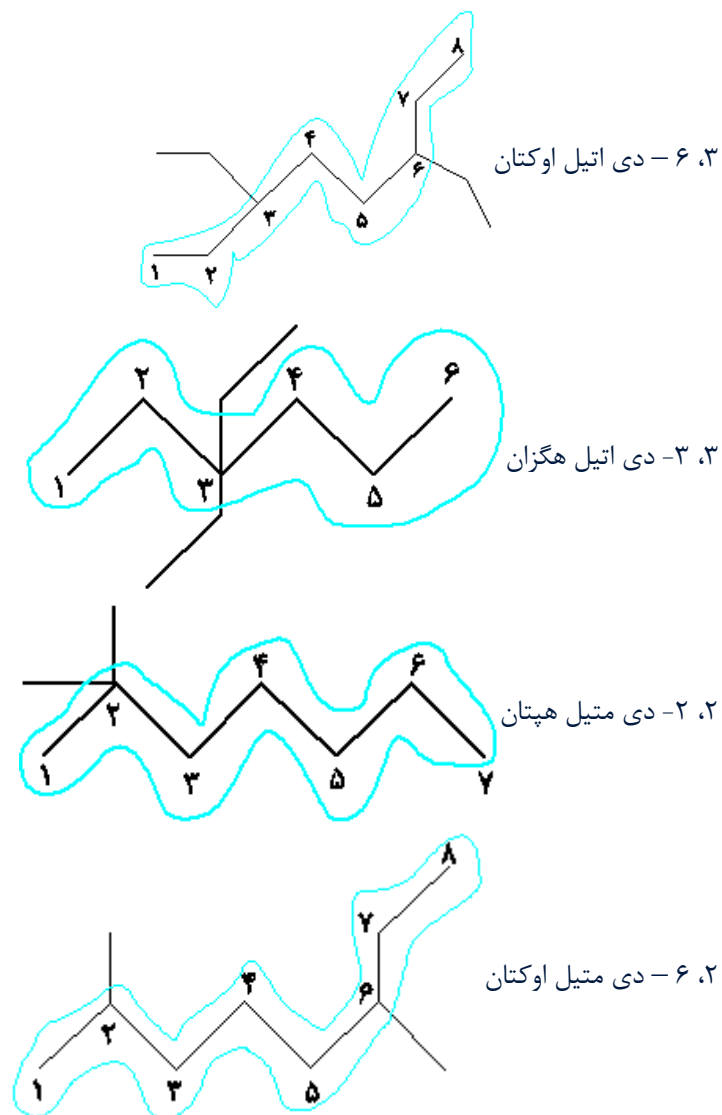
آ: ۲ و ۴- دی‌متیل هگزان

ب: ۳ و ۳- دی‌متیل‌پنتان

پ: ۲ و ۲ و ۴- تری‌متیل‌پنتان

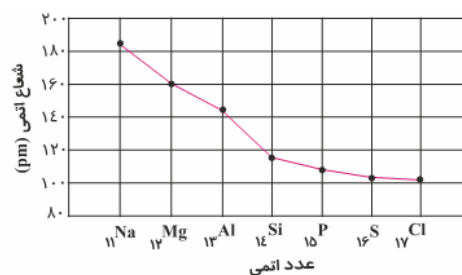
ت) ۳- اتیل ۴- متیل هگزان





۸۰ گزینه ۴

به صورت کلی، در میان عنصرهای هم دوره، اختلاف شعاع اتمی عنصرهای فلزی متوالی از اختلاف شعاع اتمهای نافلزی متوالی بیشتر است. به نمودار زیر که در فصل ۱ کتاب شیمی سال یازدهم و در ارتباط با شعاع عنصرهای دوره سوم عنوان شده، توجه کنید:



۸۱ گزینه «۴»

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (الف): نادرست است. ظرفیت گرمایی به مقدار ماده بستگی دارد.

عبارت (ب): درست است. دما در دو ظرف برابر است.

عبارت (پ): درست است. ظرفیت گرمایی ویژه به مقدار ماده بستگی ندارد.

عبارت (ت): نادرست است. با کاهش دما به اندازه 10°C ، ظرفیت گرمایی ویژه چندان تغییر نمی‌کند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) آنتالپی به‌طور مطلق قابل اندازه‌گیری نیست.

(۳) ابتدا شیوه اتصال اتم‌ها عوض می‌شود و بعد خواص آن تغییر می‌کند.

(۴) انرژی مواد غذایی در بدن آزاد می‌شود. (نه بدن)

۸۳ گزینه «۱»

گرما را می‌توان هم‌ارز با آن مقدار انرژی گرمایی دانست که به دلیل تفاوت در دما جاری می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) زیرا سیب‌زمینی آب‌پز مقدار آب بیشتری نسبت به تکه نان دارد و برای هم‌دما شدن با محیط، تکه سیب‌زمینی زمان بیشتری نیاز دارد.

(۳) هر چه دمای یک نمونه معین (مثلاً روغن زیتون) بیشتر باشد، انرژی گرمایی آن نیز بیشتر می‌شود. (البته در مقادیر یکسان از ماده)

(۴) ظرفیت گرمایی ویژه آب بیشتر از ظرفیت گرمایی ویژه روغن زیتون است (حدود ۲ برابر)، بنابراین بر اثر رساندن دمای دو نمونه ۱۰۰ گرمی آب و روغن زیتون به 75°C ، میزان گرمایی که صرف نمونه آب می‌شود، بیشتر است، در نتیجه ظرفیت گرمایی نمونه آب نیز بیشتر خواهد بود.

۸۴ گزینه «۳»

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) بستر اقیانوس‌ها، منبع غنی از منابع فلزی گوناگون است که انسان‌ها به تازگی آن را کشف کرده‌اند.

(۲) غلظت برخی گونه‌های فلزی موجود در بستر اقیانوس‌ها نسبت به ذخایر زمینی بیشتر است.

(۴) با توجه به متن کتاب درسی، در بستر اقیانوس‌ها، ستون‌های سولفیدی وجود دارند.

۸۵ گزینه «۴»

کمتر از ده درصد نفت خام مصرفی در دنیا برای تولید الیاف، پارچه، شوینده‌ها، مواد آرایشی و ... به کار می‌رود.

۸۶ گزینه «۴»

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) آلکن‌ها هیدروکربن‌هایی با یک پیوند دوگانه کربن _ کربن هستند. یعنی اگر ترکیبی بیش از یک پیوند دوگانه کربن _ کربن داشته باشد، جزء آلکن‌ها نمی‌باشد.

(۲) مانند توضیح گزینه «۱»، آلکن‌ها نیز هیدروکربن‌هایی با یک پیوند سه‌گانه کربن _ کربن می‌باشند.

(۳) اگر ترکیبی پیوند دوگانه کربن _ کربن داشته باشد، می‌تواند سبب تغییر رنگ بخار برم شود، نه الزاماً هر پیوند دوگانه‌ای.

۸۷ گزینه «۱»

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۲»: درصد بنزین و خوراک پتروشیمی در نفت سبک کشورهای عربی با نفت سنگین ایران برابر است.

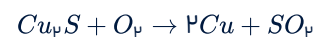
گزینه «۳»: درصد گازوئیل در نفت برنت دریای شمال از نفت سبک کشورهای عربی بیشتر است.

گزینه «۴»: درصد بنزین و خوراک پتروشیمی نفت سنگین کشورهای عربی کمتر از نفت سنگین ایران است.



بررسی عبارت‌ها:

الف) واکنش تهیه مس خام از سنگ معدن آن، سبب تولید گاز SO_2 می‌شود: (رد گزینه‌های (۱) و (۳))



ب) فلز به کار رفته در بدنه دوچرخه، تیتانیوم (Ti) است. (رد گزینه‌های (۳) و (۴))

عنصر اصلی سازنده سلول‌های خورشیدی، سیلیسیم (Si) است. (رد گزینه‌های (۳) و (۴))

۸۹ گزینه «۳»

در بین عنصرهای داده شده، X بیشترین خاصیت نافلزی را دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) مقایسه خاصیت فلزی عناصر D ، B و G به صورت $B > D > G$ است.

(۲) عنصر B همان پتاسیم بوده که متعلق به دوره ۴ و گروه ۱ جدول تناوبی است.

(۴) کمترین شعاع در بین عناصر داده شده، متعلق به عنصر X می‌باشد.

۹۰ گزینه «۳»

معادله واکنش به صورت موازنه شده به شکل زیر است:



جرم گاز آزاد شده (مقدار عملی) $0.1g$ $3/95 - 3/85 =$

$$3/95 g KMnO_4 \times \frac{1 mol KMnO_4}{158 g KMnO_4} \times \frac{1 mol O_2}{2 mol KMnO_4} \times \frac{32 g O_2}{1 mol O_2} = 0.4 g O_2$$

$$\% \text{ دزباب} = \frac{\text{جرم رادقم}}{\text{جرم رادقم}} \times 100 = \frac{0.1}{0.4} \times 100 = 25 \%$$