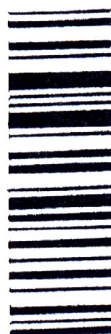




شماره داوطلب
نام خانوادگی و نام

خراسان رضوی
شهر



سروش اندیشه
مؤسسه فرهنگی هنری

کد آزمون: ۱۰۲۰

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)
جمهوری اسلامی ایران
وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی
مؤسسه سروش اندیشه حیات

پاسخنامه آزمون جامع شبیه ساز کنکور علوم ریاضی

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی:

مدت پاسخگویی: ۱۴۵ دقیقه

تعداد سوال: ۱۰۵ عدد

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی ریاضی، تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضی	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

به دانش فزای و به یزدان گرای ، که او باد جان تورا رهنمای (فردوسی)

ریاضیات

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۳ ریاضی ۱

۱- پاسخ: گزینه ۳

کافی است دقت کنید که با توجه به چند شکل داده شده الگویی مناسب برای محیط هر شکل با توجه به شماره مرحله به دست آوریم:

شماره مرحله	۱	۲	۳	۴	...	n
محیط	4×1	4×3	4×5	4×7	...	$4 \times (2n-1)$

پس جمله عمومی محیط شکل‌ها برابر با $a_n = 4n$ است، بنابراین محیط شکل دهم برابر با ۷۶ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۳ حسابان ۱

۲- پاسخ: گزینه ۱

$x = 2$ یک ریشه معادله است، پس در آن صدق می‌کند. مقدار x را ۲ قرار می‌دهیم تا مقدار k به دست آید:

$$\frac{2}{3} + \frac{k}{1} = \frac{8}{3} \Rightarrow k = \frac{8}{3} - \frac{2}{3} \Rightarrow k = \frac{6}{3} = 2$$

حال با قرار دادن مقدار k ، معادله را حل کرده و ریشه دیگر را به دست می‌آوریم:

$$\frac{x}{x+1} + \frac{2}{x-1} = \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{x(x-1) + 2(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{x^2 + x + 2}{x^2 - 1} = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 3x + 6 = 8x^2 - 8 \Rightarrow 5x^2 - 3x - 14 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ \text{یا} \\ x = -\frac{7}{5} \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱، درس ۲ حسابان ۱

۳- پاسخ: گزینه ۲

راه حل اول:

نکته: برای حل معادلات رادیکالی ابتدا با توان رسانی و... رادیکال‌ها را از بین می‌بریم و سپس معادله را حل می‌کنیم. در نهایت چک می‌کنیم جواب‌های به دست آمده در معادله اولیه صدق کنند، زیرا عملیات توان رسانی ممکن است جواب‌های اضافی تولید کند.

$$|u| = \begin{cases} u & u \geq 0 \\ -u & u < 0 \end{cases}$$

ابتدا طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم. دقت داریم که دامنه تابع رادیکالی به صورت $x \leq 3 \Rightarrow 3 - x \geq 0$ است.

$$(\sqrt{3-x})^2 = (|x|+1)^2 \Rightarrow 3-x = x^2 + 2|x| + 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 0: 3-x = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} & \checkmark \\ \text{یا} \\ x = \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} & \times \end{cases} \\ x < 0: 3-x = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 & \times \\ \text{یا} \\ x = -1 & \checkmark \end{cases} \end{cases}$$

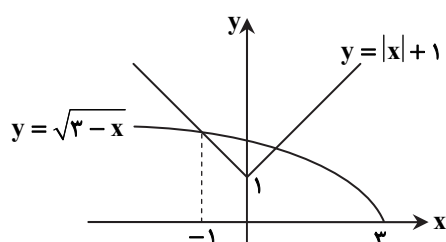
بنابراین این معادله دو جواب قابل قبول دارد.

راه حل دوم:

نکته: جواب‌های معادله $f(x) = g(x)$ محل تلاقی نمودارهای دو تابع f و g است.

کافی است نمودار تابع دو طرف تساوی را رسم کنیم:

با توجه به نمودار، دو تابع در دو نقطه با یکدیگر تقاطع دارند، بنابراین این معادله دارای دو جواب است.



۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۴، درس ۳ ریاضی ۱

برای آنکه نمودار یک سهمی محور طول‌ها را در طرفین مبدأ مختصات قطع کند، باید یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی داشته باشد، پس باید دو شرط زیر برقرار باشد:

$$\Delta > 0 \Rightarrow 9 - 4(2 - m)(1 + m) > 0 \Rightarrow 9 - (4 + 4m - 4m^2) > 0 \Rightarrow 4m^2 - 4m + 5 > 0 \Rightarrow (2m - 1)^2 > 0 \Rightarrow m \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \quad (1)$$

$$\text{ضرب ریشه‌ها منفی‌ها} \Rightarrow \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \frac{1+m}{2-m} < 0$$

	-1	2
1+m	-	+
2-m	+	-
1+m	-	+
2-m	-	+

$$\text{مجموعه جواب} = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty) \quad (2)$$

$$m \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

از اشتراک (۱) و (۲) داریم:

۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۵ حسابان ۱

چون چهارضلعی مستطیل است، پس اضلاع روبه‌رو با هم موازیند و شیب خط‌های گذرنده از آن‌ها برابر است:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - 5}{0 - 3} = 1 \Rightarrow m_{BC} = -1$$

$$y = 2 - x \Rightarrow C(2, 0)$$

حال می‌توانیم معادله خط BC را بنویسیم:

از طرفی معادله دو خط AD و DC را به دست می‌آوریم. از تلاقی آن‌ها مختصات رأس D به دست می‌آید:

$$CD: \begin{cases} m = 1 \\ C(2, 0) \end{cases} \Rightarrow y = x - 2$$

$$AD: \begin{cases} m = -1 \\ A(3, 5) \end{cases} \Rightarrow y = -x + 8$$

با حل دستگاه زیر مختصات D را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} y = x - 2 \\ y = -x + 8 \end{cases} \Rightarrow x - 2 = -x + 8 \Rightarrow x = 5$$

بنابراین مختصات نقطه D به صورت D(5, 3) است.

۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱، درس ۱ حسابان ۲

راه حل اول: ابتدا دامنه f(x) و سپس دامنه تابع داده شده را به دست می‌آوریم:

$$-1 \leq x < 2 \Rightarrow -3 \leq 2x - 1 < 3 \Rightarrow -3 \leq 1 - x < 3 \Rightarrow -2 < x \leq 4$$

راه حل دوم: نکته: برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$ ، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم. اگر $k > 1$ ، نمودار $y = f(kx)$ از انقباض افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x به دست می‌آید و اگر $0 < k < 1$ ، این نمودار از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ حاصل می‌شود.

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = f(x + k)$ ، اگر $k > 0$ ، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < 0$ ، این انتقال به اندازه |k| واحد به سمت راست انجام می‌شود.

نکته: برای رسم نمودار تابع $y = f(-x)$ ، کافیست نمودار تابع $y = f(x)$ را نسبت به محور y قرینه کنیم.

با توجه به نکات و مراحل رسم داریم:

$$\begin{array}{ccccccc} 2x-1 & \xrightarrow{x \rightarrow \frac{x}{2}} & x-1 & \xrightarrow{x \rightarrow x+2} & x+1 & \xrightarrow{x \rightarrow -x} & -x+1 \\ [-1, 2) & & [-2, 4) & & [-4, 2) & & (-2, 4] \end{array}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳، درس ۲ حسابان ۱

۷- پاسخ: گزینه ۲

$$\text{نکته: } \log_b a = c \Leftrightarrow a = b^c$$

$$\text{نکته: } \log_b a = \frac{1}{\log_a b}, \quad \log a - \log b = \log \frac{a}{b}, \quad \log_b a^n = n \log_b a$$

با استفاده از تساوی‌های داده شده، ابتدا مقادیر $x-2$ و $y-2$ را به دست می‌آوریم:

$$3^x = 36 \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } 3^2} \frac{3^x}{3^2} = \frac{36}{3^2} \Rightarrow 3^{x-2} = 4 \Rightarrow x-2 = \log_3 4 \Rightarrow x-2 = 2 \log_3 2$$

$$y = \log_2 12 \Rightarrow y-2 = \log_2 12 - 2 = \log_2 12 - \log_2 4 = \log_2 3$$

$$(y-2)(x-2) = \log_2 3 \times 2 \log_3 2 = \log_2 3 \times \frac{2}{\log_3 3} = 2$$

بنابراین:

نکته: در توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ مقدار ماکسیمم برابر $|a| + c$ ، مقدار مینیمم برابر $-|a| + c$ و دوره تناوب برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \sin^2 ax + \cos^2 ax + 2 \sin ax \cos ax = 1 + \sin 2ax$$

راه حل اول: با توجه به نمودار، $a < 0$ است. به ازای $x > 0$ ، در نقطه $x = \frac{3\pi}{4}$ اولین ماکزیمم تابع اتفاق افتاده است:

$$2ax = -\frac{3\pi}{2} \Rightarrow 2a\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{3\pi}{2} \Rightarrow a = -1$$

$$f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 1 + \sin \frac{3\pi}{2} = 1 - 1 = 0 \Rightarrow \frac{3\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$$

بنابراین:

$$T = \frac{2\pi}{|2a|} \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{|2a|} \Rightarrow |a| = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

راه حل دوم: با توجه به نمودار، دوره تناوب تابع $T = \pi$ است، یعنی:

با توجه به نمودار $a < 0$ و $a = -1$ قابل قبول است. ادامه راه حل مشابه است.

۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۲، درس ۲ حسابان ۲

نکته: جواب‌های کلی معادله $\sin x = \sin \alpha$ به صورت $x = 2k\pi + \alpha$ و $x = (2k+1)\pi - \alpha$ می‌باشد که $k \in \mathbb{Z}$.

ابتدا معادله را ساده و سپس آن را حل می‌کنیم:

$$\cos x \left(\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} \right) = -2 \Rightarrow \cos x \left(\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \sin x} \right) = -2 \Rightarrow \cos x \times \frac{1}{\cos x \sin x} = -2 \Rightarrow \frac{1}{\sin x} = -2$$

$$\Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} & x \in (0, 2\pi) \rightarrow x = \frac{11\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{6} & x \in (0, 2\pi) \rightarrow x = \frac{7\pi}{6} \end{cases}$$

بنابراین مجموع این جواب‌ها برابر با $\frac{11\pi}{6} + \frac{7\pi}{6} = \frac{18\pi}{6} = 3\pi$ است.

۱۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۵، درس ۱ حسابان ۲

نکته: برای به دست آوردن اکسترمم‌های مطلق یک تابع در بازه $[a, b]$ ابتدا نقاط بحرانی تابع را در این بازه به دست آورده و سپس مقدار تابع را در نقاط بحرانی و همچنین نقاط ابتدایی و انتهایی بازه به دست می‌آوریم و سپس اکسترمم‌ها را مشخص می‌کنیم.

چون دوره تناوب تابع 2π است، پس ابتدا تابع را در بازه $[0, 2\pi]$ مورد بررسی قرار می‌دهیم و نقاط بحرانی را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = 1 - 2\sin^2 x + 2\sin x + a \Rightarrow f(x) = -2\sin^2 x + 2\sin x + a + 1$$

$$f'(x) = -4\sin x \cos x + 2\cos x = 2\cos x(1 - 2\sin x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

به ازای $\cos x = 0$ ، مقدار $\sin x$ یا برابر ۱ یا برابر -۱ است. مقادیر تابع به ازای این دو مقدار برابر $a+1$ و $a-3$ است. از طرفی مقدار تابع

به ازای $\sin x = \frac{1}{2}$ برابر $a + \frac{3}{4}$ است. همچنین برای نقاط ابتدا و انتهای بازه داریم:

$$f(0) = a + 1, \quad f(2\pi) = a + 1$$

بنابراین مینیمم تابع $a-3$ و ماکزیمم تابع $a + \frac{3}{4}$ است و مجموع این دو مقدار برابر $\frac{5}{4}$ شده است، یعنی:

$$a - 3 + a + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۵، درس ۴ حسابان ۱

۱۱- پاسخ: گزینه ۱

$$\text{نکته: } \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

با استفاده از نکته، حاصل حد را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{\sqrt{2\cos^2 2x}}{1 - \frac{\sin x}{\cos x}} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{\sqrt{2}|\cos 2x|}{\cos x - \sin x} \stackrel{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-}{\sim} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{\sqrt{2}\cos 2x}{\cos x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{\sqrt{2}\cos x(\cos^2 x - \sin^2 x)}{\cos x - \sin x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{\sqrt{2}\cos x(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\cos x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \sqrt{2}\cos x(\cos x + \sin x) = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \left(2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \sqrt{2} \end{aligned}$$

در حد داده شده اگر فرض کنیم $\frac{1}{a} = h$ ، آنگاه چون $a \rightarrow -\infty$ پس $h \rightarrow 0^-$. حال حد را بر حسب h بازنویسی می‌کنیم:

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{h} \times f(2-h) - 3 \right) = 4 \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2-h) - 3}{h} = 4 \Rightarrow -f'_-(2) = 4 \Rightarrow f'_-(2) = -4$$

حال حاصل حد خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f\left(\frac{2}{x}\right) - 3}{x^2 - 1} = \lim_{t \rightarrow 2^-} \frac{f(t) - 3}{\frac{4}{t^2} - 1} = \lim_{t \rightarrow 2^-} \frac{f(t) - 3}{\frac{4 - t^2}{t^2}} = \lim_{t \rightarrow 2^-} \frac{f(t) - 3}{t - 2} \times \frac{t^2}{-(2+t)} = f'_-(2) \times \left(\frac{4}{-4} \right) = -f'_-(2) = 4$$

برای اینکه تابع f در $x = 1$ دو بار مشتق پذیر باشد باید f در $x = 1$ پیوسته و مشتق پذیر باشد و f' نیز در $x = 1$ پیوسته و مشتق پذیر باشد. ابتدا مشتق اول و دوم را حساب می‌کنیم و شروط گفته شده را بررسی می‌کنیم:

$$f'(x) = \begin{cases} -6x + a & x \leq 1 \\ 3bx^2 & x > 1 \end{cases}, \quad f''(x) = \begin{cases} -6 & x \leq 1 \\ 6bx & x > 1 \end{cases}$$

اکنون هر سه شرط را لحاظ می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow -3 + a = b + c \quad (1)$$

$$f'_-(1) = f'_+(1) \Rightarrow -6 + a = 3b \quad (2)$$

$$f''_-(1) = f''_+(1) \Rightarrow -6 = 6b \Rightarrow b = -1 \xrightarrow{(2)} a = 3 \xrightarrow{(1)} c = 1$$

نکته: $(f \circ g)'(x) = g'(x)f'(g(x))$

ابتدا مشتق تابع $g(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$g(x) = f(x^2) + f(3x-1) \Rightarrow g'(x) = 2xf'(x^2) + 3f'(3x-1) \xrightarrow{x=-1} g'(-1) = -2f'(1) + 3f'(-4)$$

با توجه به ضابطه $f'(x)$ داریم:

$$\begin{cases} f'(1) = \frac{6}{\sqrt{9}} = \frac{6}{3} = 2 \\ f'(-4) = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow g'(-1) = -2 \times 2 + 3 \times \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$$

نکته: اگر f' در $x = a$ از مثبت به منفی (منفی به مثبت) تغییر علامت دهد، آن $x = a$ را طول نقطهٔ ماکسیمم نسبی (مینیمم نسبی) تابع f گویند. نکته: خط $x = a$ را مجانب قائم نمودار تابع $f(x)$ گویند، هرگاه حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty & \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty & \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty \end{aligned}$$

نکته: خط $y = L$ را مجانب افقی نمودار تابع $y = f(x)$ می‌نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ برقرار باشد.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$$

$$\begin{cases} x = 1 & \text{مجانب قائم} \\ y = 4 & \text{مجانب افقی} \end{cases}$$

ابتدا خطوط مجانب تابع را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = 2\left(\frac{2x}{x-1}\right) \times \frac{-2}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$$

برای یافتن مختصات اکسترمم نسبی تابع، مشتق را به دست می‌آوریم:

طبق جدول تعیین علامت، نقطهٔ $M(0,0)$ نقطهٔ مینیمم نسبی تابع است.

x	o
f'	- 0 +
f	↘ ↗

فاصلهٔ M ، تا مجانب افقی و مجانب قائم تابع را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} d = 4 : \text{فاصلهٔ } M \text{ تا مجانب افقی} \\ d' = 1 : \text{فاصلهٔ } M \text{ تا مجانب قائم} \end{cases} \Rightarrow d = 4d'$$

نکته: فرض کنیم تابع f در نقطه $x = c$ پیوسته است. در این صورت نقطه $(c, f(c))$ نقطه عطف تابع f است، هرگاه دو شرط زیر برقرار باشند:

الف) نمودار f در نقطه $(c, f(c))$ خط مماس داشته باشد.

ب) جهت تغير f در نقطه $(c, f(c))$ تغییر کند.

ابتدا توابع f' و f'' را به دست می آوریم تا نقاط عطف به دست آید:

$$f'(x) = 4x^3 + 6x^2 + a$$

$$f''(x) = 12x^2 + 12x \Rightarrow f''(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

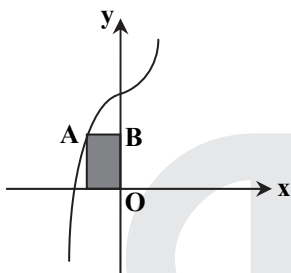
چون قرار است خطوط مماس بر تابع f در نقاط عطف عمود بر هم باشند، داریم:

$$f'(\cdot) \cdot f'(-1) = -1 \Rightarrow \begin{cases} f'(\cdot) = a \\ f'(-1) = a + 2 \end{cases} \Rightarrow a(a+2) = -1 \Rightarrow a^2 + 2a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

نکته: در مسائل بهینه سازی برای ماکسیم یا مینیم کردن یک عبارت، ابتدا تابع آن عبارت را بر حسب یکی از متغیرهای مسئله می نویسیم و سپس با استفاده از مشتق و... جواب مسئله را به دست می آوریم.

نقطه $A(x, x^3 + 8)$ را روی تابع در نظر می گیریم. مساحت مستطیل را به عنوان تابعی بر حسب x می نویسیم: ($x < 0$)

$$S(x) = OB \cdot AB = -x(x^3 + 8) = -x^4 - 8x$$



دقت کنید چون مساحت مقداری مثبت است و اینجا $x < 0$ است یک منفی در تابع مساحت قرار دادیم. حال برای به دست آوردن بیشترین مقدار مساحت کافی است مشتق تابع را به دست آورده و ریشه آن را در تابع قرار دهیم:

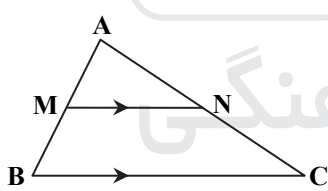
$$S'(x) = -4x^3 - 8$$

$$S'(x) = 0 \Rightarrow x = -\sqrt[3]{2} \Rightarrow S(-\sqrt[3]{2}) = (8-2)\sqrt[3]{2} = 6\sqrt[3]{2}$$

بنابراین بیشترین مقدار مساحت برابر $6\sqrt[3]{2}$ است.

نکته (قضیه تالس و تعمیم آن): اگر در یک مثلث، خطی موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند؛ آنگاه روابط زیر برقرار است:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \text{نسبت جزء به جزء) : } \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \\ \text{نسبت جزء به کل) : } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \end{cases} \Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ABC$$



نکته: در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت ها برابر با توان دوم نسبت تشابه است.

$$S_{\Delta MNP} = \frac{1}{2} MN \cdot h = S_{\Delta MNC} \Rightarrow S_{\Delta MNC} = 6$$

ابتدا با توجه به اینکه $S_{\Delta MNP} = 6$ داریم:

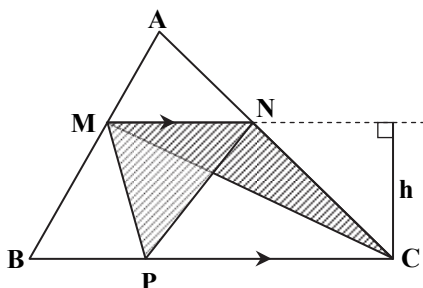
از طرفی طبق تالس می توان نوشت:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{NC}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{NC}{AN} = 2$$

$$\frac{S_{\Delta MNC}}{S_{\Delta AMN}} = \frac{NC}{AN} = 2 \Rightarrow \frac{6}{S_{\Delta AMN}} = 2 \Rightarrow S_{\Delta AMN} = 3$$

$$\Delta AMN \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{S_{\Delta AMN}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{3}{S_{\Delta ABC}} = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = 27$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳، درس ۱ هندسه ۱

۱۹- پاسخ: گزینه ۳

نکته: هر n ضلعی محدب دارای $\frac{n(n-3)}{2}$ قطر است.

$$\frac{n(n-3)}{2} > 100 \Rightarrow n(n-3) > 200$$

طبق فرض داریم:

بهتر است به جای حل این نامعادله، از طریق امتحان کردن گزینه‌ها از کوچک به بزرگ جواب را به دست بیاوریم:

$$n = 15: \quad n(n-3) = 15 \times 12 = 180 < 200 \quad \times$$

$$n = 16: \quad n(n-3) = 16 \times 13 = 208 > 200 \quad \checkmark$$

بنابراین حداقل مقدار n برابر ۱۶ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳، درس ۱ هندسه ۱

۲۰- پاسخ: گزینه ۳

نکته: در مثلث قائم الزاویه، اندازه میانه وارد بر وتر، نصف وتر است.

نکته: در هر مثلث هر ضلع از تفاضل دو ضلع دیگر بزرگ تر و از مجموع آن‌ها کوچک تر است.

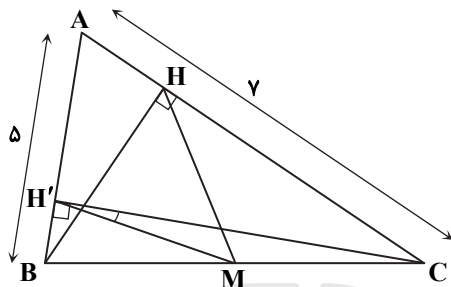
MH' میانه وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه $CH'B$ است، پس داریم:

$$MH' = \frac{1}{2} BC$$

همچنین MH میانه وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه CHB است، پس داریم:

$$MH = \frac{1}{2} BC$$

$$MH + MH' = \frac{1}{2} BC + \frac{1}{2} BC = BC \quad (*)$$



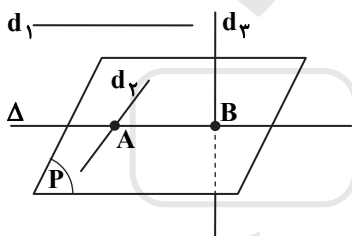
در مثلث ABC ، طبق نکته دوم داریم: $2 < BC < 12 \xrightarrow{(*)} 2 < MH + MH' < 12$ با توجه به گزینه‌ها، $MH + MH'$ نمی‌تواند برابر $12/5$ باشد.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۴، درس ۱ هندسه ۱

۲۱- پاسخ: گزینه ۱

نکته ۱: دو خط را که نقطه اشتراکی ندارند، در نظر بگیرید، اگر هیچ صفحه‌ای وجود نداشته باشد که شامل هر دوی آن‌ها باشد، آن دو خط را متناظر می‌نامیم.

نکته ۲: از دو خط متقاطع، فقط یک صفحه می‌گذرد.



فرض می‌کنیم خط Δ که در نقاط A و B به ترتیب خطوط d_2 و d_3 را قطع کرده است، جواب مسئله باشد. اینک با توجه به نکات، از Δ و d_2 صفحه P می‌گذرد که خط d_1 چون با AB موازی است، پس با صفحه P موازی می‌شود، بنابراین برای رسم خط Δ ، باید ابتدا صفحه‌ای شامل d_2 موازی d_1 را رسم کنیم.

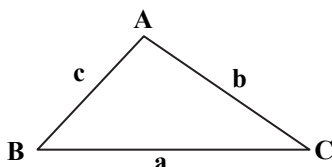
نقطه تلاقی این صفحه با d_3 نقطه B است که از B در صفحه P خط Δ را موازی d_1 رسم می‌کنیم تا خط d_2 را در A قطع کند، این خط جواب مسئله است. واضح است که این خط منحصر به فرد است. بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۴، درس ۲ هندسه ۲

۲۲- پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱: شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می‌شود، سطح مقطع آن نامیده می‌شود.

نکته ۲: طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC با اضلاع a, b و c ، داریم:



$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \end{cases}$$

مطابق شکل روبه‌رو و به کمک قضیه فیثاغورس، داریم:

$$\Delta AEB: AB = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$$

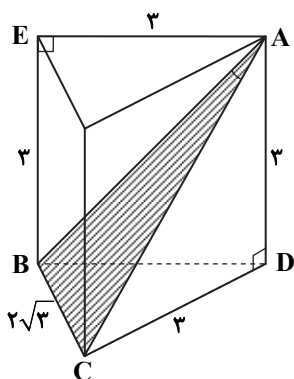
$$\Delta ADC: AC = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$$

و در مثلث ABC ، با توجه به نکته ۲، خواهیم داشت:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 12 = 18 + 18 - 2 \times 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} \times \cos \hat{A} = 36 - 36 \cos \hat{A}$$

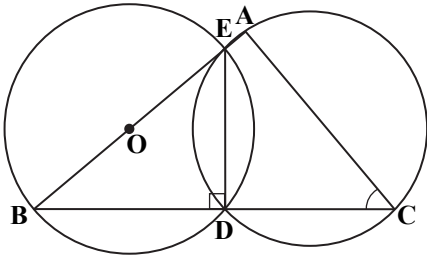
$$\Rightarrow 36 \cos \hat{A} = 24 \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$



نکته: زاویه محاطی برابر با نصف کمان مقابلش است.

نکته: در چهارضلعی محاطی، زوایای مقابل مکمل اند.

در شکل زیر با رسم پاره خط ED در دایره بزرگ تر، چون زاویه محاطی EDB رو به قطر است، برابر با ۹۰° است و داریم:



$$\hat{B} = \frac{1}{2}\widehat{ED} = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$$

$$\hat{BED} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ \Rightarrow \hat{AED} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

چهارضلعی AEDC در دایره کوچک تر محاطی است، پس:

$$\hat{AED} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 130^\circ + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 50^\circ$$

نکته: برای دستگاه دو معادله و دو مجهول $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ سه حالت امکان پذیر است:

(الف) اگر $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ ، آنگاه دستگاه یک جواب یکتا دارد.

(ب) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ ، آنگاه دستگاه فاقد جواب است.

(پ) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ ، آنگاه دستگاه بی شمار جواب دارد.

$$\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ 2x + my = m^2 \end{cases} \quad \text{داشته باشیم:} \quad \frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} \neq \frac{2}{m^2}$$

با توجه به نکته، باید در دستگاه

$$\frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} \Rightarrow m^2 - m = 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow m = 2, m = -1$$

اکنون قابل قبول بودن هریک از این مقادیر را بررسی می کنیم.

$$\frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} \neq \frac{2}{m^2} : \begin{cases} m = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \quad \times \\ m = -1 \Rightarrow \frac{-2}{2} = \frac{1}{-1} \neq \frac{2}{1} \quad \checkmark \end{cases}$$

بنابراین فقط $m = -1$ قابل قبول است.

۱ نکته: $(k \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N})$

$$|kA_{n \times n}| = k^n |A_{n \times n}|$$

۲ نکته: $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

۳ نکته: $(n \in \mathbb{N}): |A^n| = |A|^n$

با توجه به نکته ۲، داریم:

$$|A^{-1}| = 2 \Rightarrow \frac{1}{|A|} = 2 \Rightarrow |A| = \frac{1}{2}$$

با توجه به نکته ۳، داریم:

$$B = A^2 \Rightarrow |B| = |A^2| \Rightarrow |B| = |A|^2 = \frac{1}{4}$$

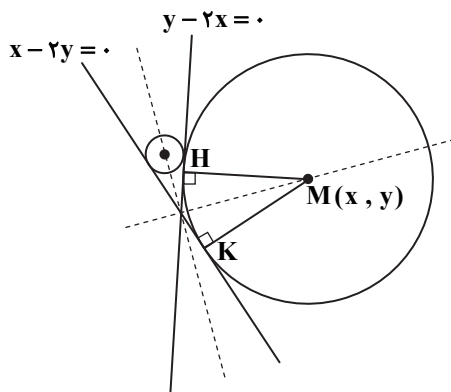
و در نهایت با توجه به نکته ۱، خواهیم داشت:

$$|9|A|| = (9|A|)^3 |B| = (9 \times \frac{1}{2})^3 \times \frac{1}{4} = 3^3 \times \frac{1}{4} = \frac{27}{4} = 3$$

۲۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۲، درس ۲ هندسه ۳

مرکز دایره‌هایی که بر دو خط $y = 2x$ و $x = 2y$ مماس‌اند، روی نیمسازهای زوایای بین دو خط قرار دارند. اگر مختصات مرکز دایره به صورت $M(x, y)$ باشد، طبق شکل چون فاصله M از دو خط $y = 2x$ و $x = 2y$ برابر است، داریم:



$$MH = MK$$

$$\frac{|y - 2x|}{\sqrt{1+4}} = \frac{|x - 2y|}{\sqrt{1+4}} \Rightarrow \begin{cases} y - 2x = x - 2y \\ y - 2x = 2y - x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{معادلات نیمسازها: } \begin{cases} 2x = 3y \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow \text{مرکز دایره: } \begin{cases} (\sqrt{5}, \sqrt{5}) \\ (\sqrt{5}, -\sqrt{5}) \end{cases}$$

فاصله نقطه M از خط $y = 2x$ همان شعاع دایره است، پس:

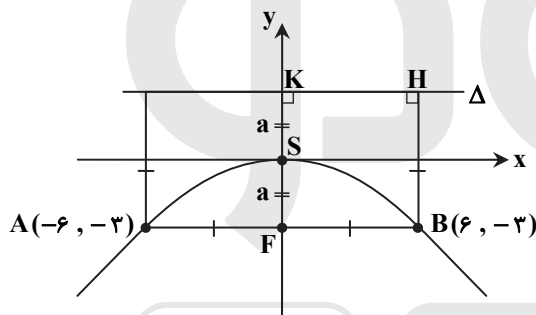
$$R = MH \Rightarrow \begin{cases} M(\sqrt{5}, \sqrt{5}) \Rightarrow MH = \frac{|\sqrt{5} - 2\sqrt{5}|}{\sqrt{5}} = 1 \\ M(\sqrt{5}, -\sqrt{5}) \Rightarrow MH = \frac{|\sqrt{5} + 2\sqrt{5}|}{\sqrt{5}} = 3 \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۲۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲، درس ۳ هندسه ۳

نکته: معادله سهمی قائم به رأس مبدأ مختصات و فاصله کانونی a که دهانه آن روبه پایین (بالا) است به صورت $x^2 = -4ay$ ($x^2 = 4ay$) می‌باشد که مختصات کانون آن $F(a, 0)$ ($F(-a, 0)$) و معادله خط هادی آن $y = a$ ($y = -a$) و معادله محور تقارن آن $x = 0$ است. مطابق اطلاعات سؤال و نکته می‌توان نوشت:



$$F = \frac{A+B}{2} = (0, -3)$$

بر طبق تعریف سهمی $BH = BF$ و در نتیجه $BHKF$ یک مربع است و داریم:

$$FB = 2a \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

$$S(0, 0) \Rightarrow x^2 = -12y$$

از بین گزینه‌ها، فقط گزینه ۳ که نقطه $(12, -12)$ است، در معادله

سهمی صدق می‌کند.

۲۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳، درس ۲ هندسه ۳

نکته: برای دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ داریم:

$$\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0, \quad \vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$$

$$\text{نکته: } \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})$$

ابتدا حاصل عبارت $(\vec{b} - \vec{c}) \times (\vec{3}\vec{c} + \vec{a})$ را می‌یابیم.

$$(\vec{b} - \vec{c}) \times (\vec{3}\vec{c} + \vec{a}) = \vec{3}\vec{b} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{a} - \vec{3}\vec{c} \times \vec{c} - \vec{c} \times \vec{a} = \vec{3}\vec{b} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{a} - \vec{c} \times \vec{a}$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$\begin{aligned} (\vec{a} + \vec{2b}) \cdot (\vec{3}\vec{b} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{a} - \vec{c} \times \vec{a}) &= \vec{3}\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) - \vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) + \vec{6}\vec{b} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) + \vec{2b} \cdot (\vec{b} \times \vec{a}) - \vec{2b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) \\ &= \vec{3}\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) - \vec{2b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{3}\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) - \vec{2a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

۲۹- پاسخ: گزینه ۳

برای اثبات درستی سور عمومی « $\forall$ » باید بتوانیم آن را به‌ازای تمام مقادیر ثابت کنیم و اگر حتی یک مثال نقض پیدا کنیم سور عمومی نادرست می‌شود، ولی در سورهای وجودی « $\exists$ » اگر حتی یک مثال درست پیدا کنیم آن سور درست خواهد شد. تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱ نادرست است: زیرا به‌ازای $x, y = 1$ وجود ندارد که $x^2 < y$ برقرار باشد.

گزینه ۲ نادرست است: زیرا: $x = 4, y = 4 \Rightarrow x^2 + y^2 < 16$

گزینه ۳ درست است: زیرا: $x = 4, y = 1 \Rightarrow x > y + 2$

گزینه ۴ نادرست است: زیرا اگر $x = 4$ باشد، هیچ y وجود ندارد که رابطه $x + y = 4$ برقرار باشد.

نکته: اگر A و B ناتهی باشند و $A \times B = B \times A$ ، آنگاه: $A = B$

طبق نکته باید دو مجموعه $A = \{2, x, z + 1, 5\}$ و $B = \{x + 3, 4, y\}$ برابر باشند.

تمام حالات را بررسی می‌کنیم، باید $x + 3$ و y از مجموعه B ، با ۲ و ۵ از مجموعه A برابر باشند:

$$1) \begin{cases} x + 3 = 2 \Rightarrow x = -1 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \{2, -1, z + 1, 5\} \\ B = \{2, 4, 5\} \end{cases} \Rightarrow A = B \text{ غیرممکن است}$$

$$2) \begin{cases} x + 3 = 5 \Rightarrow x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \{2, z + 1, 5\} \\ B = \{5, 4, 2\} \end{cases} \Rightarrow z + 1 = 4 \Rightarrow z = 3 \quad \checkmark$$

$$x + y + z = 2 + 2 + 3 = 7$$

در نتیجه:

نکته: $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$ و $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ و $P(A') = 1 - P(A)$

نکته: اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آنگاه: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

نکته: اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، پیشامدهای « A و « B » و « A' و « B' » نیز مستقل اند.

$$P(A|B') = \frac{2}{9} \Rightarrow \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{2}{9} \Rightarrow \frac{P(A)P(B')}{P(B')} = \frac{2}{9} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{9}$$

پیشامدهای A و B مستقل اند، در نتیجه:

$$P(A - B) = \frac{1}{8} \Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{8} \Rightarrow P(A) - P(A)P(B) = \frac{1}{8}$$

از طرفی داریم:

$$\Rightarrow \frac{2}{9} - \frac{2}{9}P(B) = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{2}{9}P(B) = \frac{2}{9} - \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{2}{9}P(B) = \frac{7}{72} \Rightarrow P(B) = \frac{7}{16}$$

$$P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{7}{16} = \frac{9}{16}$$

بنابراین:

نکته: فرض کنید $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k) \quad \text{داریم: } A \text{ دلخواه}$$

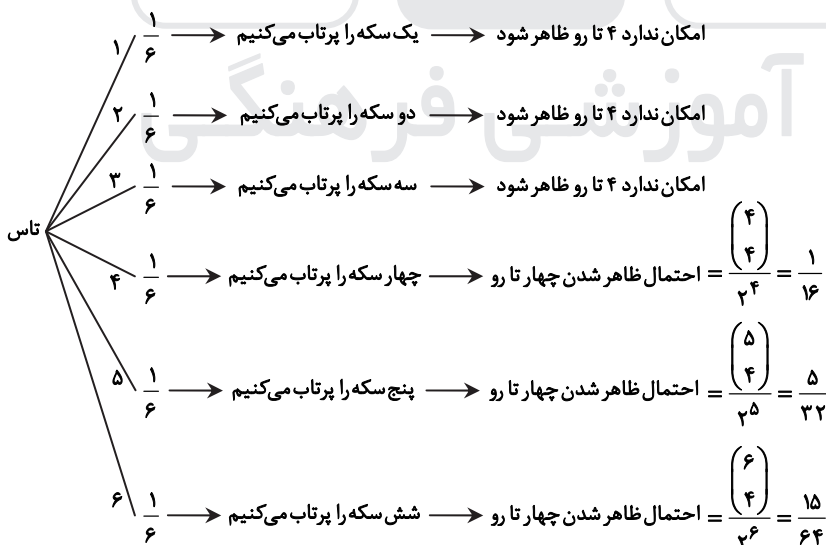
نکته: فرض کنید $B_1, B_2, \dots, B_n$ پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(A)} \quad \text{داریم: } i \leq n \text{ و } A \text{ دلخواه}$$

نکته: احتمال k بار موفقیت در n پرتاب

$$\binom{n}{k} \quad \text{یک سکه برابر است با:}$$

چون احتمال شرطی داریم که فضای نمونه‌ای آن به ۶ حالت مجزا افراز می‌شود، پس طبق نمودار درختی زیر و با استفاده از نکته فوق داریم:



بنابراین:

$$P(\text{تاس عدد ۵ ظاهر شود} \mid \text{۴ تا رو ظاهر شود}) = \frac{P(\text{تاس عدد ۵ ظاهر شود}) \cdot P(\text{۴ تا رو ظاهر شود})}{P(\text{۴ تا رو ظاهر شود})}$$

$$= \frac{\frac{1}{6} \times \frac{5}{32}}{\frac{1}{6} \times \frac{5}{32} + \frac{1}{6} \times \frac{5}{32} + \frac{1}{6} \times \frac{5}{32} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{16} + \frac{1}{6} \times \frac{5}{32} + \frac{1}{6} \times \frac{15}{64}} = \frac{\frac{5}{32}}{\frac{1}{16} + \frac{5}{32} + \frac{15}{64}} = \frac{10}{29}$$

۳۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۲)

نکته: تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر است با: $n!$
 نرگس، نگار و چهار نفر دیگر روی هم ۶ نفر هستند که می‌خواهند به ترتیب وارد کلاس شوند و به $6! = 720$ حالت می‌توانند این کار را انجام دهند.
 در نصف این ۷۲۰ حالت نرگس قبل از نگار وارد کلاس می‌شود و در نصف دیگر نگار قبل از نرگس وارد کلاس می‌شود.

پس جواب $\frac{720}{2} = 360$ حالت است.

۳۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۳)

نکته ۱: فراوانی نسبی هر داده برابر است با خارج‌قسمت تقسیم فراوانی آن داده به تعداد کل داده‌ها.
 نکته ۲: در هر بررسی آماری، مجموع فراوانی‌های نسبی همواره برابر یک است.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

نکته ۳: میانگین داده‌های x_1 تا x_n با فراوانی f_1 تا f_n برابر است با:

نکته ۴: واریانس n داده x_1 تا x_n با فراوانی f_1 تا f_n را با σ^2 نمایش داده و برابر است با:

$$0/1 + a + 0/2 + 0/45 = 1 \Rightarrow a = 0/25$$

با توجه به نکته ۲، داریم:

اینک با توجه به نکته ۱، فراوانی هر داده را به دست می‌آوریم:

$$f_1 = 0/1 \times 40 = 4, \quad f_2 = 0/25 \times 40 = 10, \quad f_3 = 0/2 \times 40 = 8, \quad f_4 = 0/45 \times 40 = 18$$

اینک با توجه به نکته ۳، میانگین داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{(4 \times 1) + (10 \times 2) + (8 \times 4) + (18 \times 20)}{40} = \frac{32 + 20 + 32 + 360}{40} = \frac{640}{40} = 16$$

و در نهایت با توجه به نکته ۴، واریانس داده‌ها، برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{4(1-16)^2 + 10(2-16)^2 + 8(4-16)^2 + 18(20-16)^2}{40} = \frac{256 + 1600 + 768 + 1440}{40} = \frac{4064}{40} = 101/6$$

۳۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۴، درس ۲)

نکته: برآورد نقطه‌ای پارامتر جامعه برابر است با مقدار عددی آماره نمونه.

$$n(S) = \binom{5}{2} = 10 \text{ در ابتدا می‌دانیم تعداد کل نمونه‌های ۲ عضوی، برابر است با: } 10$$

و اینک با توجه به نکته، واضح است که نمونه‌های ۲ عضوی که میانگین را بیشتر از ۳ برآورد کنند، عبارتند از:

$$A = \{\{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}\}; \quad n(A) = 4$$

$$P(A) = \frac{4}{10} = 0/4$$

پس احتمال موردنظر، برابر است با:

۳۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

$$a \equiv b \Rightarrow a^m \equiv b^m \text{ و } a \equiv b, c \equiv d \Rightarrow \begin{cases} a+c \equiv b+d \\ ac \equiv bd \end{cases} \text{ نکته:}$$

ابتدا باقی‌مانده تقسیم 1000^{71} و $11!$ را بر 13 جداگانه محاسبه می‌کنیم:
 برای $11! = 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ داریم:

$$\begin{cases} 11 \times 7 \equiv 77 - 6 \times 13 \equiv -1 \\ 10 \times 9 \equiv 90 - 7 \times 13 \equiv -1 \\ 8 \times 5 \equiv 40 - 3 \times 13 \equiv 1 \\ 6 \times 2 \equiv -1 \\ 3 \times 4 \equiv -1 \end{cases} \Rightarrow 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \equiv (-1) \times (-1) \times 1 \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times 1 \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \Rightarrow 11! \equiv 1$$

$$1000^{71} + 11! \equiv -1 + 1 \equiv 0 \text{ بنابراین:}$$

نکته: شرط لازم و کافی برای آنکه معادله سیاله $ax + by = c$ دارای جواب باشد آن است که: $(a, b) | c$
با توجه به فرض سؤال، a می تواند یکی از اعضای مجموعه زیر باشد:

$$a \in \{2, 3, \dots, 12\} \Rightarrow \text{تعداد اعضا} = 11$$

با توجه به نکته داریم:

$$ax + 6y = 10 \xrightarrow{\text{شرط جواب}} (a, 6) | 10$$

مقادیری از a که در رابطه فوق صدق می کنند عبارتند از: $A = \{2, 4, 5, 7, 8, 10, 11\}$ ، بنابراین احتمال خواسته شده برابر است با:

$$P(A) = \frac{7}{11}$$

نکته: تعداد یال های گراف کامل K_p برابر است با:

$$q = \binom{p}{2} = \frac{P(P-1)}{2}$$

نکته: اگر گراف همبند G دارای حداقل یال های ممکن باشد، داریم: $q = p - 1$
با استفاده از نکته فوق داریم:

$$p + q = 21 \Rightarrow p + p - 1 = 21 \Rightarrow 2p = 22 \Rightarrow p = 11, q = 10$$

تعداد یال ها در گراف کامل K_{11} را محاسبه می کنیم:

$$\binom{11}{2} = \frac{11 \times 10}{2} = 55$$

بنابراین تعداد یال هایی که باید اضافه کنیم، برابر است با:

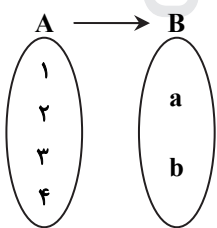
$$55 - 10 = 45$$

نکته: یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هریک از رأس هایش دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر مینیمال می نامیم.
در گزینه ۴ با حذف رأس f از مجموعه احاطه گر، مجموعه باقی مانده باز هم احاطه گر خواهد بود، پس مینیمال نیست.

$$\text{نکته: } |(A \cup B)'| = |\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B|$$

$$\text{نکته: } |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

ابتدا به تعداد $\binom{5}{1} = 5$ حالت یکی از کتاب ها را انتخاب کرده و به نفر اول می دهیم، سپس ۴ کتاب متفاوت دیگر را می خواهیم بین دو نفر بخش کنیم به طوری که به هر نفر حداقل یک کتاب برسد، تعداد جواب های این مسئله با تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۲ عضوی برابر است.



$$|S| = 2^4 = 16 : \text{تعداد کل توابع}$$

$$|A_1| = 1^4 = 1 : \text{تعداد توابعی که } a \text{ را نمی پوشاند}$$

$$|A_2| = 1^4 = 1 : \text{تعداد توابعی که } b \text{ را نمی پوشاند}$$

$$|A_1 \cap A_2| = 0 : \text{تعداد توابعی که } a \text{ و } b \text{ را نمی پوشانند}$$

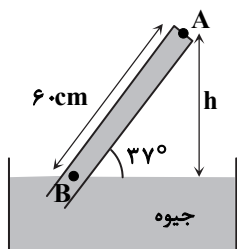
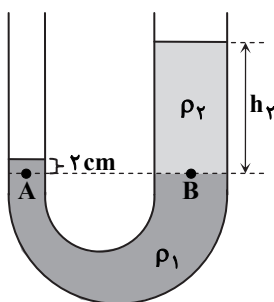
$$|\overline{A_1} \cap \overline{A_2}| = |\overline{A_1 \cup A_2}| = |S| - |A_1 \cup A_2| = |S| - |A_1| - |A_2| + |A_1 \cap A_2| = 16 - 1 - 1 + 0 = 14$$

بنابراین تعداد حالت های توزیع ۵ کتاب بین ۳ نفر با شرط داده شده برابر است با:

$$14 \times \binom{5}{1} = 70$$

فیزیک

ژول (J) یکای SI انرژی بوده و یکای فرعی آن $\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$ است.



۴۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

فشار در نقاط A و B باید برابر باشد. توجه کنید که فشار مایع به شکل ظرف و مساحت مقطع آن بستگی ندارد.

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2$$

$$\Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \Rightarrow ۱۳/۵ \times ۲ = ۱/۵ h_2$$

$$\Rightarrow h_2 = \frac{۱۳/۵ \times ۲}{۱/۵} = ۹ \times ۲ = ۱۸ \text{ cm}$$

$$V_2 = A_2 h_2 = ۸ \times ۱۸ = ۱۴۴ \text{ cm}^3$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۲)

$$\sin ۳۷^\circ = \frac{h}{۶۰} \Rightarrow h = ۳۶ \text{ cm}$$

$$P_0 = P_B = P_A + ۳۶ \text{ cm Hg} \Rightarrow P_A = ۷۶ - ۳۶ = ۴۰ \text{ cm Hg}$$

$$P_A = \rho g h = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۴۰}{۱۰۰} = ۵۴۴۰ \text{ Pa}$$

$$F = P_A = ۵۴۴۰ \times ۱ \times ۱۰^{-۴} = ۵/۴۴ \text{ N}$$

۴۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_f = K_2 - K_1$$

انرژی جنبشی به جهت حرکت بستگی ندارد و کار نیروی وزن نیز به مسیر بستگی ندارد.

$$mgd \cos 0^\circ + W_f = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow ۰/۵ \times ۱۰ \times ۴۰ + W_f = \frac{1}{2} \times ۰/۵ \times (۲۸^2 - ۱۲^2)$$

$$\Rightarrow ۲۰۰ + W_f = \frac{1}{2} (۲۸ + ۱۲)(۲۸ - ۱۲) = ۱۰ \times ۱۶ \Rightarrow W_f = -۴۰ \text{ J}$$

۴۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$\frac{h}{d} = \sin \theta \Rightarrow h = d \sin \theta = ۵ \times ۰/۶ = ۳ \text{ m}$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{f_k} + W_{\text{وزن}} + W_{\text{عمودی سطح}} = -\frac{1}{2} m V_1^2$$

$$\Rightarrow W_{f_k} - mg \Delta h = -\frac{1}{2} m V_1^2$$

$$W_{f_k} - ۲ \times ۱۰ \times ۳ = -\frac{1}{2} \times ۲ \times ۱۰ \Rightarrow W_{f_k} - ۶۰ = -۱۰ \Rightarrow W_{f_k} = -۴۰ \text{ J}$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$\text{گرماسنج: } \begin{cases} C_1 = ۸۴ \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}} \\ \theta_1 = ۱۰^\circ\text{C} \end{cases}$$

$$\text{آب: } \begin{cases} m_2 = ۴۸۰ \text{ g} \\ \theta_2 = ۱۰^\circ\text{C} \\ c_2 = ۴/۲ \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \end{cases}$$

$$\text{گلوله: } \begin{cases} C_3 = ۲۱۰ \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}} \\ \theta_3 = ? \end{cases}$$

$$\text{دمای تعادل: } \theta_e = ۱۲^\circ\text{C}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow C_1(\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2(\theta_e - \theta_2) + C_3(\theta_e - \theta_3) = 0$$

$$\Rightarrow ۸۴(۱۲ - ۱۰) + ۴۸۰ \times ۴/۲(۱۲ - ۱۰) + ۲۱۰(۱۲ - \theta_3) = 0$$

$$\Rightarrow ۴ + ۹۶ + ۶۰ - ۵\theta_3 = 0 \Rightarrow ۱۶۰ = ۵\theta_3 \Rightarrow \theta_3 = \frac{۱۶۰}{۵} = ۳۲^\circ\text{C}$$

طرفین را بر ۴۲ تقسیم می‌کنیم:

۴۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$۲۰^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_1} ۴۰^\circ\text{C} \text{ آب}$$

$$۵۰^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_2} ۴۰^\circ\text{C} \text{ آب}$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c \Delta \theta_1 + m_2 c \Delta \theta_2 = 0 \Rightarrow c(m_1 \times (۴۰ - ۲۰) + m_2 \times (۴۰ - ۵۰)) = 0 \Rightarrow ۲m_1 - ۱۰m_2 = 0 \Rightarrow ۲m_1 = ۱۰m_2$$

از طرف دیگر می‌دانیم: $m_1 + m_2 = ۶۰۰ \text{ g}$ در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} m_1 + m_2 = ۶۰۰ \text{ g} \\ m_2 = ۲m_1 \end{cases} \Rightarrow ۳m_1 = ۶۰۰ \text{ g} \Rightarrow m_1 = ۲۰۰ \text{ g}$$

$$P = P_0 + \frac{mg}{A} = 1.05 + \frac{20}{10 \times 10^{-4}} = 1/2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

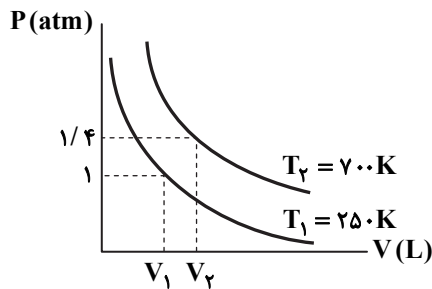
گاز زیر پیستون فرایندی هم فشار را انجام می دهد:

ارتفاع ستون گاز زیر پیستون پس از ۲۰ درصد کاهش برابر است با:

$$h_2 = 0.8 h_1 = 0.8 \times 40 = 32 \text{ cm}$$

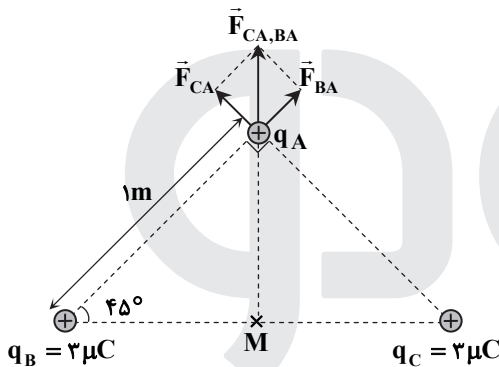
$$W = -P\Delta V = -PA\Delta h = -1/2 \times 10^5 \times 10 \times 10^{-4} \times (32 - 40) \times 10^{-2} = +9/6 \text{ J}$$

$$W' = -W = -9/6 \text{ J}$$



می دانیم در نمودارهای هم دمای گاز کامل در صفحه $P-V$ ، منحنی بالاتر مربوط به دمای بیشتر است.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times V_1}{250} = \frac{1/4 \times V_2}{700} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 2$$



$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$F_{CA} = F_{BA} = k \frac{|q_B||q_A|}{1^2} \Rightarrow F_{BA,CA} = \sqrt{F_{CA}^2 + F_{BA}^2} = \sqrt{2} F_{CA}$$

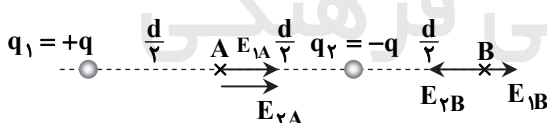
$$AM = AB \sin 45^\circ = 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m}$$

باید $F_{MA} = F_{CA,BA}$ باشد تا برابری نیروهای وارد بر q_A صفر شود.

$$k \times \frac{|q_M||q_A|}{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = \sqrt{2} \times k \times \frac{2 \times 10^{-6} \times |q_A|}{1^2} \Rightarrow |q_M| = 1/5 \sqrt{2} \times 10^{-6} \text{ C} = 1/5 \sqrt{2} \mu\text{C}$$

با توجه به شکل، نیروی $\vec{F}_{MA}$ لازم است رو به پایین باشد؛ بنابراین q_A و q_M ناهم نام هستند، پس:

$$q_M = -1/5 \sqrt{2} \mu\text{C}$$



$$E_{TA} = E_{1A} + E_{2A} = k|q| \left| \frac{4}{d^3} + \frac{4}{d^3} \right| = \frac{8k|q|}{d^3}$$

$$E_{TB} = |E_{1B} - E_{2B}| = k|q| \left| \frac{4}{9d^3} - \frac{4}{d^3} \right| = \frac{32k|q|}{9d^3}$$

$$\frac{E_{TA}}{E_{TB}} = \frac{\frac{8k|q|}{d^3}}{\frac{32k|q|}{9d^3}} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{1/8 \times 10^4}{E_{TB}} = \frac{9}{4} \Rightarrow E_{TB} = 8 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow 6 \times 10^{-12} = 1 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{30 \times 10^{-4}}{d} \Rightarrow d = 4/5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$|\Delta V| = Ed \Rightarrow 18 = E \times 4/5 \times 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow E = \frac{18}{4/5 \times 10^{-3}} = 4 \times 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$A = \pi r^2 = 3(2 \times 10^{-3})^2 = 12 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

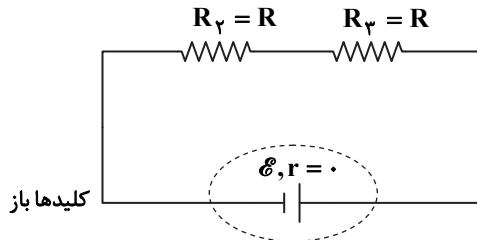
$$m = \rho V \Rightarrow 540 \times 10^{-3} = 9 \times 10^3 \times V \Rightarrow V = 6 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$V = AL \Rightarrow 6 \times 10^{-5} = 12 \times 10^{-6} \times L \Rightarrow L = 5 \text{ m}$$

$$R = \rho' \frac{L}{A} = 1/8 \times 10^{-8} \times \frac{5}{12 \times 10^{-6}} = 7/5 \times 10^{-3} \Omega$$

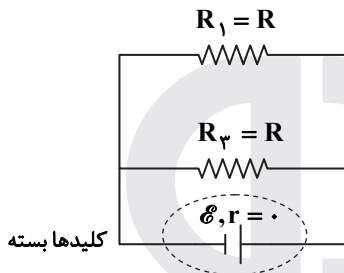
در پاسخ این سؤال برای اینکه نمادهای چگالی و مقاومت ویژه متفاوت باشند، مقاومت ویژه را با ρ' نشان دادیم.

هنگامی که کلیدها باز هستند، مدار در واقع به شکل روبه‌رو است:



$$R_{eq1} = 2R$$

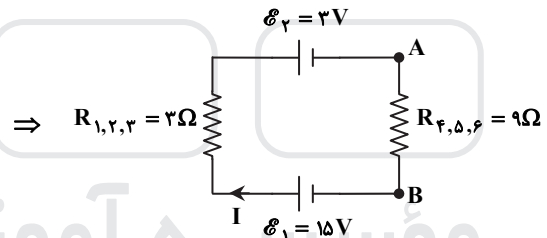
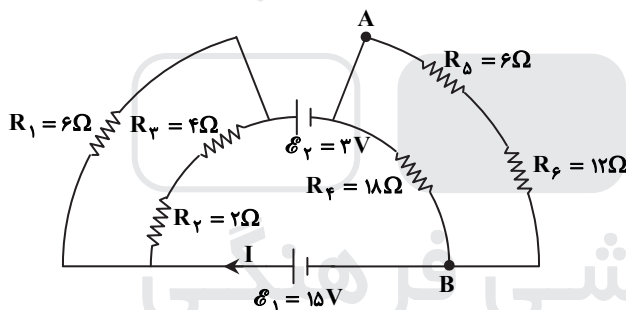
با بستن کلید k_2 ، دو سر مقاومت R_2 با سیم بدون مقاومت به یکدیگر متصل شده‌اند، لذا اختلاف پتانسیل دو سر آن صفر می‌شود و اصطلاحاً می‌گوییم مقاومت، «تصال کوتاه» شده است.



$$R_{eq2} = \frac{R}{2}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{\mathcal{E}^2}{R_{eq2}}}{\frac{\mathcal{E}^2}{R_{eq1}}} = \frac{R_{eq1}}{R_{eq2}} = \frac{2R}{\frac{R}{2}} = 4$$

با توجه به آرمانی بودن ولت‌سنج، درمی‌یابیم که $\mathcal{E}_2 = 3 \text{ V}$ است و می‌توان مدار را به صورت زیر ساده کرد.



$$R_{2,3} = R_2 + R_3 = 2 + 4 = 6 \Omega, \quad \frac{1}{R_{1,2,3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{2,3}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \Rightarrow R_{1,2,3} = 3 \Omega$$

$$R_{5,6} = R_5 + R_6 = 6 + 12 = 18 \Omega, \quad \frac{1}{R_{4,5,6}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{5,6}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{18} \Rightarrow R_{4,5,6} = 9 \Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_{1,2,3} + R_{4,5,6}} = \frac{15 - 3}{3 + 9} = 1 \text{ A} \Rightarrow V_A - V_B = R_{4,5,6} I = 9 \times 1 = 9 \text{ V}$$

اگر بار مثبت باشد، نیروی الکتریکی به طرف پایین صفحه بر آن وارد می‌شود و برای آنکه نیروی مغناطیسی هم به طرف پایین صفحه باشد، طبق قاعده دست راست، باید بار درون سو پرتاب شود.

اگر بار منفی باشد، جهت هر دو نیرو 180° تغییر می‌کند؛ یعنی هر دو نیرو به طرف بالای صفحه وارد می‌شود و در نتیجه، باز هم جهت حرکت بار در این حالت باید درون سو باشد. (بنابراین، نوع بار برای بیشینه شدن نیرو مهم نیست ولی اگر جهت معینی برای نیرو مدّنظر بود، نوع بار هم مهم می‌شد).

$$B_{\text{سیم‌لوله}} = B_{\text{پیچه}} \Rightarrow \left(\frac{\mu_0 N I}{\ell} \right)_{\text{سیم‌لوله}} = \left(\frac{\mu_0 N I}{2R} \right)_{\text{پیچه}} \Rightarrow \frac{8}{0.01} I_{\text{سیم‌لوله}} = \frac{200 \times 4}{10 \times 10^{-2}} \Rightarrow I_{\text{سیم‌لوله}} = 10 \text{ A}$$

اندازه میدان مغناطیسی در لحظه $t_1 = 0/25$ s نصف اندازه میدان مغناطیسی در لحظه $t_2 = 0/5$ s است.

$$\Delta B = 2 \times 10^{-3} - 1 \times 10^{-3} = 1 \times 10^{-3} \text{ T}$$

$$\Phi = B A \cos \theta = B A$$

$$\Rightarrow \Delta \Phi = \Delta(BA) = (\Delta B) \times A = 1 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-4} = 5 \times 10^{-7} \text{ Wb}$$

$$\bar{I} = \frac{\left| \frac{-N \Delta \Phi}{\Delta t} \right|}{R} \Rightarrow \bar{I} = \frac{N}{R} \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \frac{1}{20} \times \frac{5 \times 10^{-7}}{0/75 - 0/25} = 5 \times 10^{-8} \text{ A}$$

$$q = \bar{I} \Delta t = 5 \times 10^{-8} \times 0/5 = 2/5 \times 10^{-8} \text{ C} = 25 \text{ nC}$$

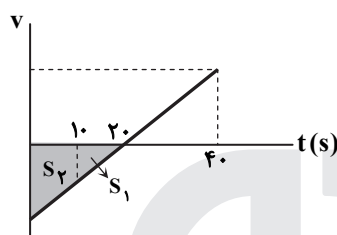
طبق رابطه $L = \frac{\mu N^2 A}{\ell}$ ، گزینه ۲ صحیح است.

متحرک در مدت $t = 0$ تا $t = 40$ s یک حرکت با شتاب ثابت دارد. با توجه به تقارن نمودار سرعت-زمان در این ۴۰ ثانیه می توان گفت که در $t = 20$ s حرکت (علامت سرعت) عوض می شود. پس بیشترین فاصله متحرک از نقطه شروع در $t = 20$ s است.

$$S_2 = |\Delta x| = 300 \text{ m}$$

برای بازه $t = 0$ تا $t = 10$ s:

با توجه به تشابه مثلث ها، می توان نوشت:



$$\frac{S_1}{S_1 + S_2} = \left(\frac{10}{20}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_1 + 300} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_1 = 100$$

$$\Rightarrow |\Delta x_{(0,20)}| = S_1 + S_2 = 400 \Rightarrow |x_{t=20} - x_0| = 400 \text{ m}$$

راه حل دوم:

$$v = at + v_0 \text{ و } v_{t=20} = 0 \Rightarrow 20a + v_0 = 0$$

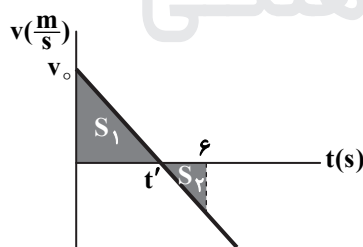
$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow -300 = 50a + 10v_0 \Rightarrow 5a + v_0 = -30$$

$$x_{t=20} - x_0 = \frac{1}{2} \times 2 \times 20^2 + 20 \times (-40) = -400 \text{ m} \Rightarrow |x_{t=20} - x_0| = 400 \text{ m}$$

با توجه به اینکه جابه جایی و مسافت طی شده هم اندازه نیستند، معلوم می شود که در مدت $t_1 = 0$ تا $t_2 = 6$ s جهت حرکت عوض می شود و از آنجا که شتاب حرکت ثابت است (نمودار $v-t$ خط مستقیم مایل است) و با توجه به اینکه علامت شتاب در هر چهار گزینه منفی است، شکل نمودار به صورت روبه رو است.

$$\left. \begin{aligned} \ell = S_1 + S_2 = 100 \\ d = S_1 - S_2 = 60 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_1 = 80 \text{ m}, S_2 = 20 \text{ m}$$

حالا به تشابه دو مثلث توجه کنید. با توجه به اینکه مساحت مثلث دوم $\frac{1}{4}$ مساحت مثلث اولی است، پس می توان گفت نسبت تشابه ۱ به ۲ است.



$$\frac{t'}{6-t'} = \frac{2}{1} \Rightarrow t' = 4 \text{ s}$$

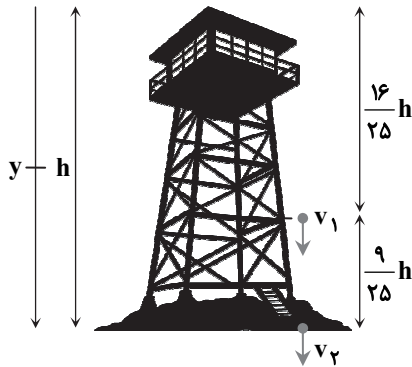
$$S_1 = \frac{v_0 \times t'}{2} \Rightarrow 80 = \frac{v_0 \times 4}{2} \Rightarrow v_0 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v(4) = 0 \Rightarrow 4a + 40 = 0 \Rightarrow a = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

یعنی در $t' = 4$ s جهت حرکت عوض می شود.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۶۲- پاسخ: گزینه ۲



$$v^2 = 2g\Delta y \Rightarrow \begin{cases} v_1^2 = 2g(\frac{16}{25}h) \Rightarrow (28)^2 = 2g(\frac{16}{25}h) \\ v_2^2 = 2gh \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\frac{v_2}{28})^2 = \frac{25}{16} \Rightarrow \frac{v_2}{28} = \frac{5}{4} \Rightarrow v_2 = 35 \frac{m}{s}$$

$$v = gt \Rightarrow 35 = 10t \Rightarrow t = 3.5 s$$

جهت مثبت محور y را روبه پایین در نظر گرفته ایم.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۳- پاسخ: گزینه ۳

a_1 اندازه شتاب در حالت اول است. $F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma_1$ حالت اول

a_2 اندازه شتاب در حالت دوم است. $F_{net} = ma \Rightarrow f_k = ma_2$ حالت دوم

$$a_1 = a_2 \Rightarrow F - f_k = f_k \Rightarrow F = 2f_k \Rightarrow f_k = 10 N$$

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg \Rightarrow 10 = 40\mu_k \Rightarrow \mu_k = 0.25$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۴- پاسخ: گزینه ۲

حالت اول: $F_{e1} - mg = 0 \Rightarrow F_{e1} = mg$

حالت دوم: $F_{e2} - 2mg = 2ma \Rightarrow F_{e2} = 2m(g + a)$

$$\frac{F_{e2}}{F_{e1}} = \frac{2m(g + a)}{mg} = \frac{2 \times (10 + 2)}{10} = \frac{24}{10}$$

$$F_e = kx \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{F_{e2}}{F_{e1}} \Rightarrow \frac{x_2}{65 - 60} = \frac{24}{10} \Rightarrow x_2 = 12 \text{ cm}$$

$$L_2 = L_0 + x_2 = 60 + 12 = 72 \text{ cm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۵- پاسخ: گزینه ۳

در گردش ماهواره به دور زمین اگر r شعاع مدار ماهواره و M_e جرم زمین باشد، داریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_e}} \text{ دوره حرکت ماهواره}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \text{ تندی حرکت ماهواره}$$

دوره و تندی ماهواره به جرم ماهواره بستگی ندارد.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \cdot \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = 2$$

$$\frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{r_A}{r_B}} \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^3} = \frac{1}{8}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۶۶- پاسخ: گزینه ۴

$$\Delta \frac{T}{4} = 3 \Rightarrow T = 2/4 s$$

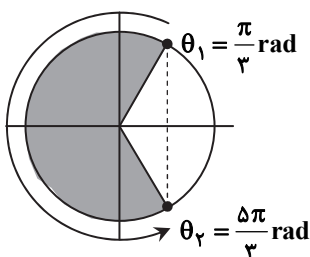
$$x(t) = A \cos \omega t \Rightarrow \Delta = 10 \cos \omega t \Rightarrow \cos \omega t = \frac{1}{2}$$

روی دایره مثلثاتی، $\cos \theta = \frac{1}{2}$ در ربع اول و چهارم جواب دارد.

Δt مدت زمانی است که زاویه $\theta = \omega t$ از $\frac{\pi}{3}$ تا $\frac{5\pi}{3}$ تغییر می کند.

$$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1 = \omega t_2 - \omega t_1 = \omega \Delta t$$

$$\Rightarrow \frac{5\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{T} \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{4\pi}{3} = \frac{2\pi}{2/4} \Delta t \Rightarrow \Delta t = 1/6 s$$



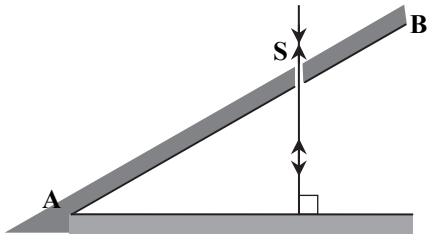
$$E = 2\pi^2 m f^2 A^2 \Rightarrow 5 = 2 \times 10 \times 0.25 \times f^2 \times \left(\frac{5}{100}\right)^2 \Rightarrow f^2 = 400 \Rightarrow f = 20 \text{ Hz}$$

$$\frac{v}{\lambda} = 180 \Rightarrow \lambda = 120 \text{ cm} = 1/2 \text{ m}$$

$$\lambda = vT \Rightarrow 1/2 = 5T \Rightarrow T = \frac{1/2}{5} = 0.2 \text{ s} = 200 \text{ ms}$$

۱۸۰ ms برابر $\frac{3T}{4}$ است. بنابراین پس از گذشت $\frac{3T}{4}$ ، نقطه P به وضعیت $y_P = +6 \text{ mm}$ و نقطه Q به وضعیت $y_Q = -6 \text{ mm}$ می‌رسد.

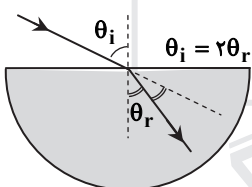
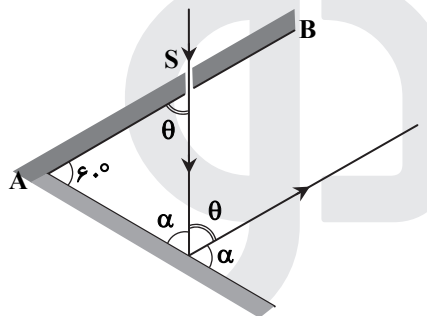
برای آنکه پرتوی نور روی خودش برگردد، باید بر سطح آینه تخت عمود باشد؛ یعنی شکل روبه‌رو.



اما در شکل اولیه وضعیت به ترتیب زیر بوده است:

$$\begin{cases} \alpha + \theta + 60^\circ = 180^\circ \\ \alpha + \theta + \alpha = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \alpha = \theta = 60^\circ$$

از مقایسه این دو وضعیت معلوم می‌شود که آینه نسبت به وضعیت اولیه، 30° پادساعت‌گرد چرخیده است.



$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 2\theta_r}{\sin \theta_r} = \frac{1/6}{1} \Rightarrow \frac{2 \sin \theta_r \cos \theta_r}{\sin \theta_r} = 1/6$$

$$\Rightarrow \cos \theta_r = 0.8 \Rightarrow \theta_r = 37^\circ \Rightarrow \theta_i = 2\theta_r = 74^\circ$$

در حالت اول، تار در هماهنگ چهارم است.

$$f_4 = 600 \text{ Hz} \Rightarrow 4f_1 = 600 \Rightarrow f_1 = 150 \text{ Hz}$$

در حالت دوم، ۴ گره و ۳ شکم تشکیل می‌شود (تعداد گره‌ها در تار دو سر بسته، یکی بیشتر از تعداد شکم‌ها است)؛ یعنی هماهنگ سوم.

$$f_3 = 360 \text{ Hz} \Rightarrow 3f_1 = 360 \Rightarrow f_1 = 120 \text{ Hz}$$

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{v}{2L} \\ v &= \sqrt{\frac{F}{\mu}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{f_1 \text{ جدید}}{f_1 \text{ اولیه}} = \frac{v \text{ جدید}}{v \text{ اولیه}} = \sqrt{\frac{F \text{ جدید}}{F \text{ اولیه}}} \Rightarrow \frac{120}{150} = \sqrt{\frac{F \text{ جدید}}{F \text{ اولیه}}} \Rightarrow \frac{F \text{ جدید}}{F \text{ اولیه}} = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow K_{\max} = \frac{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{150 \times 10^{-9}} - 5 = 8 - 5 = 3 \text{ eV} = 3 \times 1.6 \times 10^{-19} = 4.8 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-31} \times v^2 = 4.8 \times 10^{-19} \Rightarrow v^2 = \frac{9.6 \times 10^{-19}}{9 \times 10^{-31}} = \frac{9.6}{9} \times 10^{12} = 1.06 \times 10^{12} \Rightarrow v = 1.06 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۷۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۵)

جذب فوتون سبب بالا رفتن تراز انرژی الکترون می‌شود، پس گزینه ۴ نادرست است.

$$\text{انرژی فوتون جذب شده: } \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240}{434} \approx 2.86 \text{ eV}$$

$$E_3 - E_2 = \frac{-13/6}{9} - \frac{-13/6}{4} = \frac{5}{36} \times 13/6 \approx 1.89 \text{ eV}$$

$$E_5 - E_2 = \frac{-13/6}{25} - \frac{-13/6}{4} = \frac{21}{100} \times 13/6 \approx 2.86 \text{ eV}$$

البته نیازی به حساب کردن $E_5 - E_3$ نیست؛ زیرا $E_5 - E_2$ با انرژی فوتون جذب شده برابر است.

$$E_5 - E_3 = \frac{-13/6}{25} - \frac{-13/6}{9} = \frac{16 \times 13/6}{225} \approx 0.97 \text{ eV}$$

نکته: طول موج ۴۳۴ نانومتر مرئی بوده، در نتیجه مربوط به یکی از خط‌های طیفی رشته‌ی بالمر ($n' = 2$) است. پس کافی است یکی از گزینه‌های ۱ و ۲ را بررسی کنیم. البته نادرستی گزینه ۱ بدون محاسبه هم معلوم است؛ چون به ازای $n_U = 3$ ، بلندترین طول موج مرئی مربوط به $n' = 2$ حدود ۶۶۰ نانومتر به دست می‌آید.

۷۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

کاستی جرم هسته برابر تفاوت جرم هسته با مجموع جرم نوکلئون‌های سازنده آن است. انرژی بستگی هسته برابر انرژی معادل کاستی جرم هسته است.

$$E = mc^2 = 13/2 \times 10^{-27} \times 10^{-3} \times (3 \times 10^8)^2 \Rightarrow E = 3/2 \times 9 \times 10^{-14} \text{ J}$$

$$E = 3/2 \times 9 \times 10^{-14} \times \frac{1 \text{ eV}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}} = 18 \times 10^5 \text{ eV} = 1.8 \text{ MeV}$$

۷۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۶)

$$N = \frac{N_0}{2^n} \quad \text{تعداد هسته‌های باقی‌مانده}$$

$$N' = N_0 - \frac{N_0}{2^n} = N_0 \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) \quad \text{تعداد هسته‌های واپاشیده‌شده}$$

$$\text{رابطه (۱): } 48 \times 10^{24} = N_0 \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) \quad \text{در مدت } t$$

$$\text{رابطه (۲): } 48 \times 10^{24} + 12 \times 10^{24} = 60 \times 10^{24} = \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) \times N_0 = N_0 \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) \left(1 + \frac{1}{2^n}\right) \quad \text{در مدت } 2t$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم روابط (۱) و (۲) بر هم}} \frac{48 \times 10^{24}}{60 \times 10^{24}} = \frac{N_0 \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)}{N_0 \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) \left(1 + \frac{1}{2^n}\right)} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2^n}}$$

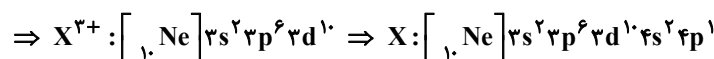
$$\Rightarrow \frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{2^n} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{2^n} \Rightarrow n = 2 \Rightarrow T_{1/2} = \frac{t}{n} = \frac{t}{2}$$

شیمی

۷۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۱

$$\frac{\text{تعداد الکترون‌های لایه سوم}}{8} = 2/25 \Rightarrow \text{تعداد الکترون‌های لایه سوم} = 18$$



$$\Rightarrow \text{عدد اتمی} = 31 \quad \text{شماره گروه} = 13$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۲ و فصل ۳ شیمی ۳

۷۷- پاسخ: گزینه ۳

X و Z به ترتیب گوگرد و اکسیژن هستند که می‌توانند با یکدیگر مولکول قطبی SO_2 که ساختاری خمیده دارد را تشکیل دهند.
بررسی سایر گزینه‌ها:

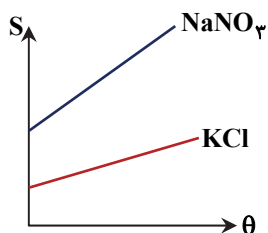
(۱) عنصرهای M و Y نیز مانند عنصرهای Z و X، هم‌گروه هستند و خواص شیمیایی یکسانی دارند.

(۲) X جزو نافلزها است که سطح صیقلی و براق ندارند.

(۴) عنصر Y سیلیسیم است که در طبیعت به حالت خالص یافت نمی‌شود.

عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند.

الف) عرض از مبدأ نمودار پتاسیم کلرید کمتر از نمودار سدیم نیترات است و از طرفی شیب نمودار آن نیز کمتر است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در هر دمایی، انحلال‌پذیری پتاسیم کلرید کمتر است.



$$S_1 = 0.3\theta + 27 \xrightarrow{\theta=40} S_1 = (0.3 \times 40) + 27 = 39 \quad (\text{ب})$$

در دمای ۴۰ درجه سلسیوس، انحلال‌پذیری KCl برابر ۳۹ گرم نمک در ۱۰۰ گرم آب است.

$$\text{درصد جرمی} = \frac{39 \text{ (گرم حل‌شونده)}}{139 \text{ (گرم محلول)}} \times 100 \approx 28$$

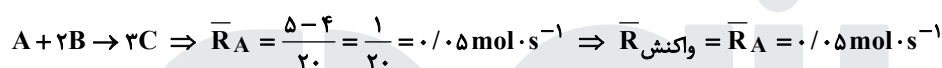
پ) تأثیر دما بر انحلال‌پذیری سدیم نیترات بیشتر است، زیرا شیب نمودار آن بیشتر می‌باشد.
(ت)

$$S_1 = 0.3\theta + 27 \begin{cases} \theta = 60 \Rightarrow S_1 = 45 \text{ (محلول ۱۴۵g)} \\ \theta = 30 \Rightarrow S_1 = 36 \text{ (محلول ۱۳۶g)} \end{cases} \Rightarrow \text{رسوب } 145 - 136 = 9 \text{ g}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۲

۷۹- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به تغییرات مقدار مول مواد بر روی نمودار، معادله واکنش به صورت زیر است:



▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۱

۸۰- پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) شمار اتم‌ها در $\text{Fe}(\text{OH})_3$ و Ca_3N_2 برابر ۵ است.

ب) شکل هندسی یون سولفات (SO_4^{2-}) متفاوت از CO_3^{2-} و NO_3^- است.

پ) آب دریا دارای Cl^- است و با AgNO_3 ، رسوب AgCl تشکیل می‌دهد.

ت) در همه روش‌های تصفیه آب، میکروب‌ها در آب باقی می‌مانند و نیاز به کلرزنی است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۱

۸۱- پاسخ: گزینه ۴

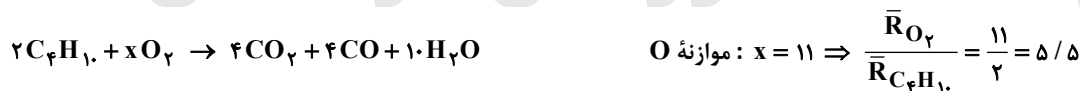
$$\text{mol HNO}_3 = 2 \times 0.1 = 0.2 \Rightarrow \text{جرم HNO}_3 = 0.2 \times 63 = 12.6 \text{ g}$$

$$12.6 \text{ g HNO}_3 \times \frac{100 \text{ g محلول}}{50 \text{ g HNO}_3} \times \frac{1 \text{ mL محلول}}{1.26 \text{ g محلول}} = 20 \text{ mL}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۲

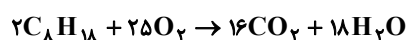
۸۲- پاسخ: گزینه ۲

۲ مول بوتان شامل ۸ مول اتم کربن است که ۴ مول آن به CO_2 و ۴ مول آن به CO تبدیل می‌شود و ۲۰ مول اتم H نیز به H_2O تبدیل می‌شوند.



▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۲

۸۳- پاسخ: گزینه ۱



$$4/56 \text{ L C}_8\text{H}_{18} \times \frac{1000 \text{ mL C}_8\text{H}_{18}}{1 \text{ L C}_8\text{H}_{18}} \times \frac{0.8 \text{ g C}_8\text{H}_{18}}{1 \text{ mL C}_8\text{H}_{18}} \times \frac{1 \text{ mol C}_8\text{H}_{18}}{114 \text{ g C}_8\text{H}_{18}} \times \frac{25 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol C}_8\text{H}_{18}} \times \frac{22.4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} \times \frac{100 \text{ L هوا}}{20 \text{ L O}_2} = 4480 \text{ L}$$

$$4/56 \text{ L C}_8\text{H}_{18} \times \frac{1000 \text{ mL C}_8\text{H}_{18}}{1 \text{ L C}_8\text{H}_{18}} \times \frac{0.8 \text{ g C}_8\text{H}_{18}}{1 \text{ mL C}_8\text{H}_{18}} \times \frac{1 \text{ mol C}_8\text{H}_{18}}{114 \text{ g C}_8\text{H}_{18}} \times \frac{5450 \text{ kJ}}{1 \text{ mol C}_8\text{H}_{18}} = 17440 \text{ kJ}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۲

۸۴- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

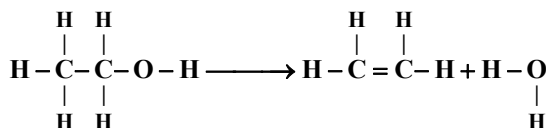
عبارت دوم: این رابطه همواره برقرار نیست. برای نمونه، هرچند تعداد لایه‌های الکترونی اشغال شده Sr ۳۸ بیشتر از K ۱۹ است، اما این عنصر شعاع اتمی کوچک‌تری دارد.

عبارت سوم: کاتیون‌های Zn^{2+} ، Cu^+ و Ga^{3+} دارای ۱۰ الکترون در زیرلایه ۳d هستند.

۸۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۲

- (۱) چهارمین عضو خانواده آلکن ها، C_4H_8 است که از سوختن هر مول از آن، ۵ مول آب تولید می شود.
 (۲) از سوختن ۱ مول اتیلن گلیکول ($C_2H_6O_2$)، ۳ مول آب تولید می شود.
 (۳) استر موجود در آناناس، اتیل بوتانوات ($C_4H_8O_2$) است که از سوختن هر مول از آن، ۶ مول آب تولید می شود.
 (۴) ترکیب آلی موجود در بادام، بنزالدهید (C_7H_6O) است که از سوختن هر مول از آن، ۳ مول آب تولید می شود.

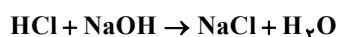
۸۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۲



۴ پیوند C-H، ۱ پیوند O-H در هر دو طرف معادله، قابل حذف شدن هستند و در محاسبات دخالتی ندارند.

$$\Rightarrow \Delta H = [(C-H) + (C-C) + (C-O)] - [(C=C) + (O-H)] \quad \Delta H = (412 + 348 + 360) - (612 + 463) = +45 \text{ kJ}$$

۸۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۲



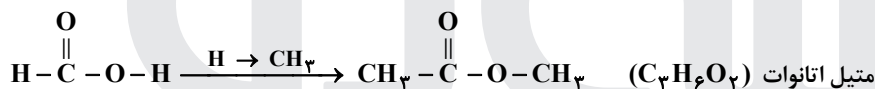
$$\frac{7/3 \times 10^{-3}}{36/5} \times \frac{50}{100} = \frac{x}{40} \Rightarrow x = 4 \times 10^{-3} \text{ g NaOH}$$

$$\text{جرم محلول} = 50 \times 1/0.2 = 510 \text{ g}$$

$$\text{ppm}(\text{NaOH}) = \frac{4 \times 10^{-3}}{510} \times 10^6 = 7/84$$

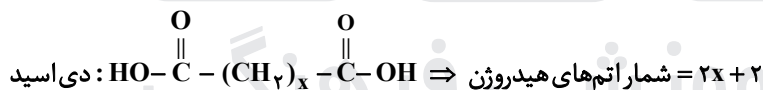
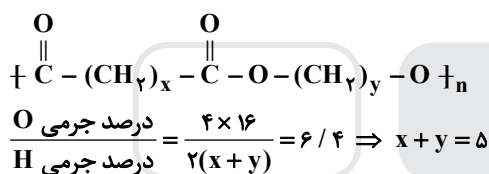
۸۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۲ و فصل ۲ شیمی ۳

ساده ترین عضو خانواده اسیدهای آلی، متانوئیک اسید است.



متیل اتانوات با پروپانوئیک اسید ($\text{CH}_3\text{CH}_2\text{COOH}$) ایزومر است، اما برخلاف آن، نمی تواند با مولکول های خود پیوند هیدروژنی برقرار کند؛ به همین دلیل نقطه جوش کمتری دارد.

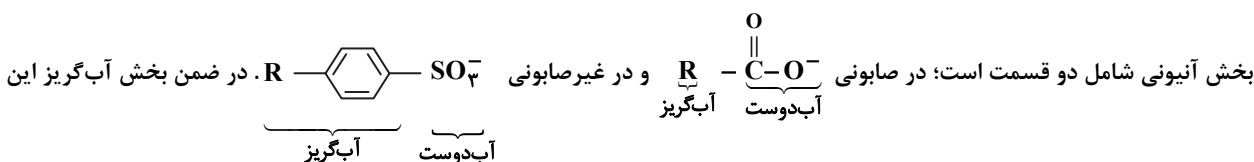
۸۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فصل ۳ شیمی ۲



$$\text{مجموع شمار اتم های هیدروژن} = 2x+2y+4 = 2(x+y)+4 = 14$$

۹۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱ شیمی ۳

در پاک کننده صابونی، CO_3^{2-} و در پاک کننده غیرصابونی، SO_3^{2-} وجود دارد؛ پس «الف» صابونی و «ب» غیرصابونی است، اما در هر دو،



دو پاک کننده، یکسان نیست.

به طور کلی در پاک کننده ها، چربی جذب بخش آب گریز می شود، سپس به واسطه حضور بخش آب دوست، مجموعه حاصل در آب پراکنده می گردد.

۹۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۳

pH محلول ۰/۰۱ مولار هیدروئیدیک اسید برابر با ۲ است و pH محلول باز برابر با ۱۰ است:

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-10} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$[\text{OH}^-] = \alpha \cdot M \Rightarrow \alpha = \frac{10^{-4}}{0.02} = 5 \times 10^{-3} \Rightarrow \alpha\% = 0.5$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فصل ۱ شیمی ۳

(۱) اتانول و استون به صورت مولکولی در آب حل می‌شوند و محلول آن‌ها رسانای جریان برق نیست.

(۴) HCl ، به طور کامل در آب یونیده شده و الکترولیت قوی به حساب می‌آید.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۲ شیمی ۱

$$\cdot / ٧٥ \text{ mol O}_٣ \times \frac{٣ \text{ mol اتم}}{١ \text{ mol O}_٣} = \cdot / ٧٥ \text{ mol اتم}$$

گزینه ۸: گرم متان معادل نیم مول از این گاز است که حجم آن با ۰/۵ مول گاز Ne ($10^{-3} \times 0.1 \times 3$ اتم Ne) در شرایط یکسان، برابر است.

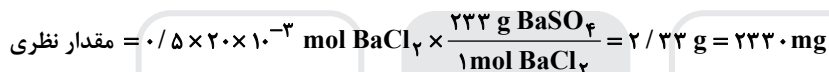
و در شرایط یکسان، حجم یکسانی دارند. ($\text{CO} = \text{N}_2 = 28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

یکدیگر برابر می باشد. ($C_3H_8 = CO_2 = 44 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

معادله شمای، واکنش، انجام شده به صورت زیر است:



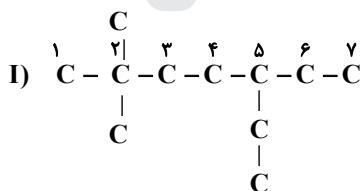
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۲



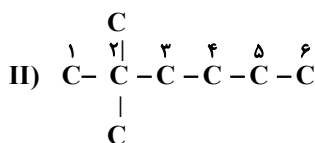
$$\text{بازده درصدی} = \frac{1910/6}{2330} \times 100 = 82\%$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۱ شیمی ۲

پسندید؟



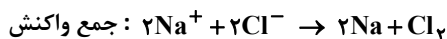
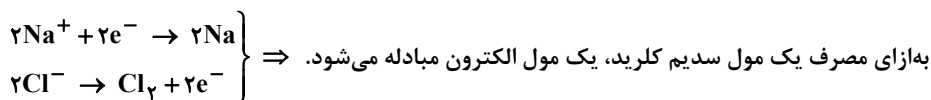
دارای ۲۴ پیوند C-H و ۱۰ پیوند C-C



دارای ۱۸ پیوند C-H و ۷ پیوند C-C

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فصل ۳ شیمی ۲

در ساختار مولکول داده شده، ۵ گروه CH و ۳ گروه CH_۲ وجود دارد.



$$12 / 0.4 \times 10^{21} \text{e}^- \times \frac{1 \text{ mol e}^-}{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{e}^-} \times \frac{58.5 \text{ g NaCl}}{1 \text{ mol e}^-} = 1 / 17 \text{ g NaCl}$$

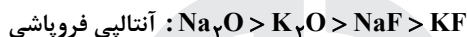
بر اساس داده های سؤال می توان نتیجه گرفت:

- فلز M کاهنده تر از فلز X و یون های X^{2+} اکسندۀ تر از یون های M^{2+} هستند.
- فلز Y کاهنده تر از فلز X و یون های X^{2+} اکسندۀ تر از یون های Y^{2+} هستند.
- قدرت کاهندگی فلزهای M و Y و همچنین قدرت اکسندگی کاتیون های آنها بر اساس این داده ها قابل مقایسه نیست.

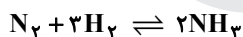
گزینه ۱: هسته اتم های سازنده مولکول های سه اتمی خمیده، بر روی یک خط راست قرار نمی گیرد، مانند H_2O

گزینه ۲: گشتاور دوقطبی کربونیل سولفید صفر نیست و در میدان الکتریکی جهت گیری می کند.

گزینه ۴: بار جزئی اتم مرکزی در مولکول های خطی، می تواند مثبت یا منفی باشد.



طبق اصل لوشاتلیه، ۱ مول O_2 اضافه شده به ظرف تا برقراری تعادل جدید، به طور کامل مصرف نمی شود، در نتیجه از مقدار SO_2 نیز ۲ مول مصرف نمی شود.



$$1-x \quad 2-3x \quad 2x$$

$$1-x+2-3x+2x=2 \Rightarrow x=0.5$$

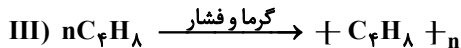
$$[\text{N}_2]=1-x=0.5$$

$$[\text{H}_2]=2-3x=0.5$$

$$[\text{NH}_3]=2x=1$$

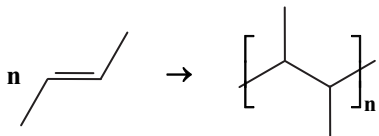
$$K = \frac{[\text{NH}_3]^2}{[\text{N}_2][\text{H}_2]^3} = \frac{(1)^2}{(0.5)(0.5)^3} = 16$$

فقط عبارت چهارم درست است.



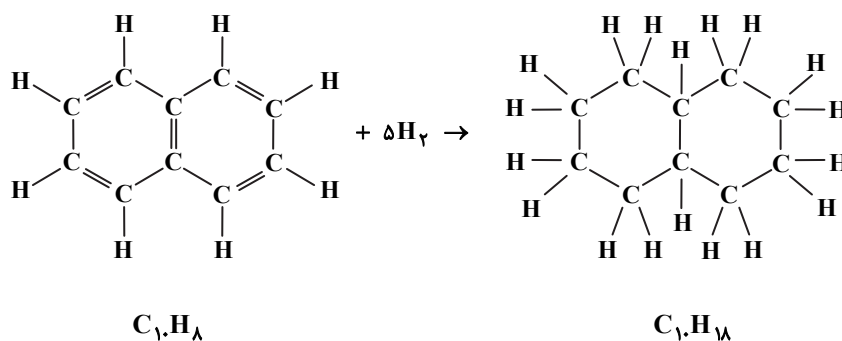
■ فرآورده واکنش های (II) و (IV)، سیر شده هستند و از آنها نمی توان به عنوان مونومر استفاده کرد.

■ تفاوت جرم مولی $\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}$ و C_6H_8 در جرم ۱ مول O است، نه جرم ۱ مول O_2 !



$$\text{C}_6\text{H}_9\text{Cl}: 6C + 9(+1) + (-1) = 0 \Rightarrow 6C = -8$$

$$\text{C}_6\text{H}_{11}\text{O}: 6C + 11(+1) + (-2) = 0 \Rightarrow 6C = -8$$



بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) جرم مولی C_6H_{12} ، برابر با $96 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ است.

(۳) در ساختار ترکیب به دست آمده، ۱۱ پیوند $C-C$ وجود دارد.

(۴) از آنجایی که هر اتم کربن، ۴ و هر اتم هیدروژن، ۱ الکترون ظرفیت دارد و برای تشکیل هر پیوند اشتراکی، ۲ الکترون به اشتراک گذاشته می‌شود، از رابطه زیر می‌توان برای شمارش پیوندهای اشتراکی در یک هیدروکربن استفاده کرد:

$$\text{تعداد پیوندهای اشتراکی در هیدروکربن‌ها} = \frac{(\text{تعداد کربن‌ها} \times 4) + (\text{تعداد هیدروژن‌ها} \times 1)}{2} \Rightarrow \frac{(4 \times 10) + (1 \times 18)}{2} = 29$$

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی