شماره داوطلب

نام خانوادگی و نام

- - -

خراسان رضوی

شهر

سروش اندیشه

مؤسسه فرهنگی هنری

کد آزمون ۱۲۱۷

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

دفترچه شماره ۱

جمهوری اسلامی ایران
وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی
موسسه سروش اندیشه حیات

پاسخنامه آزمون شبیه ساز کنکور

گروه آزمایشی علوم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۱۰۵عدد	مدت پاسخگویی: ۱۴۵دقیقه

عنوان مواد امتحانی تعداد،شماره سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

برای مشاهده پاسخنامه آزمون به سایت موسسه مراجعه نمایید

www.konkur.in

ریاضیات

۱- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x-a$ برابر $p(a)$ است. داریم:

$$p(-۲)=۲(-۸)+۲a+۳=-۱\Rightarrow a=۶$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲- **گزینهٔ «۴»** *(جمشید عباسی)*

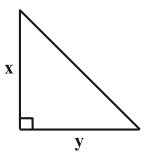
نقاط M، N و P به ترتیب میانگین مختصات نقاط «A و B»، «B و C» و «A و C» هستند. پس داریم:

$$\left.\begin{array}{l} M=\dfrac{A+B}{۲} \\ N=\dfrac{B+C}{۲} \\ P=\dfrac{A+C}{۲} \end{array}\right\}\Rightarrow A=M+P-N$$

پس مختصات نقطهٔ A به صورت $A(۴,-۲)$ است که فاصلهٔ آن از مبدأ مختصات برابر $\sqrt{۴^۲+(-۲)^۲}=\sqrt{۲۰}=۲\sqrt{۵}$ است.

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۳۰ و ۳۲)

۳- **گزینهٔ «۱»** *(سعید تن‌آرا)*



مثلث بالا را در نظر می‌گیریم، ارتفاع وارد بر وتر از رابطهٔ $h=\dfrac{xy}{\sqrt{x^۲+y^۲}}$ به دست می‌آید. حال چون $y=۴-x$ داریم:

$$h(x)=\frac{x(۴-x)}{\sqrt{x^۲+(۴-x)^۲}}=\frac{۴x-x^۲}{\sqrt{۲x^۲-۸x+۱۶}}=\frac{۴-(x-۲)^۲}{\sqrt{۲}\sqrt{(x-۲)^۲+۴}}$$

در جواب معادلهٔ $h'(x)=۰$، مقدار h بیشترین مقدار خود را دارد:

$$h'(x)=\frac{-(x-۲)\left((x-۲)^۲+۱۲\right)}{\sqrt{۲}\sqrt{\left((x-۲)^۲+۴\right)^۳}}\xrightarrow{h'(x)=۰}x=۲$$

البته این قابل حدس نیز بود. زمانی شرط مسئله برقرار می‌شود که مثلث متساوی‌الساقین باشد. در این شرایط وتر $۲\sqrt{۲}$ و ارتفاع وارد بر آن $\sqrt{۲}$ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۴- **گزینهٔ «۲»** *(مسعود برملا)*

$x=۱$ طول نقطه عطف نمودار تابع است که خط مماس در آن افقی است.

$$f'(x)=۳ax^۲-۶x+b\ ;\ f'(۱)=۰\Rightarrow ۳a+b=۶ \qquad (۱)$$

$$f''(x)=۶ax-۶\ \ ;\ \ f''(۱)=۰\Rightarrow a=۱\xrightarrow{(۱)}b=۳\Rightarrow ab=۳$$

نکته: در تابع $y=ax^۳+bx^۲+cx+d$ اگر خط مماس بر نمودار در نقطه عطف افقی باشد، تساوی $b^۲=۳ac$ برقرار است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)

۵- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

جملات دنبالهٔ a_n به صورت زیر است:

$$۰\ ,\ ۳\ ,\ ۶\ ,\ ۹\ ,\ ۱۲\ ,\ ۱۵\ ,\ ۱۸\ ,\ \ldots$$

اعداد دورقمی این دنباله عبارت‌اند از: $۱۲\ ,\ ۱۵\ ,\ ۱۸\ ,\ \ldots$

حال دنبالهٔ هندسی با بیشترین تعداد جمله ممکن با این اعداد، طوری ساخته می‌شود که جملهٔ اول آن ۱۲ و قدرنسبت آن ۲ باشد:

$$g_n: ۱۲\ ,\ ۲۴\ ,\ ۴۸\ ,\ ۹۶$$

که مجموع جملات آن برابر است با ۱۸۰.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۶- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

در حالت‌های زیر مجموعهٔ جواب‌های نامعادله $\mathbb{R}$ است:

الف) $x^۳+ax^۲+b$ مکعب $x+۱$ باشد که امکان‌پذیر نیست.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ب) $x^۳+ax^۲+b$ حاصل‌ضرب $(x+۱)(x-x_۰)^۲$ باشد.

$$\Rightarrow x^۳+ax^۲+b=(x+۱)(x^۲-۲x_۰x+x_۰^۲)$$

$$=x^۳+(۱-۲x_۰)x^۲+(x_۰^۲-۲x_۰)x+x_۰^۲$$

با متحد قراردادن دو عبارت داریم:

$$x_۰^۲-۲x_۰=۰\Rightarrow x_۰=۰ \text{ یا } ۲$$

$$\xrightarrow{x_۰=۰} a=۱\ ,\ b=۰\Rightarrow ab=۰$$

$$\xrightarrow{x_۰=۲} a=-۳\ ,\ b=۴\Rightarrow ab=-۱۲$$

پ) $x^۳+ax^۲+b$ به صورت حاصل‌ضرب $x+۱$ در یک عبارت درجه دوم باشد که Δ ی عبارت درجه دوم منفی باشد:

$$\xrightarrow{b=۱-a}\Rightarrow x^۳+ax^۲+b=(x+۱)(x^۲+(a-۱)x+۱-a)$$

دقت کنید که $x=-۱$ ریشهٔ $x^۳+ax^۲+b$ است، پس $-۱+a+b=۰$ است.

$$\Rightarrow \Delta=(a-۱)^۲-۴(۱-a)=(a-۱)(a+۳)<۰\Rightarrow -۳<a<۱$$

حاصل‌ضرب a و b در این شرایط $a(۱-a)$ است:

$$ab=a(۱-a)=a-a^۲=\frac{۱}{۴}-(a-\frac{۱}{۲})^۲$$

$$\xrightarrow{-۳<a<۱} -۱۲<a-a^۲\le\frac{۱}{۴}$$

در نهایت حدود ab بازهٔ $[-۱۲\ ,\ \frac{۱}{۴}]$ خواهد شد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۷- **گزینهٔ «۳»** *(جهانبخش نیکنام)*

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{۱}{x(x+۱)}+\frac{۲}{(x+۱)(x+۳)}=\frac{۱}{۵}$$

$$\Rightarrow(\frac{۱}{x}-\frac{۱}{x+۱})+(\frac{۱}{x+۱}-\frac{۱}{x+۳})=\frac{۱}{۵}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{x}-\frac{۱}{x+۳}=\frac{۳}{x^۲+۳x}=\frac{۱}{۵}$$

$$\Rightarrow x^۲+۳x=۱۵\Rightarrow x^۲+۳x-۱۵=۰$$

این معادله دو جواب حقیقی دارد که مجموع مربعات آن‌ها برابر است با:

$$\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P=(-۳)^۲-۲(-۱۵)=۳۹$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۷ تا ۹ و ۱۷ تا ۱۹)

۸- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا راسخ)*

اگر $m>۰$ باشد، برد تابع نمی‌تواند بازهٔ محدود $[-۱\ ,\ -\frac{m}{۴}]$ باشد، پس $m<۰$ است و در این شرایط تابع f اکیداً نزولی است؛ زیرا از مجموع دو تابع اکیداً نزولی تشکیل شده‌است و دامنهٔ تابع نیز بازهٔ $[۰\ ,\ -\frac{۱}{m}]$ است.

$$f(۰)=۱$$

$$f(-\frac{۱}{m})=-۲\sqrt{-\frac{۱}{m}}$$

پس برد تابع بازهٔ $[-۲\sqrt{-\frac{۱}{m}}\ ,\ ۱]$ خواهد شد و داریم:

$$-\frac{m}{۴}=۱\Rightarrow m=-۴\Rightarrow f(x)=\sqrt{۱-۴x}-۲\sqrt{x}$$

اگر $f^{-۱}(۰)$ را a در نظر بگیریم، داریم:

$$f(a)=\sqrt{۱-۴a}-۲\sqrt{a}=۰\Rightarrow ۱-۴a=۴a\Rightarrow a=\frac{۱}{۸}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸

حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹- **گزینهٔ «۳»** *(محمد کوررزی)*

ابتدا ضابطهٔ تابع fog را به دست می‌آوریم:

$$(fog)(x)=f\big(g(x)\big)=\frac{۱}{۴}\Big(۳g(x)-[\frac{g(x)}{۲}]\Big)$$

$$=\frac{۱}{۴}\Big(۶[۲x]+۱۲x-\big[[۲x]+۲x\big]\Big)\Rightarrow(fog)(x)=[۲x]+۳x$$

حال برای محاسبهٔ مقدار $(fog)^{-۱}(\sqrt{۷۰})$ باید معادلهٔ $(fog)(x)=\sqrt{۷۰}$ را حل کنیم:

$$\Rightarrow[۲x]+۳x=\sqrt{۷۰}\qquad(*)$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حال از طرفین تساوی بالا جزء صحیح می‌گیریم، داریم: $[۲x]+[۳x]=۸$

از طرفی برای عبارت $[۲x]+[۳x]$ می‌توانیم تساوی‌های زیر را بنویسیم:

$$[۲x]+[۳x]=\begin{cases}۵n & ; \quad n\le x<n+\frac{۱}{۳}\\ ۵n+۱ & ; \quad n+\frac{۱}{۳}\le x<n+\frac{۱}{۲}\\ ۵n+۲ & ; \quad n+\frac{۱}{۲}\le x<n+\frac{۲}{۳}\\ ۵n+۳ & ; \quad n+\frac{۲}{۳}\le x<n+۱\end{cases} \quad ; \quad n\in\mathbb{Z}$$

به ازای $n=۱$ تساوی $[۲x]+[۳x]=۸$ حاصل می‌شود، پس عدد x را به صورت $x=۱+p$ در نظر می‌گیریم که در آن p بخش اعشاری عدد است و در بازهٔ $[\frac{۲}{۳}\ ,\ ۱)$ قرار دارد.

$$\xrightarrow{(*)} x=\frac{\sqrt{۷۰}-[۲x]}{۳}=\frac{\sqrt{۷۰}-۳}{۳}$$

پس $\alpha=\frac{\sqrt{۷۰}-۳}{۳}$ است و مقدار $f(\alpha)$ برابر است با:

$$f(\alpha)=\frac{۱}{۴}(\sqrt{۷۰}-۳-[\frac{\sqrt{۷۰}-۳}{۶}])=\frac{\sqrt{۷۰}-۳}{۴}=\frac{۳\alpha}{۴}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲ و ۶۶ تا ۶۹)

۱۰- **گزینهٔ «۴»** *(کامیار علّیون)*

دامنهٔ تابع $\mathbb{R}-[-۱\ ,\ k]$ است که یعنی $x=-۱$ و $x=k$ ریشه‌های عبارت $x^۲-ax+b$ هستند:

$$\xrightarrow{x=-۱} ۱+a+b=۰\Rightarrow a+b=-۱ \qquad (۱)$$

از طرفی $f(۴)=۱$ است و داریم:

$$f(۴)=\log(۱۶-۴a+b)=۱\Rightarrow ۱۶-۴a+b=۱۰$$

$$\Rightarrow ۴a-b=۶ \qquad (۲)$$

از (۱) و (۲) به دست می‌آید: $a=۱$ و $b=-۲$.

$$\Rightarrow f(x)=\log(x^۲-x-۲)$$

$$\Rightarrow f(-\frac{۳}{۲}k)=f(-۳)=۱$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

اگر جرم اولیهٔ گاز را $M_۰$ در نظر بگیریم، جرم باقی‌ماندهٔ گاز پس از گذشت n روز از رابطهٔ $M_n=M_۰(۰/۹۳)^n$ به دست می‌آید، حال باید n را طوری پیدا کنیم که $\frac{M_n}{M_۰}=\frac{۱}{۳}$ باشد:

$$\Rightarrow \frac{۱}{۳}=(۰/۹۳)^n \xrightarrow{\log} \log\frac{۱}{۳}=\log(۰/۹۳)^n$$

$$\Rightarrow -\log۳=n(\log۹۳-\log۱۰۰)$$

$$\Rightarrow n=\frac{\log۳}{۲-(\log۳+\log۳۱)}=\frac{۰/۴۸}{۲-۱/۹۸}=\frac{۰/۴۸}{۰/۰۲}=۲۴$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۱۲- **گزینهٔ «۴»** *(طاهر دادستانی)*

عبارت‌های داده شده را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\sin(x-\frac{۳\pi}{۸}+\frac{\pi}{۲})+\cos(x-\frac{۳\pi}{۸})=۱$$

$$\Rightarrow ۲\cos(x-\frac{۳\pi}{۸})=۱\Rightarrow \cos(x-\frac{۳\pi}{۸})=\frac{۱}{۲}$$

حال داریم:

$$\cos(x+\frac{۵\pi}{۸})=\cos(x-\frac{۳\pi}{۸}+\pi)=-\cos(x-\frac{۳\pi}{۸})=-\frac{۱}{۲}$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱۳- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا راسخ)*

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\sin x+\cos x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}(\tan x+\cot x)=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\frac{۱}{\sin x\cos x}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

$$\Rightarrow \sin x+\cos x=\frac{\sqrt{۲}}{\sin ۲x}$$

حال اگر طرفین تساوی را به توان ۲ برسانیم، داریم:

$$۱+\sin ۲x=\frac{۲}{\sin^۲ ۲x}\Rightarrow \sin^۳ ۲x+\sin^۲ ۲x-۲=۰$$

$$\Rightarrow (\sin ۲x-۱)(\sin^۲ ۲x+۲\sin ۲x+۲)=۰\Rightarrow \sin ۲x=۱$$

$$\Rightarrow ۲x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۴}\quad ;\quad k\in\mathbb{Z}$$

فقط باید حواسمان باشد که علامت $\sin x+\cos x$ و $\sin ۲x$ یکسان باشد که فقط در $x=۲k\pi+\frac{\pi}{۴}$ رخ می‌دهد. بنابراین معادله در بازهٔ $[۰\ ,\ ۲\pi]$ فقط ۱ جواب دارد.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۴- **گزینهٔ «۱»** *(شاهین پروازی)*

روش اول:

$$L=\lim_{x\to ۲}\frac{x\sqrt[۳]{x-۱}-۲}{x^۲-۴}\times\frac{x^۲\sqrt[۳]{(x-۱)^۲}+۲x\sqrt[۳]{x-۱}+۴}{x^۲\sqrt[۳]{(x-۱)^۲}+۲x\sqrt[۳]{x-۱}+۴}$$

$$=\lim_{x\to ۲}\frac{x^۳(x-۱)-۸}{(x^۲-۴)(x^۲\sqrt[۳]{(x-۱)^۲}+۲x\sqrt[۳]{x-۱}+۴)}$$

$$=\lim_{x\to ۲}\frac{(x-۲)(x^۳+x^۲+۲x+۴)}{(x-۲)(x+۲)(x^۲\sqrt[۳]{(x-۱)^۲}+۲x\sqrt[۳]{x-۱}+۴)}$$

$$=\frac{۲۰}{۴\times ۱۲}=\frac{۵}{۱۲}$$

روش دوم: از قضیهٔ هوپیتال کمک می‌گیریم:

$$\lim_{x\to ۲}\frac{x\sqrt[۳]{x-۱}-۲}{x^۲-۴}=\lim_{x\to ۲}\frac{\sqrt[۳]{x-۱}+\frac{x}{۳\sqrt[۳]{(x-۱)^۲}}}{۲x}$$

$$=\frac{۱+\frac{۲}{۳}}{۴}=\frac{۵}{۱۲}$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۵- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا راسخ)*

با توجه به حد داده شده متوجه می‌شویم که $x=\frac{۳}{۴}$ ریشهٔ مضاعف مخرج است، در نتیجه داریم:

$$m^۲x^۲-۶mx+۲m+n=m^۲(x-\frac{۳}{۴})^۲$$

$$=m^۲x^۲-\frac{۳}{۲}m^۲x+\frac{۹m^۲}{۱۶}$$

از تساوی نظیر به نظیر ضرایب داریم:

$$۶m=\frac{۳}{۲}m^۲\xrightarrow{m\neq ۰}m=۴$$

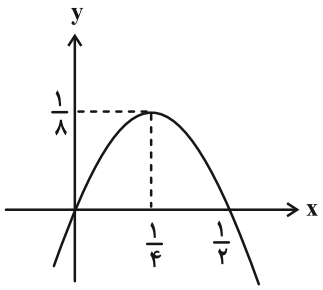
$$۲m+n=\frac{۹m^۲}{۱۶}\xrightarrow{m=۴}۸+n=۹\Rightarrow n=۱\Rightarrow m+n=۵$$

دقت کنید که اگر $m=۰$ باشد، عبارت مخرج، مقدار ثابت می‌شود و در آن صورت حاصل حد نیز مقداری ثابت شده و نمی‌تواند بی‌نهایت شود.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

نمودار تابع g در شکل زیر رسم شده است:



$g(۱)=-۱$ است و تابع g در $x=۱$ نزولی است. حال داریم:

$$\lim_{x\to ۱^-}(fog)(x)=\lim_{x\to(-۱)^+}f(x)=\lim_{x\to(-۱)^+}\frac{۲mx-[-x]x^۲}{۲[x]x-m}$$

$$=\lim_{x\to(-۱)^+}\frac{۲mx}{-۲x-m}=\frac{-۲m}{۲-m}$$

$$\lim_{x\to ۱^+}(fog)(x)=\lim_{x\to(-۱)^-}f(x)=\lim_{x\to(-۱)^-}\frac{۲mx-[-x]x^۲}{۲[x]x-m}$$

$$=\lim_{x\to(-۱)^-}\frac{۲mx-x^۲}{-۴x-m}=\frac{-۲m-۱}{۴-m}$$

حدهای چپ و راست باید برابر باشند:

$$\Rightarrow\frac{-۲m}{۲-m}=\frac{-۲m-۱}{۴-m}\Rightarrow ۲m^۲-۸m=۲m^۲-۳m-۲\Rightarrow m=\frac{۲}{۵}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

$$\Rightarrow f(x)=\frac{\frac{۴}{۵}x-[-x]x^۲}{۲[x]x-\frac{۲}{۵}}$$

حال حاصل حد $\lim\limits_{x\to ۱^-}[(gof)(x)]$ را حساب می‌کنیم. در یک همسایگی چپ $x=۱$ ضابطهٔ تابع f به صورت $f(x)=-\frac{۵}{۲}x^۲-۲x$ است که در $x=۱$ نزولی است، پس این تابع با مقادیر بیشتر از $-\frac{۹}{۲}$ به آن نزدیک می‌شود و داریم:

$$\lim_{x\to ۱^-}[g(f(x))]=\lim_{x\to(-\frac{۹}{۲})^+}[g(x)]$$

تابع $g(x)$ در $x=-\frac{۹}{۲}$ صعودی است، بنابراین وقتی $x\to(-\frac{۹}{۲})^+$، تابع از مقادیر بیشتر از ۴۵- به آن نزدیک می‌شود. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\lim_{x\to(-\frac{۹}{۲})^+}[g(x)]=[(-۴۵)^+]=-۴۵$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۴۰)

۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

تابع در $x=۱$ مشتق دارد، پس در ابتدا در این نقطه باید پیوسته باشد:

$$\lim_{x\to ۱^-}f(x)=\lim_{x\to ۱^-}(x^۲-a\sin\pi x)=۱$$

$$\lim_{x\to ۱^+}f(x)=f(۱)=\lim_{x\to ۱^+}(a\sqrt{x\cos^۲\pi x}+bx)=a+b$$

$$\xrightarrow{\text{پیوستگی}} a+b=۱ \qquad (۱)$$

و در ضمن مشتق‌های چپ و راست باید با هم برابر باشند:

$$f'(x)=\begin{cases}۲x-a\pi\cos\pi x & ;\ x<۱\\ \frac{a(\cos^۲\pi x-\pi x\sin ۲\pi x)}{۲\sqrt{x\cos^۲\pi x}}+b & ;\ x\geq ۱\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}f'_-(۱)=۲+a\pi\\ f'_+(۱)=\frac{a}{۲}+b\end{cases}\xrightarrow{\text{برابر}}۲+a\pi=\frac{a}{۲}+b$$

$$\Rightarrow(\frac{۱}{۲}-\pi)a+b=۲ \qquad (۲)$$

از (۱) و (۲) به دست می‌آید:

$$a=-\frac{۲}{۲\pi+۱}\quad,\quad b=\frac{۲\pi+۳}{۲\pi+۱}$$

در این شرایط شیب خط مماس برابر است با:

$$f'(۱)=۲+a\pi=\frac{a}{۲}+b=\frac{۲\pi+۲}{۲\pi+۱}$$

این خط مماس از نقطهٔ $(۱\ ,\ ۱)$ می‌گذرد، پس معادلهٔ آن به صورت زیر است:

$$y=\frac{۲\pi+۲}{۲\pi+۱}x-\frac{۱}{۲\pi+۱}$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹ و ۹۴ تا ۹۶)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** *(جهانبخش نیکنام)*

ابتدا طول نقاط اکسترمم را پیدا می‌کنیم:

$$f'(x)=k(\sqrt{۱-x^۲}+۱)+kx(\frac{-x}{\sqrt{۱-x^۲}})=k\frac{۱-۲x^۲+\sqrt{۱-x^۲}}{\sqrt{۱-x^۲}}$$

$$\xrightarrow{f'(x)=۰}۲x^۲-۱=\sqrt{۱-x^۲}\Rightarrow ۴x^۴-۴x^۲+۱=۱-x^۲$$

$$\Rightarrow ۴x^۴-۳x^۲=x^۲(۴x^۲-۳)=۰\Rightarrow x=۰\ \text{یا}\ \pm\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$x=۰$ طول اکسترمم نسبی نیست؛ زیرا مشتق همسایگی آن تغییر علامت نمی‌دهد. پس $x=\pm\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ طول نقاط اکسترمم نسبی تابع هستند و مقادیر تابع در این نقاط برابر است با:

$$f(\pm\frac{\sqrt{۳}}{۲})=k(\pm\frac{\sqrt{۳}}{۲})(\frac{۳}{۲})$$

پس برای این‌که عرض این نقاط نیز $\pm\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ شود، باید $k=\frac{۲}{۳}$ باشد.

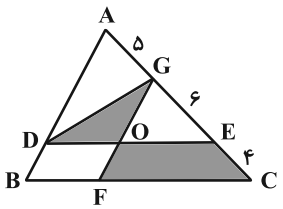
(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۹- **گزینهٔ «۳»** *(نوید مهیری)*

نقطهٔ برخورد پاره‌خط‌های DE و GF را O می‌نامیم. در این صورت داریم:



$$\frac{S_{\triangle DOG}}{S_{\triangle GOE}} = \frac{DO}{OE} \overset{\text{تالس}}{=\!=} \frac{AG}{GE} = \frac{۵}{۶} \qquad (۱)$$

$$\triangle GOE \sim \triangle GFC \Rightarrow \frac{S_{\triangle GOE}}{S_{\triangle GFC}} = (\frac{GE}{GC})^۲ = (\frac{۶}{۱۰})^۲ = \frac{۹}{۲۵} \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{\text{ضرب طرفین (۱) در (۲)}} \frac{S_{\triangle DOG}}{S_{\triangle GFC}} = \frac{۵}{۶} \times \frac{۹}{۲۵} = \frac{۳}{۱۰} \qquad (۳)$$

اما بنابر (۲) می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{S_{OECF}}{S_{\triangle GFC}} = ۱ - \frac{۹}{۲۵} = \frac{۱۶}{۲۵} \qquad (۴)$$

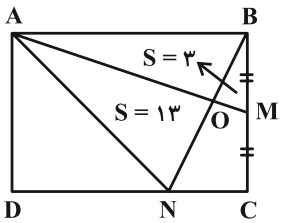
در پایان، با تقسیم طرفین (۴) بر طرفین (۳) داریم:

$$\frac{S_{OECF}}{S_{\triangle DOG}} = \frac{۱۶}{۲۵} \times \frac{۱۰}{۳} = \frac{۳۲}{۱۵}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۴۷)

۲۰- **گزینهٔ «۳»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

می‌دانیم مساحت مثلث ABN نصف مساحت مستطیل و مساحت ABM به اندازهٔ $\frac{۱}{۴}$ مساحت مستطیل است. پس داریم:



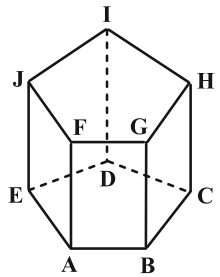
$$S_{ABN} = ۲S_{ABM} \Rightarrow ۱۳ + S_{ABO} = ۲(۳ + S_{ABO})$$

$$\Rightarrow S_{ABO} = ۷ \Rightarrow S_{ABM} = ۷ + ۳ = ۱۰ \Rightarrow S_{ABCD} = ۴۰$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحهٔ ۶۵)

۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

در یک منشور با قاعدهٔ n ضلعی، خط شامل هر یال جانبی مانند AF با $(n-۲)$ خط شامل یال از هر کدام از وجه‌های بالا و پایین متنافر است. همچنین هر یک از خطوط شامل یال‌های قاعدهٔ پایین مانند AB با $(n-۱)$ خط شامل یال از قاعدهٔ بالا و $(n-۲)$ خط شامل یال از یال‌های جانبی متنافر است و به‌طور مشابه این وضعیت برای هر کدام از یال‌های قاعدهٔ بالا نیز برقرار است. بنابراین خط شامل یک یال حداکثر می‌تواند با $(۲n-۳)$ خط از بین خطوط شامل یال‌های دیگر متنافر باشد.



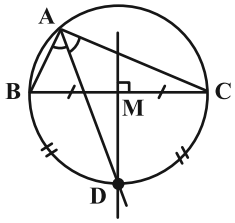
(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۲۲- **گزینهٔ «۳»** *(مهرداد ملوندی)*

مطابق یکی از تمرین‌های کتاب درسی هندسهٔ (۲)، نیمساز زاویهٔ داخلی $\hat{A}$ و عمودمنصف ضلع BC در نقطه‌ای روی دایرهٔ محیطی (که وسط کمان $\overset{\frown}{BC}$ است) متقاطع‌اند.

Telegram: @konkur_in

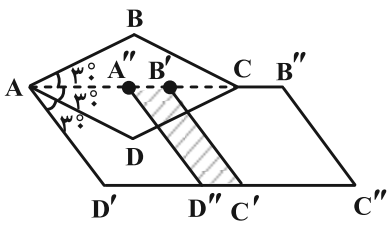
www.konkur.in



(هندسه ۲- دایره؛ صفحهٔ ۲۹)

۲۳- **گزینهٔ «۲»** (نوید مهیری)

با دوران گفته شده، A' بر A منطبق می‌شود (مرکز دوران، نقطهٔ ثابت است) و با انتقال گفته شده نسبت به بردار $\vec{V}=\frac{۱}{۲}\overrightarrow{AC}$، نقطهٔ A به A'' که همان نقطهٔ برخورد قطرهای لوزی است (در لوزی، قطرها عمودمنصف یکدیگرند)، تصویر می‌شود. پس اگر اندازهٔ ضلع لوزی را a بگیریم، آن‌گاه $AC=a\sqrt{۳}$ و در نتیجه $AA''=\frac{a\sqrt{۳}}{۲}$ که نتیجه می‌دهد $A''B'=(۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲})a$. حال کافی است مساحت ناحیهٔ میان چهارضلعی‌های تصویرشده یعنی متوازی‌الاضلاع هاشورخورده را بیابیم، داریم:



$$S_{A''B'C'D''}=A''D''\times A''B'\times\sin\hat{A}''$$

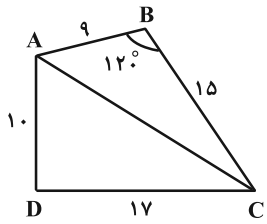
$$=a\times(۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲})a\times\sin۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow\frac{S_{A''B'C'D''}}{S_{ABCD}}=\frac{a^۲(۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲})\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{a^۲\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=۱-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۲۴- **گزینهٔ «۳»** (حمیدرضا ملکی)

قطر AC را رسم می‌کنیم. بنابر قضیهٔ کسینوس‌ها داریم:



$$AC^۲=۹^۲+۱۵^۲-۲\times۹\times۱۵\times\cos۱۲۰^\circ$$

$$=۸۱+۲۲۵-۲\times۹\times۱۵\times(-\frac{۱}{۲})=۴۴۱\Rightarrow AC=۲۱$$

حال مساحت مثلث ACD را با دستور هرون محاسبه می‌کنیم.

$$۲P=۱۰+۱۷+۲۱=۴۸\Rightarrow P=۲۴$$

$$S=\sqrt{۲۴\times۱۴\times۷\times۳}=۸۴$$

از طرفی داریم:

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}BA.BC.\sin۱۲۰^\circ=\frac{۱}{۲}\times۹\times۱۵\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=۱۳۵\frac{\sqrt{۳}}{۴}$$

بنابراین مساحت چهارضلعی برابر است با:

$$S=۸۴+۱۳۵\frac{\sqrt{۳}}{۴}\Rightarrow\begin{cases}a=۸۴\\b=۱۳۵\end{cases}\Rightarrow a+b=۲۱۹$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** (هومن عقیلی)

$$\begin{vmatrix}۱ & -۱ & c\\ ۲ & b & ۲\\ a & ۱ & ۳\end{vmatrix}\begin{matrix}۱ & -۱\\ ۲ & ۴\\ ۵ & ۱\end{matrix}=۱۲-۱۰+۲c-(۲۰c+۲-۶)=-۴۸$$

$$\Rightarrow ۲+۲c-۲۰c+۴=-۴۸\Rightarrow -۱۸c=-۵۴\Rightarrow c=۳$$

$$a=۵\ ,\ b=۴\Rightarrow a+b+c=۱۲$$

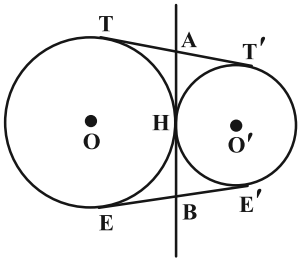
(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۶- **گزینهٔ «۱»** *(اسفاق اسفندیار)*

مرکز و شعاع دو دایره $C(O\ ,\ r)$ و $C'(O'\ ,\ r')$ را به دست می‌آوریم:



$$O(۱\ ,\ ۲)\ ،\ r=۳$$

$$O'(-۲\ ,\ -۲)\ ،\ r'=۲$$

$$OO'=\sqrt{۹+۱۶}=\sqrt{۲۵}=۵$$

$$OO'=r+r'\Rightarrow$$ دو دایره مماس خارج‌اند.

$$\left.\begin{array}{l} AT=AH\ ,\ AH=AT'\Rightarrow AH=\frac{۱}{۲}TT' \\ BH=BE\ ,\ BH=BE'\Rightarrow BH=\frac{۱}{۲}EE' \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow AH+BH=\frac{۱}{۲}(TT'+EE')$$

$$AB=\frac{۱}{۲}(۲TT')=TT'=\sqrt{۵^۲-(۳-۲)^۲}=\sqrt{۲۴}=۲\sqrt{۶}$$

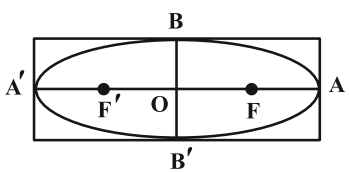
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۲۷- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

$$\begin{cases} ۲c=a+b \\ c^۲=a^۲-b^۲=(a-b)\underbrace{(a+b)}_{۲c} \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} ۲c=a+b \\ \frac{c}{۲}=a-b \end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases} a=\frac{۵}{۴}c \\ b=\frac{۳}{۴}c \end{cases}\Rightarrow(۲a)(۲b)=۹/۶\Rightarrow\frac{۱۵}{۴}c^۲=۹/۶$$

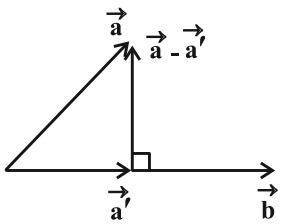
$$\Rightarrow c^۲=\frac{۴\times۹/۶}{۱۵}=۲/۵۶\Rightarrow c=۱/۶\Rightarrow ۲c=۳/۲$$



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(مهرداد ملوندی)*

با توجه به شکل زیر، بردارهای $\vec{a}-\vec{a}'$ و $\vec{a}'$ بر یکدیگر عمودند:



مطابق شکل داریم: $(\vec{a}-\vec{a}').\vec{a}'=۰$

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱) نادرست $(۱\ ,\ ۰\ ,\ ۲).(۰\ ,\ ۰\ ,-۱)=-۲$

۲) نادرست $(-۱\ ,\ -۱\ ,\ ۱).(۲\ ,\ ۱\ ,۰)=-۳$

۳) نادرست $(۱\ ,\ -۱\ ,\ ۳).(۰\ ,\ ۱\ ,-۲)=-۷$

۴) درست $(۰\ ,\ ۰\ ,\ ۱).(۱\ ,\ ۰\ ,۰)=۰$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۲۹- **گزینهٔ «۲»** *(سیدمحمدرضا حسینی‌فرد)*

$$\cos ۶۰^\circ=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{۱+m}{\sqrt{۶}\sqrt{m^۲+۲}}$$

$$\Rightarrow ۴(۱+m)^۲=۶(m^۲+۲)\Rightarrow ۳(m^۲+۲)-۲(۱+m^۲+۲m)=۰$$

$$\Rightarrow m^۲-۴m+۴=۰\Rightarrow m=۲\Rightarrow\begin{cases} \vec{a}=(۲\ ,\ ۱\ ,\ -۱) \\ \vec{b}=(۱\ ,\ ۲\ ,\ ۱) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{a}\times\vec{b}=(۳\ ,-۳\ ,\ ۳)$$

حجم متوازی‌السطوح $=(\vec{a}\times\vec{b}).(\vec{a}\times\vec{b})=|\vec{a}\times\vec{b}|^۲=۲۷$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۰- **گزینهٔ «۴»** *(نوید مهیدی)*

می‌دانیم که ارزش گزارهٔ شرطی $r \Rightarrow s$ تنها در صورتی نادرست است که r (مقدم) درست و s (تالی) نادرست باشد. گزارهٔ $(p \wedge \sim p)$ همواره نادرست است، پس گزارهٔ صورت سؤال تنها در صورتی درست است که $\sim p \Rightarrow q$ نادرست باشد. در این صورت $p \sim$ درست و q نادرست است، یعنی هر دو گزارهٔ p و q نادرست هستند.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۴ تا ۱۱)

۳۱- **گزینهٔ «۱»** *(کیوان دارابی)*

$$|A| = n \Rightarrow |A'| = |U| - |A| = ۱۰ - n$$

$$|A \times A'| = ۲۱ \Rightarrow |A| \times |A'| = ۲۱ \Rightarrow n(۱۰ - n) = ۲۱$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = ۳ \\ n = ۷ \end{cases}$$

با توجه به اعضای مجموعهٔ A، این مجموعه نمی‌تواند ۷ عضوی باشد؛ بنابراین ۳ عضوی است. پس باید دو عضو آن با هم برابر باشند تا مجموعهٔ A، یک مجموعهٔ ۳ عضوی شود. ۵ حالت مختلف وجود دارد که همه را بررسی می‌کنیم.

۱) $۲x - ۱ = ۱ \Rightarrow ۲x = ۲ \Rightarrow x = ۱ \Rightarrow x + ۱ = ۲ \Rightarrow A = \{۱ , ۲ , ۳\}$

۲) $۲x - ۱ = ۳ \Rightarrow ۲x = ۴ \Rightarrow x = ۲ \Rightarrow x + ۱ = ۳ \Rightarrow A = \{۱ , ۳\}$

این مجموعه دو عضوی است، یعنی جواب مسئله نیست.

۳) $x + ۱ = ۱ \Rightarrow x = ۰ \Rightarrow ۲x - ۱ = -۱ \Rightarrow A = \{۱ , -۱ , ۳\}$

این مجموعه قابل قبول نیست چون زیرمجموعهٔ U نیست.

۴) $x + ۱ = ۳ \Rightarrow x = ۲ \Rightarrow ۲x - ۱ = ۳$

$\Rightarrow A = \{۱ , ۳\}$ قابل قبول نیست

۵) $x + ۱ = ۲x - ۱ \Rightarrow x = ۲$

$\Rightarrow A = \{۱ , ۳\}$ قابل قبول نیست

پس تنها یک جواب برای x وجود دارد.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(نوید مهیدی)*

به کمک اصول احتمال و تعریف احتمال شرطی، خواهیم داشت:

$$P(A' \mid B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{P[(A \cup B)']}{P(B')} = \frac{۱ - P(A \cup B)}{P(B')}$$

$$\xrightarrow{\text{جاگذاری داده‌ها}} ۰/۲۵ = \frac{۱ - ۰/۸۲}{P(B')}$$

$$\Rightarrow \frac{P(B')}{۴} = \frac{۱۸}{۱۰۰} \Rightarrow P(B') = \frac{۱۸}{۲۵}$$

$$\Rightarrow P(B) = ۱ - P(B') = ۱ - \frac{۱۸}{۲۵} = \frac{۷}{۲۵} = ۰/۲۸$$

اما چون A و B ناسازگارند، پس $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ و از این‌رو داریم:

$$۰/۸۲ = P(A) + ۰/۲۸ \Rightarrow P(A) = ۰/۵۴$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۴۵، ۴۶، ۵۲ تا ۵۴)

۳۳- **گزینهٔ «۲»** *(مهریار راشدی)*

تعداد توابعی که از مجموعهٔ سه عضوی A به مجموعهٔ ۴ عضوی B تعریف می‌شود برابر است با:

$$\underset{a}{\boxed{۴}} \times \underset{b}{\boxed{۴}} \times \underset{c}{\boxed{۴}} = ۶۴$$

تعداد توابع یک‌به‌یک از مجموعهٔ A به مجموعهٔ B برابر است با:

$$P(۴ , ۳) = \frac{۴!}{(۴-۳)!} = ۲۴$$

بنابراین احتمال این‌که تابع انتخاب شده، یک‌به‌یک باشد، برابر است با:

$$\frac{۲۴}{۶۴} = \frac{۳}{۸}$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحهٔ ۷۸)

(ریاضی ۱- آمار و احتمال؛ صفحه‌های ۱۴۷ تا ۱۵۲)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(نیلوفر مهدوی)*

نکته: داده‌ای که بیشترین فراوانی (یا فراوانی نسبی) را داشته باشد مد نامیده می‌شود.

با توجه به نکتهٔ فوق مد داده‌ها برابر ۳ است.

می‌دانیم فراوانی نسبی هر داده برابر نسبت فراوانی آن داده به تعداد کل داده‌ها است، پس داریم:

فراوانی دادهٔ ۳ : $۰/۵\times۱۰=۵$

فراوانی دادهٔ ۴ : $۰/۲\times۱۰=۲$

فراوانی دادهٔ ۵ : $۰/۱\times۱۰=۱$

فراوانی دادهٔ ۸ : $۰/۲\times۱۰=۲$

تعداد داده‌ها زوج و برابر ۱۰ است، پس میانه برابر با میانگین داده‌های مرتب شدهٔ پنجم و ششم است. دادهٔ پنجم عدد ۳ و دادهٔ ششم عدد ۴ است.

در نتیجه:

$$\text{میانه}=\frac{۳+۴}{۲}=۳/۵\Rightarrow \text{حاصل‌ضرب میانه و مد}=۳\times۳/۵=۱۰/۵$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۳۵- **گزینهٔ «۱»** *(فرزاد جوادی)*

می‌دانیم مربع هر عدد فرد، فرد و مربع هر عدد زوج، زوج می‌شود. چون مجموع دو مربع کامل، عدد فرد ۵۱۹ شده است، نتیجه می‌گیریم از بین $x^۲$ و $y^۲$ یکی فرد و دیگری زوج بوده است، یعنی بین x و y یکی فرد و دیگری زوج بوده است. (مثلاً فرض کنید x فرد و y زوج بوده باشد.)

$$\begin{cases} x=۲k+۱\Rightarrow x^۲=۸q+۱ \\ y=۲k'\Rightarrow y^۲=۴q' \end{cases}$$

$$x^۲+y^۲=۵۱۹\Rightarrow (۸q+۱)+(۴q')=۵۱۹\Rightarrow ۸q+۴q'=۵۱۸$$

$$۴(\underbrace{۲q+q'}_{q''})=۵۱۸\Rightarrow ۴q''=۵۱۸\Rightarrow q''=\frac{۵۱۸}{۴}\notin\mathbb{Z}$$

پس هیچ نقطه‌ای با طول و عرض صحیح روی این منحنی واقع نیست.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۷)

۳۶- **گزینهٔ «۳»** *(نوید مهیری)*

بنابر داده‌های سؤال و نمایش اعداد در مبنای ۱۰، می‌توانیم بنویسیم:

$$\overline{(۲\overline{ab})\overline{ab}}=۱۸۰۹k\quad,\quad k\in\mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \overline{(۲\overline{ab})\overline{ab}}=۲(\overline{ab})\times۱۰۰+(\overline{ab})$$

$$=۲۰۱(\overline{ab})=۱۸۰۹k \qquad (*)$$

اما از آن‌جا که $۱۸۰۹=۹\times۲۰۱$، پس از رابطهٔ (*) نتیجه می‌گیریم که $\overline{ab}$ باید مضربی از ۹ باشد؛ یعنی $\overline{ab}=۹m$ که $m\in\mathbb{Z}$؛ از این‌رو حالت‌های ممکن برای رقم‌های a و b عبارتند از:

$$\begin{cases} a=۹ \\ b=۰ \end{cases},\ \begin{cases} a=۸ \\ b=۱ \end{cases},\ \begin{cases} a=۷ \\ b=۲ \end{cases},\ \cdots,\ \begin{cases} a=۱ \\ b=۸ \end{cases},\ \begin{cases} a=۹ \\ b=۹ \end{cases}$$

در نتیجه ۱۰ دسته جواب برای a و b، یا به عبارتی ۱۰ عدد دو رقمی $\overline{ab}$ وجود دارد. توجه کنید که حالت $b=۹$ و $a=۰$ پذیرفتنی نیست؛ زیرا در این صورت $\overline{ab}$ دو رقمی نمی‌شود.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

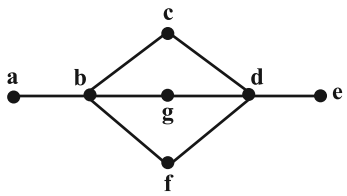
۳۷- **گزینهٔ «۲»** *(نوید مهیری)*

گراف ساده و همبند G از مرتبهٔ ۷ با درجه‌های رئوس مورد نظر را به ۴ حالت زیر می‌توانیم رسم کنیم (گراف‌های $G_۱$ تا $G_۴$) که همان‌گونه که روشن است در گراف $G_۴$، کمترین تعداد دور پدید می‌آید. این دورها عبارتند از دنباله‌های $abga$ و $befb$ که هر دو با طول ۳ هستند.

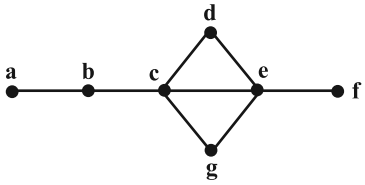
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

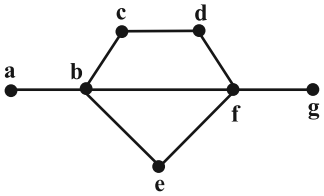
توجه: دقت کنید که یک دور به طول ۴ (برخلاف شبه پروانهٔ) نیست و نباید به اشتباه آن را دور با طول ۴ به حساب آورید.



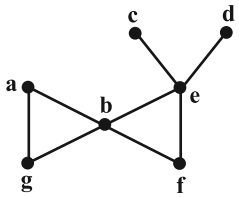
(G_1)



(G_2)



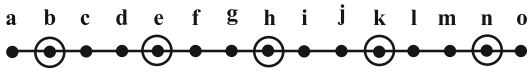
(G_3)



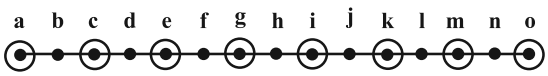
(G_4)

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

۳۸- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*



در گراف P_{15}، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم، یکتاست و مطابق شکل فوق به صورت $\{b , e , h , k , n\}$ است.



از طرفی بزرگ‌ترین مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال گراف P_{15}، شامل ۸ رأس مشخص شده در شکل فوق، یعنی مجموعهٔ $\{a , c , e , g , i , k , m , o\}$ است. اشتراک این دو مجموعه، به صورت $\{e , k\}$ یعنی شامل دو عضو است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ مشابه تمرین ۱۱ صفحهٔ ۵۴)

۳۹- **گزینهٔ «۴»** *(نیلوفر مهروی)*

یک مربع لاتین چرخشی مورد نظر از مرتبهٔ n به صورت زیر است:

۱	۲	۳	⋯	⋯	⋯	$n-1$	n
n	۱	۲	۳	⋯	⋯	$n-2$	$n-1$
$n-1$	n	۱	۲	۳	⋯	$n-3$	$n-2$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
۳	۴	۵	⋯	⋯	⋯	۱	۲
۲	۳	۴	⋯	⋯	⋯	n	۱

درایهٔ آخر سطر دوم برابر $n-1$ و درایهٔ آخر سطر سوم برابر $n-2$ است.

$$(n-1)+(n-2)=9 \Rightarrow 2n-3=9 \Rightarrow 2n=12 \Rightarrow n=6$$

مجموع درایه‌های یک سطر از مربع لاتین 6×6 برابر است با:

$$1+2+\ldots+6=\frac{6\times7}{2}=21$$

در مربع لاتین 6×6، شش سطر وجود دارد پس مجموع کل درایه‌ها برابر است با:

$$21\times6=126$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحهٔ ۶۳)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** *(مهرداد ملوندی)*

اگر m جلسهٔ ریاضی را پشت گذاشته باشیم، معلم از $4m$ دانش‌آموز سؤال کرده است. طبق تعمیم اصل لانه کبوتری داریم:

$$k+1=6 \Rightarrow k=5$$

با توجه به فرض $n=29$ است؛ لذا اگر تعداد دانش‌آموزانی که معلم از آن‌ها سؤال کرده است، حداقل $29\times5+1=146$ تا باشد، آن‌گاه حکم مورد نظر محقق می‌شود، پس:

$$4m \geq 146 \Rightarrow m \geq \frac{146}{4}=36/5 \Rightarrow \min(m)=37$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۴)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

فیزیک

۴۱- **گزینهٔ «۳»** (حسام نادری)

ابتدا آهنگ افزایش مساحت را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{آهنگ افزایش مساحت} = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{۱۰^۴}{۱۰}\frac{(\text{یارد})^۲}{\text{s}} = ۱۰^۳\frac{(\text{یارد})^۲}{\text{s}}$$

حال به کمک تبدیل زنجیره‌ای عدد به دست آمده را برحسب یکای مورد نظر به دست می‌آوریم:

$$۱۰^۳\frac{(\text{یارد})^۲}{\text{s}} = ?\frac{(\text{کیلواینچ})^۲}{\text{h}} \Rightarrow ۱۰^۳\frac{(\text{یارد})^۲}{\text{s}} \times (\frac{\text{فوت } ۳}{\text{یارد } ۱})^۲$$

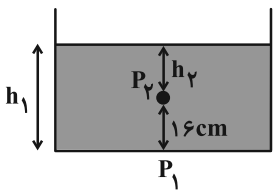
$$\times (\frac{\text{اینچ } ۱۲}{\text{فوت } ۱})^۲ \times (\frac{\text{کیلواینچ } ۱}{\text{اینچ } ۱۰^۳})^۲ \times \frac{۳۶۰۰\text{s}}{۱\text{ h}} = ۴۶۶۵/۶\frac{(\text{کیلواینچ})^۲}{\text{h}}$$

توجه: برای محاسبهٔ تبدیل یکاهای توان‌دار مثل $\text{km}^۲$ به $\text{m}^۲$، می‌توان ابتدا ضریب تبدیل بین یکاهای بدون توان را نوشت و بعد کل عبارت را به توان مورد نظر رساند.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴۲- **گزینهٔ «۳»** (محمود منصوری)

در ابتدا ارتفاع کل مایع را محاسبه می‌کنیم:



$$V = Ah \Rightarrow h_۱ = \frac{V}{A} \Rightarrow h_۱ = \frac{۲۰۰۰}{۵۰} = ۴۰\text{cm}$$

دقت کنید که برای تعیین فشار ناشی از مایع در هر نقطه به فاصلهٔ قائم آن تا سطح آزاد مایع نیاز داریم، یعنی:

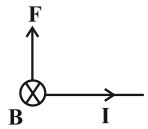
$$h_۲ = ۴۰ - ۱۶ = ۲۴\text{cm}$$

$$P = \rho gh \Rightarrow \frac{P_۱}{P_۲} = \frac{\rho gh_۱}{\rho gh_۲} \Rightarrow \frac{P_۱}{P_۲} = \frac{h_۱}{h_۲} \Rightarrow \frac{P_۱}{P_۲} = \frac{۴۰}{۲۴} = \frac{۵}{۳}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

۴۳- **گزینهٔ «۴»** (مهری شریفی)

ابتدا با استفاده از قانون دست راست جهت نیروی وارد بر سیم را مشخص می‌کنیم:



با کاهش مقاومت رئوستا، جریان مدار افزایش یافته، F (نیروی مغناطیسی) زیاد می‌شود و عدد نیروسنج کاهش می‌یابد. با افزایش مقاومت رئوستا، جریان مدار کاهش یافته، F کاهش می‌یابد و عدد نیروسنج افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

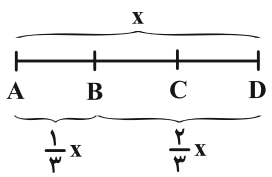
۴۴- **گزینهٔ «۴»** (حسام نادری)

میله‌های کنترل معمولاً از مواد جذب کنندهٔ نوترون مانند کادمیم و بور ساخته می‌شوند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحهٔ ۱۵۱)

۴۵- **گزینهٔ «۴»** (مهتبی نکوئیان)

مطابق با شکل زیر و با توجه به رابطهٔ تندی متوسط $(s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t})$ می‌توان نوشت:



$$s_{av_{AB}} = \frac{\overline{AB}}{\Delta t_{AB}} \Rightarrow \Delta t_{AB} = \frac{\frac{۱}{۳}x}{۲۰} = \frac{x}{۶۰}$$

کل زمان حرکت از B تا D را t در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$s_{av_{BC}} = \frac{\overline{BC}}{\Delta t_{BC}} \xrightarrow[\Delta t_{BC} = \frac{۱}{۴}t]{s_{av_{BC}} = v} \overline{BC} = \frac{۱}{۴}vt$$

$$s_{av_{CD}} = \frac{\overline{CD}}{\Delta t_{CD}} \xrightarrow[\Delta t_{CD} = \frac{۳}{۴}t]{s_{av_{CD}} = ۳v} \overline{CD} = \frac{۹}{۴}vt$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

$$\xrightarrow{\overline{BC}+\overline{CD}=\frac{۲}{۳}x} \frac{۱۰}{۴}vt=\frac{۲}{۳}x \Rightarrow t=\frac{۴x}{۱۵v}$$

و همین‌طور می‌توان نوشت:

$$s_{av_T}=\frac{\ell_T}{\Delta t_T}=\frac{\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}}{\Delta t_{AB}+\Delta t_{BC}+\Delta t_{CD}}$$

$$\Rightarrow ۳۰=\frac{x}{\frac{x}{۶۰}+\frac{۴x}{۱۵v}}=\frac{۶۰v}{v+۱۶} \Rightarrow v=۱۶\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۴۶- **گزینهٔ «۲»** (محمدجواد سورچی)

ابتدا معادلهٔ مکان- زمان دو متحرک را می‌نویسیم، سپس معادلهٔ $\Delta x-t$ آن‌ها را به دست می‌آوریم:

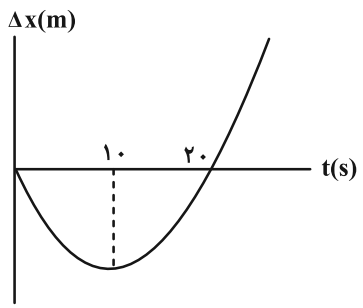
(۱) موتورسوار: متحرک $x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰$

$$\Rightarrow x_۱=\frac{۱}{۲}(۲)t^۲+۰(t)+x_۰ \Rightarrow x_۱=t^۲+x_۰$$

(۲) خودرو: متحرک $x=vt+x_۰ \Rightarrow x_۲=۲۰t+x_۰$

$$\Delta x=x_۱-x_۲=(t^۲+x_۰)-(۲۰t+x_۰)=t^۲-۲۰t$$

اکنون نمودار $\Delta x-t$ را رسم می‌کنیم.



مطابق شکل فاصلهٔ دو متحرک ($|\Delta x|$) از ۰s تا ۱۰s افزایش، از ۱۰s تا ۲۰s کاهش و سپس افزایش می‌یابد، بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{۲۰-۱۰}{(۱۰-۰)+(۶۰-۲۰)}=\frac{۱۰}{۵۰}=\frac{۱}{۵}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۴۷- **گزینهٔ «۱»** (محمود منصوری)

ابتدا جابه‌جایی متحرک را در مدت ۲۰s محاسبه می‌کنیم. در ۱۰ ثانیهٔ ابتدایی حرکت، داریم:

$$\Delta x_۱=\frac{۱}{۲}a_۱t_۱^۲+v_۰t_۱=\frac{۱}{۲}\times ۱\times ۱۰^۲+۰\times ۱۰ \Rightarrow \Delta x_۱=۵۰m$$

سرعت متحرک در لحظهٔ $t_۱=۱۰s$ برابر است با:

$$v_۱=a_۱t_۱+v_۰=۱\times ۱۰+۰ \Rightarrow v_۱=۱۰\frac{m}{s}$$

جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی ۱۰s تا ۲۰s برابر است با:

$$\Delta x_۲=\frac{۱}{۲}a_۲t_۲^۲+v_۱t_۲=\frac{۱}{۲}\times(-۲)\times ۱۰^۲+۱۰\times ۱۰ \Rightarrow \Delta x_۲=۰$$

بنابراین:

$$v_{av}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲}{t_۱+t_۲}=\frac{۵۰+۰}{۲۰} \Rightarrow v_{av}=۲/۵\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

۴۸- **گزینهٔ «۲»** (ادریس محمدی)

ابتدا حرکت جسم را قبل از پاره شدن طناب بررسی می‌کنیم:

$$F_{net}=ma_۱ \Rightarrow F-f_k=ma_۱ \xrightarrow{f_k=\mu_k mg=۲۰\mu_k}$$

$$۲۴-۲۰\mu_k=۲a_۱ \Rightarrow ۱۲-۱۰\mu_k=a_۱ \qquad (I)$$

شتاب را نیز از رابطهٔ $\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ به دست می‌آوریم (v سرعت جسم در هنگام پاره شدن نخ است):

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow a_۱=\frac{v-۰}{t} \Rightarrow a_۱=\frac{v}{t} \qquad (II)$$

رابطه‌های (I) و (II) را برابر قرار می‌دهیم:

$$۱۲-۱۰\mu_k=\frac{v}{t}$$

اکنون به بررسی حرکت جسم بعد از پاره شدن نخ می‌پردازیم. دقت شود در این حالت تنها نیروی اصطکاک جنبشی به جسم وارد می‌شود.

$$F_{net}=ma_۲ \Rightarrow -f_k=ma_۲ \Rightarrow -۲۰\mu_k=۲a_۲$$

$$\Rightarrow a_۲=-۱۰\mu_k \qquad (III)$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شتاب جسم را نیز در این مرحله به دست می‌آوریم.

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\Rightarrow a_۲=\frac{۰-v}{۳t}\Rightarrow a_۲=-\frac{v}{۳t}\qquad (IV)$$

(III) و (IV) را برابر قرار می‌دهیم:

$$-۱۰\mu_k=-\frac{v}{۳t}\Rightarrow ۳۰\mu_k=\frac{v}{t}$$

با مقایسهٔ روابط به دست آمده، μ_k به راحتی به دست می‌آید:

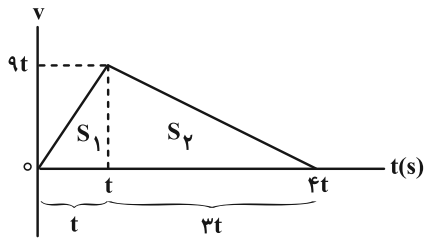
$$\left.\begin{array}{l}۱۲-۱۰\mu_k=\frac{v}{t}\\ ۳۰\mu_k=\frac{v}{t}\end{array}\right\}\Rightarrow ۱۲-۱۰\mu_k=۳۰\mu_k$$

$$\Rightarrow ۴۰\mu_k=۱۲\Rightarrow \mu_k=۰/۳$$

حال برای قسمت دوم سؤال، v را برحسب t به دست می‌آوریم:

$$۱۰\mu_k=\frac{v}{۳t}\xrightarrow{\mu_k=۰/۳} v=۹t$$

سپس نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم:



$$S_۱=\frac{۹t\times t}{۲}=\frac{۹}{۲}t^۲=۴/۵t^۲$$

$$S_۲=\frac{۹t\times ۳t}{۲}=\frac{۲۷}{۲}t^۲=۱۳/۵t^۲$$

خواستهٔ سؤال:

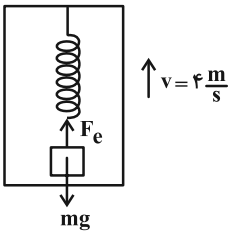
$$\frac{S_۱}{S_۱+S_۲}=\frac{۴/۵t^۲}{۱۸t^۲}=\frac{۴۵}{۱۸۰}=\frac{۱}{۴}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۴۹- **گزینهٔ «۴»** (حسام نادری)

مسئله را در دو حالت گفته شده بررسی می‌کنیم.

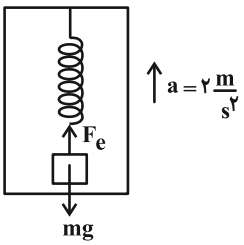
در حالت حرکت با سرعت ثابت خواهیم داشت:



$$\vec{F}_{net}=۰\Rightarrow F_e=mg\Rightarrow k\Delta\ell=mg$$

$$\Delta\ell=\frac{۲\times۱۰}{۴۰}=۰/۵\,cm\Rightarrow \ell-\ell_۰=۰/۵\xrightarrow{\ell_۰=۱۰cm}\ell=۱۰/۵\,cm$$

در حالت حرکت شتابدار گفته شده، داریم:



$$F_e-mg=ma\Rightarrow F_e=m(g+a)=۲(۱۰+۲)=۲۴N$$

$$\xrightarrow{F_e=k\Delta\ell}۴۰\times\Delta\ell=۲۴\Rightarrow\Delta\ell=۰/۶\,cm\Rightarrow\ell'-\ell_۰=۰/۶\,cm$$

$$\xrightarrow{\ell=۱۰cm}\ell'=۱۰/۶\,cm$$

حال نسبت خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\ell}{\ell'}=\frac{۱۰/۵}{۱۰/۶}=\frac{۱۰۵}{۱۰۶}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۸، ۳۹، ۴۳ و ۴۴)

۵۰- **گزینهٔ «۳»** (حسام نادری)

مدار همگام با زمین مداری است که در آن دورهٔ گردش ماهواره به دور زمین با مدت زمان یک دور چرخش زمین به دور خودش، یعنی $۲۴/۰h$ یکسان باشد. حال کافی است روابط دورهٔ گردش ماهواره به دور زمین و تندی مداری ماهواره را با هم ترکیب کنیم:

$$\left.\begin{array}{l}T=\frac{۲\pi r}{v}\\ v_{ماهواره}=\sqrt{\frac{GM_e}{r}}\end{array}\right\}\Rightarrow T^۲=\frac{۴\pi^۲r^۲}{(\frac{GM_e}{r})}\Rightarrow r^۳=\frac{GM_eT^۲}{۴\pi^۲}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

$$\Rightarrow r^3 = \frac{6/67\times10^{-11}\times6\times10^{24}\times(86400)^2}{4(3)^2} \simeq 8/3\times10^{22}\,m^3$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۵۱- **گزینهٔ «۴»** (آراس محمدی)

برای این‌که ساعت عقب بماند، باید دورهٔ تناوب آن افزایش یابد تا کندتر نوسان کند. طبق سؤال به ازای هر نوسان کامل، ساعت $1s$ جلو می‌رود. حال برای آن‌که ساعت در هر دقیقه $20s$ عقب بیافتد، باید به جای ۶۰ نوسان، ۴۰ نوسان انجام دهد $(40 = 20 - 60)$ در نتیجه دورهٔ تناوب آن $\frac{60}{40}$ برابر می‌گردد:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \xrightarrow{\frac{T'}{T}=\frac{60}{40}=\frac{3}{2}} \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{L'}{L}}$$

$$\Rightarrow \frac{L'}{L} = \frac{9}{4}$$

از فصل (۴) فیزیک دهم به یاد داریم که:

$$L' - L = L\alpha\Delta\theta \Rightarrow L' = L(1+\alpha\Delta\theta)$$

طبق رابطهٔ انبساط طولی داریم:

$$\frac{L'}{L} = 1+\alpha\Delta\theta \xrightarrow[\alpha=2/5\times10^{-3}\frac{1}{^\circ C}]{\frac{L'}{L}=\frac{9}{4}} \frac{9}{4} = 1+2/5\times10^{-3}\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4} = 2/5\times10^{-3}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 500^\circ C$$

با توجه به $\frac{L'}{L} = \frac{9}{4}$، طول میلهٔ آونگ افزایش یافته است و در نتیجه تغییرات دما افزایشی است. توجه کنید دمای اولیهٔ میلهٔ آونگ تأثیری در حل سؤال نداشت.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۵۲- **گزینهٔ «۱»** (آراس محمدی)

در ابتدا به این نکته دقت شود که تندی صوت در جامدات بیشتر از گازها و مایعات است پس زمان طی شدن موج در جامدات کمتر است:

$$\Delta t_A = t_{\text{هلیم}} - t_{\text{فلز}} = 0/36\,s \xrightarrow{t=\frac{d}{v}} \frac{d}{1000} - \frac{d}{v_{\text{فلز}}} = 0/36 \quad (1)$$

$$\Delta t_B = t_{\text{الکل}} - t_{\text{فلز}} = 0/28\,s \xrightarrow{t=\frac{d}{v}} \frac{d}{1200} - \frac{d}{v_{\text{فلز}}} = 0/28 \quad (2)$$

طبق روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{d}{1000} - 0/36 = \frac{d}{1200} - 0/28$$

$$\Rightarrow \frac{d}{1000} - \frac{d}{1200} = \frac{8}{100} \Rightarrow d = 480\,m$$

اکنون با جای‌گذاری d در رابطهٔ (۱) یا (۲) تندی صوت در فلز را به دست می‌آوریم:

$$\frac{480}{1000} - \frac{480}{v_{\text{فلز}}} = \frac{36}{100} \Rightarrow v_{\text{فلز}} = 4000\frac{m}{s}$$

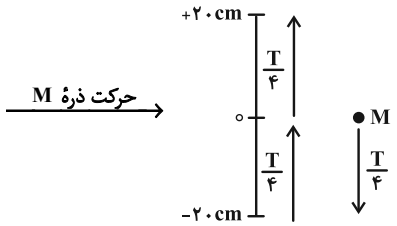
(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

۵۳- **گزینهٔ «۴»** (حسام نادری)

فاصلهٔ بین دو قلهٔ موج همان طول‌موج است:

$$\left.\begin{matrix}\text{طول‌موج}\ \lambda = \Delta x = 80\,cm = 0/8\,m \\ f = 20\,Hz\end{matrix}\right\} \Rightarrow v = \lambda f = 20\times0/8 = 16\frac{m}{s}$$

دورهٔ تناوب $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20} \xrightarrow{\Delta t=\frac{3}{80}s} \Delta t = 3\frac{T}{4}$



سرعت در مرکز نوسان بیشینه است، در نتیجه پس از لحظهٔ نشان داده شده در شکل، یک بار سرعت و در نتیجه انرژی جنبشی ذرهٔ M بیشینه می‌شود.

حال مسافتی را که موج در مدت $\frac{3}{80}s$ طی می‌کند، می‌یابیم:

$$\Delta x = v\Delta t = 16\times\frac{3}{80} = 0/6\,m$$ مسافت طی شده توسط موج

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۴- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا جباری)*

ابتدا نسبت شدت صوت حاصل از بلندگو را در حالت دوم نسبت به حالت اول پیدا می‌کنیم:

$$\frac{I_۲}{I_۱}=(\frac{A_۲}{A_۱})^۲(\frac{f_۲}{f_۱})^۲(\frac{r_۱}{r_۲})^۲ \xrightarrow[r_۱=r_۲]{A_۲=۱۰A_۱\ ,\ f_۲=۱۰f_۱} \frac{I_۲}{I_۱}=۱۰^۲\times۱۰^۲=۱۰^۴$$

سپس تراز شدت صوت در حالت اول را حساب می‌کنیم:

$$\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱} \xrightarrow[\frac{I_۲}{I_۱}=۱۰^۴]{\beta_۲=\beta_۱+۰/۴\beta_۱=۱/۴\beta_۱} ۱/۴\beta_۱-\beta_۱=۱۰\log۱۰^۴ \Rightarrow ۰/۴\beta_۱=۴۰ \Rightarrow \beta_۱=۱۰۰dB$$

در پایان با معلوم بودن شدت صوت مرجع و تراز شدت صوت اولیه می‌توانیم شدت صوت در حالت اول را به دست آوریم:

$$\beta_۱=۱۰\log\frac{I_۱}{I_۰} \xrightarrow[I_۰=۱۰^{-۱۲}\frac{W}{m^۲}]{\beta_۱=۱۰۰dB} ۱۰۰=۱۰\log\frac{I_۱}{۱۰^{-۱۲}}$$

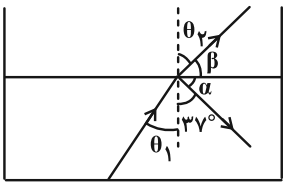
$$\Rightarrow \log\frac{I_۱}{۱۰^{-۱۲}}=۱۰ \Rightarrow \frac{I_۱}{۱۰^{-۱۲}}=۱۰^{۱۰} \Rightarrow I_۱=۱۰^{-۲}\frac{W}{m^۲}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۵۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمود منصوری)*

با توجه به قانون عمومی بازتاب و برابری زاویه‌های تابش و بازتابش می‌توان گفت:

$$\theta_۱=۳۷^\circ$$



$$\alpha+۳۷^\circ=۹۰^\circ \Rightarrow \alpha=۵۳^\circ\ ,\quad \alpha+\beta=۹۰^\circ \Rightarrow \beta=۳۷^\circ$$

$$\theta_۲=۹۰^\circ-\beta=۵۳^\circ$$

طبق قانون عمومی شکست می‌توان نوشت: $n_۱\sin\theta_۱=n_۲\sin\theta_۲$

$$n_{\text{مایع}}\times\sin۳۷^\circ=n_{\text{هوا}}\sin۵۳^\circ \Rightarrow n_{\text{مایع}}=\frac{۴}{۳}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۹)

۵۶- **گزینهٔ «۴»** *(حسام نادری)*

پهنای نوارهای تاریک یا روشن در آزمایش یانگ متناسب با طول‌موج نور به کار رفته است. از آنجایی که طول‌موج نور سبز از قرمز کمتر است، پس پهنای نوارها کاهش می‌یابد. طول‌موج نور در آب کمتر از طول موج نور در هوا است، پس پهنای نوارها کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۵۷- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

سومین حالت برانگیختهٔ الکترون مربوط به حالتی است که الکترون در مدار چهارم قرار دارد. یعنی $n'=۴$. سپس شمارهٔ مداری را به دست می‌آوریم در آنجا انرژی الکترون $-۰/۵۴۴eV$ است.

$$E_n=-\frac{E_R}{n^۲} \xrightarrow[E_R=۱۳/۶eV]{E_n=-۰/۵۴۴eV} -۰/۵۴۴=-\frac{۱۳/۶}{n^۲}$$

$$\Rightarrow n^۲=\frac{۱۳/۶}{۰/۵۴۴}=۲۵ \Rightarrow n=۵$$

از طرفی $a_۰$ همان $r_۱$ یعنی شعاع اولین مدار در اتم هیدروژن است و داریم:

$$r_n=n^۲a_۰$$

$$r_n-r_{n'}=n^۲a_۰-n'^۲a_۰ \xrightarrow[n'=۴]{n=۵} r_۵-r_۴=۲۵a_۰-۱۶a_۰$$

$$r_۵-r_۴=۹a_۰ \xrightarrow{a_۰=۵\times۱۰^{-۱۱}m} r_۵-r_۴=۹\times۵\times۱۰^{-۱۱}m$$

$$=۴۵۰\times۱۰^{-۱۲}m \Rightarrow r_۵-r_۴=۴۵۰pm$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحهٔ ۱۲۷)

۵۸- **گزینهٔ «۳»** *(ریاضی خارج ۱۴۰۰)*

$$K_{max_۱}=\frac{۶/۴\times۱۰^{-۱۹}J}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۴eV$$

$$K_{max_۲}=۰/۲۵\times K_{max_۱}=۰/۲۵\times۴=۱eV$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

$$K_{max} = hf - W_0 \xrightarrow[W_0 = hf_0]{f=\frac{c}{\lambda}} K_{max} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} = hc(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0})$$

$$\begin{cases} K_{max_1} = hc(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}) \\ K_{max_2} = hc(\frac{1}{2\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 = 1200(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}) \\ 1 = 1200(\frac{1}{2\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{۲ رابطه را از هم کم می‌کنیم.}} 3 = 1200(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{2\lambda})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{400} = \frac{1}{2\lambda} \Rightarrow \lambda = 200\,nm$$

با استفاده از یکی از روابط بالا، طول‌موج آستانهٔ فلز را حساب کرده و پس از آن بسامد آستانهٔ فلز را می‌یابیم:

$$4 = 1200(\frac{1}{200} - \frac{1}{\lambda_0}) \Rightarrow \frac{1}{300} = \frac{1}{200} - \frac{1}{\lambda_0}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda_0} = \frac{1}{200} - \frac{1}{300} = \frac{1}{600} \Rightarrow \lambda_0 = 600\,nm$$

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3\times10^8}{600\times10^{-9}} = 5\times10^{14}\,Hz = 500\,THz$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۰)

۵۹- **گزینهٔ «۳»** *(ممود منصوری)*

جذب هنگامی اتفاق می‌افتد که الکترون به مدار بالاتر برود. بلندترین طول‌موج یعنی کمترین انرژی پس الکترون تنها باید به یک تراز بالاتر برود. پس در اینجا الکترون از $n = 4$ به $n' = 5$ می‌رود که طول‌موج مربوط به آن برابر است با:

$$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2}) = R(\frac{9}{16\times25}) \Rightarrow \lambda = \frac{16\times25}{9R}$$

گسیل هنگامی اتفاق می‌افتد که الکترون به مدار پایین‌تر برود و کوتاه‌ترین طول‌موج (بیشترین انرژی) برای هنگامی است که الکترون از مدار n به پایین‌ترین مدار یعنی $n' = 1$ برود که طول‌موج مربوط به آن برابر است با:

$$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{4^2}) = R\frac{15}{16} \Rightarrow \lambda = \frac{16}{15R}$$

سؤال نسبت این طول‌موج‌ها را خواسته:

$$\frac{\lambda_{max}\ \text{جذب}}{\lambda_{min}\ \text{گسیل}} = \frac{\frac{16\times25}{9R}}{\frac{16}{15R}} = \frac{15\times25}{9} = \frac{125}{3}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۴)

۶۰- **گزینهٔ «۲»** *(آراس محمدی)*

روش بهتر برای حل این سؤال، استفاده از شکل و طرح‌وارهٔ زیر است:

$$84\,g \xrightarrow[\text{روز } 6]{} 42\,g \xrightarrow[\text{روز } 6]{} 21\,g$$

در این مرحله، x گرم مادهٔ پرتوزا را کم می‌کنیم:

$$21-x \xrightarrow[\text{روز } 6]{} \frac{21-x}{2} \xrightarrow[\text{روز } 6]{} \frac{21-x}{4}$$

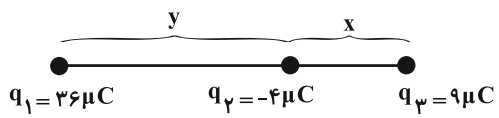
$$\left.\begin{array}{l} \text{مادهٔ پرتوزای باقی‌مانده در روز ۲۴ ام} = \frac{21-x}{4} \\ \text{مادهٔ پرتوزای باقی‌مانده در روز ۶ ام} = 42 \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{\text{طبق سؤال}} \frac{21-x}{4} = \frac{1}{12}(42) \Rightarrow 21-x = 14 \Rightarrow x = 7\,g$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۶۱- **گزینهٔ «۲»** *(ادریس محمدی)*

با توجه به این‌که برایند نیروهای وارد بر هر سه بار صفر است، داریم:



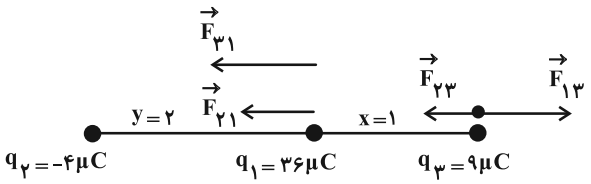
$$\vec{F}_{12} = \vec{F}_{32} \Rightarrow \frac{kq_1q_2}{y^2} = \frac{kq_2q_3}{x^2} \Rightarrow \frac{36}{y^2} = \frac{9}{x^2}$$

$$\xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}} y = 2x$$

چون سؤال مقایسه‌ای است برای سادگی در محاسبات $x = 1$ و $y = 2$ درنظر می‌گیریم، حال طبق شکل زیر داریم:

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in



$$F_{13} = \frac{kq_1q_3}{r^2} \Rightarrow F_{13} = \frac{k \times ۳۶ \times ۹}{۱^2} \Rightarrow F_{13} = ۳۲۴k$$
$$F_{23} = \frac{kq_2q_3}{r^2} \Rightarrow F_{23} = \frac{k \times ۴ \times ۹}{۳^2} \Rightarrow F_{23} = ۴k \Rightarrow F_{T_3} = ۳۲۰k$$

$$F_{31} = \frac{kq_3q_1}{r^2} \Rightarrow F_{31} = \frac{k \times ۹ \times ۳۶}{۱^2} \Rightarrow F_{31} = ۳۲۴k$$
$$F_{21} = \frac{kq_2q_1}{r^2} \Rightarrow F_{21} = \frac{k \times ۴ \times ۳۶}{۲^2} \Rightarrow F_{21} = ۳۶k \Rightarrow F_{T_1} = ۳۶۰k$$

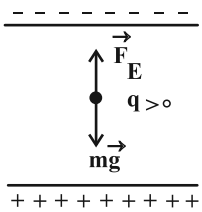
در آخر خواستهٔ سؤال $\left(\frac{F_{T_3}}{F_{T_1}}\right)$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_{T_3}}{F_{T_1}} = \frac{۳۲۰k}{۳۶۰k} \Rightarrow \frac{F_{T_3}}{F_{T_1}} = \frac{۸}{۹}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۶۲- **گزینهٔ «۱»** *(مجتبی نکوئیان)*

مطابق با شکل زیر، ذرهٔ بارداری در جهت نیروی وزن و خلاف جهت نیروی الکتریکی وارد بر آن جابه‌جا می‌شود. بنابراین کار نیروی وزن وارد بر ذره، مثبت و کار نیروی الکتریکی وارد بر آن منفی است، بنابراین داریم:



$$W_{mg} = -\Delta U_g = ۹ \times ۱۰^{-۳} J$$

$$W_E = -\Delta U_E = -۳ \times ۱۰^{-۳} J$$

طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_E + W_{mg} = \frac{۱}{۲}m(v_B^2 - v_A^2)$$

$$\xrightarrow{W_E = -۳ \times ۱۰^{-۳} J \; ; \; m = ۴ \times ۱۰^{-۳} kg \atop W_{mg} = ۹ \times ۱۰^{-۳} J \; ; \; v_A = ۰}$$

$$(-۳ \times ۱۰^{-۳}) + (۹ \times ۱۰^{-۳}) = ۲ \times ۱۰^{-۳} v_B^2$$

$$\Rightarrow v_B^2 = ۳ \Rightarrow v_B = \sqrt{۳}\,\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۶۳- **گزینهٔ «۳»** *(محمود منصوری)*

اگر $-۶mC$ بار از صفحهٔ منفی جدا کنیم بار این صفحه به مقدار $-۶mC$ کم می‌شود و اگر $-۶mC$ را به صفحهٔ مثبت بدهیم بار این صفحه هم به اندازهٔ $-۶mC$ خنثی شده و $۶mC$ کم می‌شود. در نهایت می‌توان گفت اندازهٔ بار صفحات $۶mC$ کاهش یافته یعنی، $Q_۲ = Q_۱ - ۶mC$. از طرفی هم به گفتهٔ سؤال انرژی خازن $۹J$ کاهش یافته، پس $U_۲ = U_۱ - ۹J$. چون خازن از مولد جدا شده اختلاف پتانسیل بین صفحات آن ثابت نیست بنابراین بهتر است از بین روابط

$U = \frac{۱}{۲}CV^2$ ، $U = \frac{Q^2}{۲C}$ و $U = \frac{۱}{۲}QV$، از رابطهٔ $U = \frac{Q^2}{۲C}$ (که متغیر V در آن وجود ندارد) کمک بگیریم.

$$U_۲ = U_۱ - ۹ \Rightarrow$$

$$\frac{Q_۲^2}{۲C} = \frac{Q_۱^2}{۲C} - ۹ \Rightarrow \frac{Q_۲^2 - Q_۱^2}{۲C} = -۹ \xrightarrow{\text{تجزیهٔ اتحاد مزدوج}}$$

$$\frac{(Q_۲ - Q_۱)(Q_۱ + Q_۲)}{۲C} = -۹ \xrightarrow[C = ۶\mu F = ۶ \times ۱۰^{-۶} F \; , \; Q_۱ = xmC = x \times ۱۰^{-۳}]{Q_۲ = Q_۱ - ۶mC}$$

$$\frac{(-۶ \times ۱۰^{-۳})(۲x \times ۱۰^{-۳} - ۶ \times ۱۰^{-۳})}{۲ \times ۶ \times ۱۰^{-۶}} = -۹$$

$$\Rightarrow \frac{x - ۳}{۳} = ۳ \Rightarrow x = ۱۲ \Rightarrow Q_۱ = ۱۲mC$$

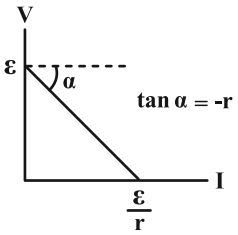
(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۶۴- **گزینهٔ «۳»** *(علیرضا جباری)*

نمودار اختلاف پتانسیل برحسب جریان برای دو سر یک باتری به صورت یک خط شیبدار است که شیب این خط برابر با $-r$ و عرض از مبدأ آن برابر با ε و طول از مبدأ آن برابر با $\frac{\varepsilon}{r}$ است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in



در شکل (الف)، شیب خط‌ها یکسان است $(r_A = r_B)$ اما عرض از مبدأ باتری B بیشتر است. $(\varepsilon_B > \varepsilon_A)$. در شکل (ب)، اندازهٔ شیب خط C بیشتر از شیب خط D است $(r_C > r_D)$ اما $\varepsilon_D = \varepsilon_C$ است. در شکل (پ)، طول از مبدأ باتری‌های E و F یکسان است.

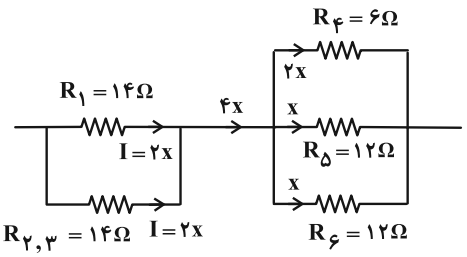
$$\frac{\varepsilon_E}{r_E} = \frac{\varepsilon_F}{r_F} \xrightarrow[\varepsilon_F = ۲۰V]{\varepsilon_E = ۱۰V} \frac{۱۰}{r_E} = \frac{۲۰}{r_F} \Rightarrow r_F = ۲r_E$$

بنابراین در گزینهٔ «۳» تمامی موارد درست هستند.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۶۵- **گزینهٔ «۳»** *(ادریس محمدی)*

با بستن کلید k، مقاومت $R_۷$ اتصال کوتاه شده و مقاومت‌های $R_۴$، $R_۵$ و $R_۶$ موازی می‌شوند (چرا؟). از طرفی دو مقاومت $R_۲$ و $R_۳$ متوالی هستند. مدار ساده شده به شکل زیر است:



اگر جریان گذرنده از مقاومت $R_۶$ را x درنظر بگیریم، جریان مقاومت‌های $R_۵$ و $R_۴$ را نیز می‌توان برحسب x به دست آورد (دقت شود در مقاومت‌های موازی، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت برابر است):

$$V_۶ = R_۶I_۶ \xrightarrow[I_۶ = x]{R_۶ = ۱۲\Omega} V_۶ = ۱۲x$$

$$\begin{cases} V_۶ = V_۵ \Rightarrow ۱۲x = ۱۲I_۵ \Rightarrow I_۵ = x \\ V_۶ = V_۴ \Rightarrow ۱۲x = ۶ \times I_۴ \Rightarrow I_۴ = ۲x \end{cases}$$

از طرفی جریانی که بین مقاومت‌های $R_۱$ و $R_{۲,۳}$ پخش می‌شود برابر است با $I_۴ + I_۵ + I_۶$ که $۴x$ است و چون مقاومت آن‌ها یکسان است پس جریان گذرنده از هر کدام از آن‌ها $۲x$ می‌باشد. حال خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_۵}{P_۱} = \frac{R_۵I_۵^۲}{R_۱I_۱^۲} \xrightarrow[R_۵ = ۱۲\Omega\ ,\ R_۱ = ۱۴\Omega]{I_۵ = x\ ,\ I_۱ = ۲x} \frac{P_۵}{P_۱} = \frac{۱۲ \times x^۲}{۱۴ \times ۴x^۲} = \frac{۳}{۱۴}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۶)

۶۶- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا جباری)*

با توجه به رابطهٔ $B = \frac{\mu_۰ NI}{\ell}$ میدان مغناطیسی درون یک سیملولهٔ حامل جریان، با تعداد حلقه‌ها و جریان عبوری از سیملوله، نسبت مستقیم دارد، اما با طول سیملوله نسبت وارون دارد. در اینجا تعداد حلقه‌ها تغییر نکرده است. بنابراین داریم:

$$\frac{B_۲}{B_۱} = \frac{I_۲}{I_۱} \times \frac{\ell_۱}{\ell_۲} \xrightarrow[\ell_۲ = \ell_۱ - ۰/۱\ell_۱ = ۰/۹\ell_۱]{I_۲ = I_۱ + ۱} \frac{B_۲}{B_۱} = \frac{I_۱ + ۱}{I_۱} \times \frac{\ell_۱}{۰/۹\ell_۱}$$

رابطهٔ فوق نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی درون سیملوله، افزایش یافته است. پس می‌توان نوشت:

$$B_۲ = B_۱ + ۰/۲۵B_۱ = ۱/۲۵B_۱$$

$$\frac{۱/۲۵B_۱}{B_۱} = \frac{I_۱ + ۱}{I_۱} \times \frac{۱}{۰/۹} \Rightarrow \frac{۹}{۸} = \frac{I_۱ + ۱}{I_۱} \Rightarrow I_۱ = ۸A$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۶۷- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا جباری)*

ابتدا آهنگ متوسط تغییر میدان مغناطیسی را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B_۲ - B_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۰/۰۸t_۲ + ۰/۰۵ - (۰/۰۸t_۱ + ۰/۰۵)}{t_۲ - t_۱}$$

$$= \frac{۰/۰۸(t_۲ - t_۱)}{(t_۲ - t_۱)} = ۰/۰۸\frac{T}{s}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

در اینجا نیروی محرکهٔ القایی و جریان القـایی حاصـل از آن، ناشـی از تغییـر میدان مغناطیسی است.

$$\left.\begin{matrix}\varepsilon_{av}=-N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\\ \Phi=BA\cos\theta\end{matrix}\right\}\Rightarrow \varepsilon_{av}=-NA\cos\theta\dfrac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[A=10^{3}cm^{2}=10^{3}\times10^{-4}m^{2}=10^{-1}m^{2}]{N=1\ ,\ \cos\theta=1}$$

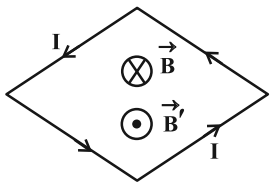
$$\varepsilon_{av}=-1\times10^{-1}\times1\times\dfrac{\Delta B}{\Delta t}\xrightarrow{\frac{\Delta B}{\Delta t}=0/08\frac{T}{s}}$$

$$|\varepsilon_{av}|=8\times10^{-3}V=8mV$$

جریان الکتریکی القایی متوسط در قاب را حساب می‌کنیم:

$$I_{av}=\dfrac{|\varepsilon_{av}|}{R}\xrightarrow[R=4\times2=8\Omega]{|\varepsilon_{av}|=8mV}I_{av}=\dfrac{8}{8}=1mA$$

با توجه به این‌که شار مغناطیسی در حال افزایش است، طبق قانون لنز، جهـت میدان مغناطیسی القایی $\vec{B}'$ باید در خلاف جهت میدان مغناطیسی اولیـهٔ $\vec{B}$ باشد تا از این راه با افزایش شار مخالفت کند. بنابراین بـا اسـتفاده از قاعـدهٔ دست راست معلوم می‌شود که جریان القایی درون قاب، پادساعتگرد است.



(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۱۱، ۱۱۲ و ۱۱۷)

۶۸- **گزینهٔ «۴»** (محمود منصوری)

ابتدا جریان عبوری از رسانا را در لحظهٔ مورد نظر به دست می‌آوریم:

$$V=RI\Rightarrow 5=10\times I\Rightarrow I=0/5A$$

با توجه به رابطهٔ جریان متناوب داریم:

$$I=I_{m}\sin(\dfrac{2\pi}{T}t)\xrightarrow{T=20ms=2\times10^{-2}s}$$

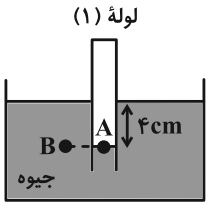
$$0/5=1\times\sin(\dfrac{2\pi}{0/02}t)\Rightarrow\sin(100\pi t)=\dfrac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{اولین بار}}100\pi t=\dfrac{\pi}{6}\Rightarrow t=\dfrac{1}{600}s$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

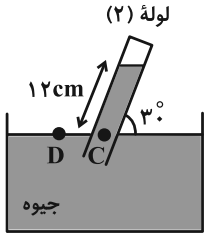
۶۹- **گزینهٔ «۱»** (حسام نادری)

ابتدا فشار گاز درون لولهٔ (۱) را حساب می‌کنیم:



$$P_A=P_B\Rightarrow P_1=P_0+P_{\text{جیوه}}=76+4=80cmHg$$

حال فشار گاز درون لولهٔ (۲) را حساب می‌کنیم. توجه شود که ارتفاع عمودی ستون مایع در محاسبهٔ فشار اهمیت دارد:



$$P_C=P_D\Rightarrow P_2+P_{\text{جیوه}}=P_0$$

$$\xrightarrow{P_{\text{جیوه}}=12\times\sin30^{\circ}=6\,cmHg}P_2=76-6=70cmHg$$

$$\text{خواستهٔ سؤال}\Rightarrow\dfrac{P_1}{P_2}=\dfrac{80}{70}=\dfrac{8}{7}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۷۰- **گزینهٔ «۳»** (آراس محمدی)

دقت کنید در هر دو مرحله، تغییرات انرژی جنبشی افزایشی است؛ زیرا تندی افزایش یافته است:

$$\begin{cases}v+4>v-2\Rightarrow 4>-2 & \text{ق ق}\\ 2v+5>v+4\Rightarrow v>-1 & \text{ق ق}\end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

همچنین دقت کنید که تندی همواره مثبت است پس قطعاً از ۱- بزرگ‌تر است.

$$K_۲ - K_۱ = ۱۲۵ \Rightarrow \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) = ۱۲۵$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}m((v+۴)^۲ - (v-۲)^۲) = ۱۲۵$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}m(۱۲v+۱۲) = ۱۲۵ \qquad (۱)$$

$$K_۳ - K_۲ = ۳۷۵ \Rightarrow \frac{۱}{۲}m(v_۳^۲ - v_۲^۲) = ۳۷۵$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}m((۲v+۵)^۲ - (v+۴)^۲) = ۳۷۵$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}m(۳v^۲ + ۱۲v + ۹) = ۳۷۵ \qquad (۲)$$

عبارت (۱) را بر (۲) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{۱۲v+۱۲}{۳v^۲+۱۲v+۹} = \frac{۱۲۵}{۳۷۵} \Rightarrow \frac{۱۲v+۱۲}{۳(v^۲+۴v+۳)} = \frac{۱}{۳}$$

$$\xrightarrow{\text{ساده‌سازی و طرفین وسطین}} v^۲ + ۴v + ۳ = ۱۲v + ۱۲$$

$$\Rightarrow v^۲ - ۸v - ۹ = (v-۹)(v+۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} v = ۹\frac{m}{s} & \text{ق ق} \\ v = -۱\frac{m}{s} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

برای به دست آوردن انرژی جنبشی خواسته شده، باید $\frac{۱}{۲}m$ را به دست آوریم. پس تندی به دست آمده را $(v = ۹\frac{m}{s})$ در عبارت (۱) یا (۲) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{۱}{۲}m(۱۲)(v+۱) = ۱۲۵ \xrightarrow{v=۹} \frac{۱}{۲}m = \frac{۱۲۵}{۱۲۰} = \frac{۲۵}{۲۴}$$

حال خواستهٔ سؤال را حساب می‌کنیم:

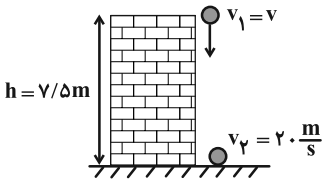
$$K_۲ = \frac{۱}{۲}m(۴v)^۲ \xrightarrow[v=۹\frac{m}{s}]{\frac{۱}{۲}m=\frac{۲۵}{۲۴}kg}$$

$$K = \frac{۲۵}{۲۴} \times (۳۶)^۲ \Rightarrow K = ۱۳۵۰J = ۱/۳۵kJ$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۷۱- **گزینهٔ «۳»** (ادریس محمدی)

چون در هر دو حالت گلوله مسافت یکسانی را طی می‌کند و نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله در دو حالت یکسان فرض شده است، پس کار نیروی مقاومت هوا در دو حالت با یکدیگر برابر است. حال با توجه به شکل‌های زیر، روابط پایستگی انرژی را برای هر دو حالت می‌نویسیم:

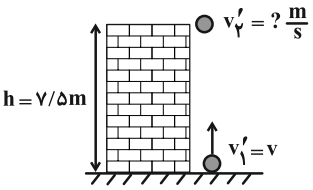


$$W_{f_D} = E_۲ - E_۱ \Rightarrow W_{f_D} = (U_۲ + K_۲) - (U_۱ + K_۱)$$

$$\xrightarrow[v_۱=v\ ,\ v_۲=۲۰\frac{m}{s}]{U_۲=۰\ ,\ U_۱=mgh} W_{f_D} = (۰ + \frac{۱}{۲}m \times v_۲^۲) - (mgh + \frac{۱}{۲}mv_۱^۲)$$

$$\Rightarrow W_{f_D} = ۲۰۰m - ۷۵m - \frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$\Rightarrow W_{f_D} = ۱۲۵m - \frac{۱}{۲}mv^۲ \qquad (۱)$$



$$W_{f_D} = E'_۲ - E'_۱ \Rightarrow W_{f_D} = (U'_۲ + K'_۲) - (U'_۱ + K'_۱)$$

$$W_{f_D} = (mgh + \frac{۱}{۲}mv'^۲_۲) - (۰ + \frac{۱}{۲}mv'^۲_۱)$$

$$\xrightarrow[v'_۱=v]{h=۷/۵m} W_{f_D} = ۷۵m + \frac{۱}{۲}mv'^۲_۲ - \frac{۱}{۲}mv^۲ \qquad (۲)$$

حال از برابر قرار دادن رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$۱۲۵m - \frac{۱}{۲}mv^۲ = ۷۵m + \frac{۱}{۲}mv'^۲_۲ - \frac{۱}{۲}mv^۲$$

$$\Rightarrow ۵۰m = \frac{۱}{۲}mv'^۲_۲ \Rightarrow v'^۲_۲ = ۱۰۰ \Rightarrow v'_۲ = ۱۰\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۲- **گزینهٔ «۲»** *(محمدجواد سورچی)*

می‌دانیم در لحظهٔ شروع سرریز شدن مایع، حجم ظرف با حجم مایع برابر است. بنابراین طبق رابطهٔ $V_۲ = V_۱(۱+\beta\Delta\theta)$ داریم:

$$V_{۲\,\text{ظرف}} = V_{۲\,\text{مایع}} \Rightarrow V_{۱\,\text{ظرف}}(۱+\beta_{\text{ظرف}}\Delta\theta) = V_{۱\,\text{مایع}}(۱+\beta_{\text{مایع}}\Delta\theta)$$

$$\xrightarrow{\substack{V_{۱\,\text{ظرف}}=A(۴۰+L)\,,\ \beta_{\text{ظرف}}=۱۰^{-۴}\frac{۱}{K} \\ V_{۱\,\text{مایع}}=A\times۴۰\,,\ \beta_{\text{مایع}}=۱۰^{-۳}\frac{۱}{K}\,,\ \Delta\theta=\frac{۵}{۹}\Delta F=\frac{۵}{۹}\times۱۰۰/۸=۵۶^\circ C}}$$

$$A(۴۰+L)(۱+۱۰^{-۴}\times۵۶) = A\times۴۰(۱+۱۰^{-۳}\times۵۶)$$

$$(۴۰+L)(۱/۰۰۵۶) = ۴۰(۱/۰۵۶) \Rightarrow ۴۰/۲۲۴+۱/۰۰۵۶L = ۴۲/۲۴$$

$$\Rightarrow L \simeq ۲cm$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۷۳- **گزینهٔ «۳»** *(محمدجواد سورچی)*

کمترین مقدار آب برای این‌که دمای تعادل مجموعه صفر درجهٔ سلسیوس شود مربوط به حالتی است که تمام آب یخ بزند، بنابراین داریم:

$$^\circ C \text{ یخ } m_۱ \xleftarrow{Q_۲} ^\circ C \text{ آب } m_۱ \xleftarrow{Q_۲} ۲۰^\circ C \text{ آب } m_۱$$

$$-۲۰^\circ C \text{ یخ } m \xrightarrow{Q_۱} ^\circ C \text{ یخ } m$$

$$Q_۱ = mc_{\text{یخ}}\Delta\theta \Rightarrow Q_۱ = m\times۲۱۰۰\times(۰-(-۲۰)) = ۴۲۰۰۰m$$

$$Q_۲ = m_۱c_{\text{آب}}\Delta\theta' \Rightarrow Q_۲ = m_۱\times۴۲۰۰\times(۰-۲۰) = -۸۴۰۰۰m_۱$$

$$Q_۳ = -m_۱L_F \Rightarrow Q_۳ = -m_۱\times۳۳۶۰۰۰ = -۳۳۶۰۰۰m_۱$$

$$Q_۱+Q_۲+Q_۳ = ۰ \Rightarrow ۴۲۰۰۰m-۸۴۰۰۰m_۱-۳۳۶۰۰۰m_۱ = ۰$$

$$m-۲m_۱-۸m_۱ = ۰ \Rightarrow m = ۱۰m_۱$$

از طرفی بیشترین مقدار آب برای این‌که دمای تعادل مجموعه صفر درجهٔ سلسیوس شود، مربوط به حالتی است که تمام یخ ذوب شود، بنابراین داریم:

$$^\circ C \text{ آب } m_۲ \xleftarrow{Q_۵} ۲۰^\circ C \text{ آب } m_۲$$

$$-۲۰^\circ C \text{ یخ } m \xrightarrow{Q_۱} ۰^\circ C \text{ یخ } m \xrightarrow{Q_۴} ۰^\circ C \text{ آب } m$$

$$Q_۱ = ۴۲۰۰۰m\ ,\ Q_۴ = mL_F = ۳۳۶۰۰۰m$$

$$Q_۵ = m_۲c_{\text{آب}}\Delta\theta = m_۲\times۴۲۰۰\times(۰-۲۰) = -۸۴۰۰۰m_۲$$

$$Q_۱+Q_۴+Q_۵ = ۰ \Rightarrow ۴۲۰۰۰m+۳۳۶۰۰۰m-۸۴۰۰۰m_۲ = ۰$$

$$\Rightarrow m+۸m-۲m_۲ = ۰ \Rightarrow m_۲ = ۴/۵m$$

در نهایت جرم یخ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} m = ۱۰m_۱ \\ m_۲ = ۴/۵m \end{cases} \Rightarrow m_۲ = ۴۵m_۱ \xrightarrow{m_۲-m_۱=۴۴۰۰g}$$

$$۴۴m_۱ = ۴۴۰۰g \Rightarrow m_۱ = ۱۰۰g \xrightarrow{m=۱۰m_۱} m = ۱۰۰۰g$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۶)

۷۴- **گزینهٔ «۳»** *(محسن سلماسی‌وند)*

$$\Delta U = W+Q$$

$$W \xrightarrow{\text{در فرایند هم‌حجم}} ۰ \Rightarrow \Delta U = Q \Rightarrow U_۲-U_۱ = Q \qquad (I)$$

از طرفی می‌دانیم که انرژی درونی تابع دمای گاز است.

$$U \propto T \Rightarrow \frac{U_۲}{U_۱} = \frac{T_۲}{T_۱}$$

$$\frac{U_۲}{U_۱} = \frac{۷۷+۲۷۳}{۲۷+۲۷۳} = \frac{۳۵۰}{۳۰۰} = \frac{۷}{۶} \Rightarrow U_۱ = \frac{۶}{۷}U_۲ \qquad (II)$$

$$\xrightarrow{(I)\,,\,(II)} U_۲(۱-\frac{۶}{۷}) = ۴۰۰ \Rightarrow U_۲ = ۲۸۰۰J$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۲)

۷۵- **گزینهٔ «۴»** *(مسام نادری)*

$$\begin{cases} Q_H = ۱۰۰۰J \\ |Q_L| = ۷۲۰J \end{cases} \Rightarrow |W| = Q_H-|Q_L| = ۲۸۰J$$

بازده $\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{۲۸۰}{۱۰۰۰} = ۰/۲۸ \Rightarrow ٪۲۸$

توان $P = \frac{|W|}{t} = \frac{۲۸۰}{۰/۷} = ۴۰۰W$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۴۵ و ۱۴۶)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی

۷۶- **گزینهٔ «۲»** *(سعید تیزرو)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) نادرست؛

$$۳/۷\,g\ Ca_۳N_۲ \times \frac{۱\,mol\ Ca_۳N_۲}{۱۴۸\,g\ Ca_۳N_۲} \times \frac{۵\times۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\ \text{یون}}{۱\,mol\ Ca_۳N_۲}$$

$$= ۷/۵۲۵\times۱۰^{۲۲}\ \text{یون}$$

۲) درست؛ $Z = \frac{A-(n-e)+\text{بار یون}}{۲} = \frac{۱۱۵-۲۰+۳}{۲} = ۴۹$

عنصر با عدد اتمی ۴۹، در دورهٔ ۵ و گروه ۱۳ جدول دوره‌ای جای دارد و آرایش الکترونی این عنصر به صورت $[_{۳۶}Kr]\ ۴d^{۱۰}\ ۵s^{۲}\ ۵p^{۱}$ می‌باشد. عناصر قبل و بعد از این عنصر به ترتیب متعلق به دو دستهٔ d و p می‌باشند.

۳) نادرست؛ با افزایش فاصله از هستهٔ اتم (افزایش مقدار n) اختلاف انرژی بین دو لایهٔ متوالی کاهش و اختلاف طول موج افزایش می‌یابد.

۴) نادرست؛ آرایش الکترونی عناصر استثناء ($_{۲۴}Cr$، $_{۲۹}Cu$ و ...) از اصل آفبا پیروی نمی‌کند.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۶، ۱۷ و ۲۷ تا ۳۲)

۷۷- **گزینهٔ «۳»** *(شهرزاد معرفت‌ایزدی)*

موارد (الف) و (ت) نادرست می‌باشند.

$X \Rightarrow {}_{۸}O$

$Y \Rightarrow {}_{۲۴}Cr$

$Z \Rightarrow {}_{۲۰}Ca$

$W \Rightarrow {}_{۱۷}Cl$

بررسی موارد نادرست:

الف) اتم X (اکسیژن) با گرفتن دو الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب هم‌دورهٔ خود می‌رسد.

ت) $Y^{۳+}:[_{۱۸}Ar]\ ۳d^{۳}$

در زیرلایه با $l=۲$، ۳ الکترون وجود دارد نه ۴ الکترون.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۸ و ۳۰ تا ۳۴)

۷۸- **گزینهٔ «۳»** *(شهرزاد معرفت‌ایزدی)*

$AlF_۳$ ⇐ آلومینیم فلوئورید

$N_۲O_۴$ ⇐ دی نیتروژن تترا اکسید

$Co_۲(SO_۴)_۳$ ⇐ کبالت (III) سولفات

$Cu_۲S$ ⇐ مس (I) سولفید

نکته: CO کربن مونوکسید - Co کبالت

(شیمی ۱-ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۷۹- **گزینهٔ «۱»** *(روزبه رضوانی)*

$$۲Al + ۶HCl \rightarrow ۲AlCl_۳ + ۳H_۲$$

$$\frac{P_۱V_۱}{T_۱} = \frac{P_۲V_۲}{T_۲} \Rightarrow \frac{۱\times V_۱}{۲۷۳} = \frac{۲\times۱/۱۲}{۲۷۳+۹۱}$$

$$\Rightarrow V_۱ = ۱/۶۸\,L \quad \text{حجم گاز در شرایط STP}$$

حال جرم Al مصرف شده را با استفاده از حجم گاز تولید شده در شرایط STP به دست می‌آوریم:

$$g\ Al = ۱/۶۸\,L\ H_۲ \times \frac{۱\,mol\ H_۲}{۲۲/۴\,L\ H_۲} \times \frac{۲\,mol\ Al}{۳\,mol\ H_۲} \times \frac{۲۷\,g\ Al}{۱\,mol\ Al}$$

$$= ۱/۳۵\,g\ Al$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۸۰- **گزینهٔ «۱»** *(شهرزاد معرفت‌ایزدی)*

معادله به شکل زیر موازنه می‌شود:

$$۲Cr + ۶H_۲SO_۴ \rightarrow Cr_۲(SO_۴)_۳ + ۳SO_۲ + ۶H_۲O$$

که مجموع ضرایب مواد برابر ۱۸ است. از طرفی معادلهٔ سوختن ناقص متان به صورت زیر است:

$$۲CH_۴ + ۳O_۲ \rightarrow ۲CO + ۴H_۲O$$

$\frac{۱۸}{۲} = ۹$ که ضریب CO برابر ۲ می‌باشد. پس:

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴ و ۸۴)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۱- **گزینهٔ «۴»** *(سعید تیزرو)*

بررسی گزینه‌ها:

۱)

$$\text{چگالی } O_3 = \frac{\text{جرم مولی } O_3}{\text{حجم مولی } O_3} = \frac{48\,g.mol^{-1}}{20\,L.mol^{-1}} = 2/4\,g.L^{-1}$$

۲) با توجه به رابطهٔ $M = \frac{\text{۱۰× درصد جرمی × چگالی}}{\text{جرم مولی}}$، می‌توان نتیجه گرفت در غلظت‌های مولی و چگالی یکسان، درصد جرمی محلولی که جرم مولی بیشتری دارد، بیشتر است.

جرم مولی سدیم فسفات: $(3\times23)+31+(4\times16)=164\,g.mol^{-1}$

جرم مولی سدیم سولفات: $(2\times23)+32+(4\times16)=142\,g.mol^{-1}$

۳)

در دمای $30^\circ C$: $S = 0/3(30)+27 = 36\,g$

$$680\,g \text{ محلول} \times \frac{36\,g\ KCl}{136\,g \text{ محلول}} = 180\,g\ KCl$$

۴) در ترکیب یونی Li_2SO_4، دو یون Li^+ وجود دارد. در نتیجه می‌توان نتیجه گرفت غلظت مولی یون Li^+ دو برابر غلظت مولی یون SO_4^{2-} است، نه درصد جرمی و ppm آن.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی + آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۷۸، ۷۹، ۹۴، ۹۵، ۹۸، ۹۹ و ۱۰۳)

۸۲- **گزینهٔ «۱»** *(شهرزاد معرفت‌ایزدی)*

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{S_2}{0/29} = \frac{3}{1} \Rightarrow S_2 = 3\times0/29$$

$$2\,L\times\frac{1000\,mL}{1\,L}\times\frac{1\,g}{1\,mL} \Rightarrow \text{جرم محلول } 2000\,g$$

در نهایت جرم CO_2 آزاد شده را از فرمول زیر به دست می‌آوریم. می‌دانیم که اول CO_2 در فشار $3\,atm$ بوده و بعد با باز کردن درب بطری فشار به $1\,atm$ رسیده است.

جرم CO_2 آزاد شده

$$= \frac{(\text{گرم انحلال‌پذیری در دمای ثانویه} - \text{گرم انحلال‌پذیری در دمای اولیه})}{100} \times \text{جرم محلول} \Rightarrow \frac{3\times0/29-0/29}{100}\times2000$$

$$\Rightarrow 11/6\,g\ CO_2 \text{ خارج شده از بطری}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

۸۳- **گزینهٔ «۲»** *(شهرزاد معرفت‌ایزدی)*

هنگامی که یک ترکیب یونی در آب انحلال‌پذیر باشد رابطهٔ مورد نظر برقرار است.

نیروی جاذبه یون – دوقطبی در محلول > میانگین نیروی جاذبه بین پیوند یونی در کنار پیوند هیدروژنی در آب

لیتیم سولفات و منیزیم کلرید و منیزیم سولفات در آب حل می‌شوند و از جمله داده شده تبعیت می‌کنند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۸۹، ۹۰ و ۹۸

شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحهٔ ۱۹

شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحهٔ ۱۱)

۸۴- **گزینهٔ «۲»** *(هادی مهدی‌زاده)*

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times10^6 \Rightarrow 200 = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{1000}\times10^6$$

جرم حل‌شونده $= 0/2\,g\ (CO_3^{2-})$

$$?\,mol\ CO_3^{2-} = 0/2\,g\,CO_3^{2-}\times\frac{1\,mol\ CO_3^{2-}}{60\,g\ CO_3^{2-}}$$

$$\simeq 0/003\,mol\ CO_3^{2-}$$

با توجه به این‌که فرمول شیمیایی آمونیوم کربنات $(NH_4)_2CO_3$ است، پس:

$$?\,mol\ NH_4^+ = 2\times0/003 = 0/006\,mol\ NH_4^+$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

۸۵- **گزینهٔ «۱»** *(روزبه رضوانی)*

الف) نادرست؛ فلزها الکترون از دست می‌دهند و به اشتراک نمی‌گذارند.

ب) نادرست؛ این مورد برای هالوژن‌ها درست است، هالیدها یون‌های یک بار منفی هالوژن‌ها هستند.

پ) نادرست؛ گاز هیدروژن در دمای اتاق با برم واکنش نمی‌دهد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۶- **گزینهٔ «۲»** *(سعید تیزرو)*

واکنش سوختن آلکان‌ها : $C_nH_{2n+2} + \frac{3n+1}{2}O_2 \rightarrow nCO_2 + (n+1)H_2O$

$$4/2\,g\ C_nH_{2n+2} \times \frac{1\,mol\ C_nH_{2n+2}}{(14n+2)\,g} \times \frac{(n+1)\,mol\ H_2O}{1\,mol\ C_nH_{2n+2}} \times \frac{18\,g\ H_2O}{1\,mol\ H_2O} = 6/3\,g\ H_2O$$

$$\Rightarrow 21n+3 = 18n+18 \Rightarrow n=5 \Rightarrow$$ آلکان مورد نظر: C_5H_{12}

تعداد پیوندهای اشتراکی آلکان : $3n+1 \Rightarrow 3(5)+1 = 16$

تعداد ایزومرهای آلکان‌های ۴ تا ۷ کربنه : $2^{n-4}+1 \Rightarrow 2^{5-4}+1 = 3$

$$\Rightarrow 16-3 = 13$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۲، ۳۳ و ۷۰)

۸۷- **گزینهٔ «۳»** *(میلاد میرحیدری)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) واکنش تا ثانیهٔ ۴۰ ادامه داشته است پس با گذشت ۴۰ ثانیه از آغاز واکنش تمام فلز پتاسیم مصرف شده است.

۲)

$$\bar{R}_{Mg(NO_3)_2} = \left|\frac{\Delta[Mg(NO_3)_2]}{\Delta t}\right| = \left|\frac{0/5\,(mol.L^{-1}) - 2/5\,(mol.L^{-1})}{40\,(s)}\right|$$

$$= 0/05\,mol.L^{-1}.s^{-1} \times (0/5\,L) = 0/025\,mol.s^{-1}$$

$$Mg(NO_3)_2 + 2K \rightarrow 2KNO_3 + Mg$$

$$\frac{\bar{R}_K}{2} = \bar{R}_{Mg(NO_3)_2} \Rightarrow \bar{R}_K = 0/05\,mol.s^{-1}$$

۳)

$$\bar{R} = \bar{R}_{Mg(NO_3)_2} = 0/05\,mol.L^{-1}.s^{-1} \times \frac{60\,s}{1\,min}$$

$$= 3\,mol.L^{-1}.min^{-1}$$

۴) سرعت متوسط واکنش، نصف سرعت متوسط مصرف پتاسیم و ترکیب دارای پتاسیم است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

۸۸- **گزینهٔ «۱»** *(امیرمحمد کنکرانی)*

$$NO(g) + O_3(g) \rightarrow NO_2(g) + O_2(g) \qquad \Delta H = -198/9\,kJ$$

$$\frac{3}{2}O_2(g) \rightarrow O_3(g) \qquad \Delta H = -\frac{1}{2}(-284/6) = 142/3\,kJ$$

$$O(g) \rightarrow \frac{1}{2}O_2(g) \qquad \Delta H = -\frac{1}{2}(495) = -247/5\,kJ$$

$$NO(g) + O(g) \rightarrow NO_2(g) \qquad \Delta H = -304/1\,kJ$$

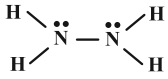
(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۸۹- **گزینهٔ «۳»** *(سعید تیزرو)*

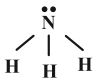
بررسی گزینه‌ها:

۱) واکنش (I) گرماگیر بوده و در آن واکنش‌دهنده‌ها پایدارترند. همچنین به دلیل تولید فراوردهٔ ناپایدار امکان تعیین گرمای مبادله شده در این واکنش با استفاده از گرماسنج (روش مستقیم) وجود ندارد.

۲) ساختار لوویس فراورده‌های دو واکنش به صورت زیر است:



: $\frac{\text{جفت الکترون پیوندی}}{\text{جفت الکترون ناپیوندی}} = \frac{5}{2}$



: $\frac{\text{جفت الکترون پیوندی}}{\text{جفت الکترون ناپیوندی}} = \frac{3}{1}$

۳)

گرمای حاصل از واکنش (I) : $1400\,g\ N_2 \times \frac{1\,mol\ N_2}{28\,g\ N_2} \times \frac{91\,kJ}{1\,mol\ N_2} = 4550\,kJ$

گرمای حاصل از واکنش (II) : $560\,L\ N_2H_4 \times \frac{1\,mol\ N_2H_4}{22/4\,L\ N_2H_4} \times \frac{183\,kJ}{1\,mol\ N_2H_4} = 4575\,kJ$

۴) از جمع واکنش‌های (I) و (II) می‌توان واکنش زیر را به دست آورد:

$$N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$$

در نتیجه ΔH این واکنش را می‌توان از جمع ΔH آن دو واکنش به دست آورد:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = 91 - 183 = -92\,kJ$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گرمای آزاد شده به ازای ۱۰۲۰ گرم NH_3:

$$1020\,g\,NH_3 \times \frac{1\,mol\,NH_3}{17\,g\,NH_3} \times \frac{92\,kJ}{2\,mol\,NH_3} = 2760\,kJ$$

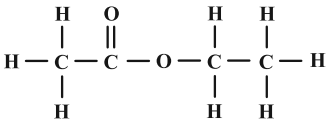
$$= 2/76 \times 10^6\,J$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۲، ۷۲ و ۷۳)

۹۰- **گزینهٔ «۳»** *(امیرمحمد کنگرانی)*

۱) در مرحلهٔ اول ΔH واکنش سوختن را حساب می‌کنیم:

$$C_4H_8O_2 + 5O_2 \rightarrow 4CO_2 + 4H_2O$$



$$+5(O=O) \rightarrow 4(O=C=O) + 4(H-O-H)$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [8\Delta H_{C-H} + 2\Delta H_{C-C} + 2\Delta H_{C-O} + 5\Delta H_{O=O}]$$

$$-[7\Delta H_{C=O} + 8\Delta H_{O-H}]$$

$$= [(8\times 415) + (2\times 348) + (2\times 357) + (5\times 495)]$$

$$-[(7\times 799) + (8\times 463)] = 7205 - 9297 = -2092\,kJ$$

۲) درصد خلوص اتیل استات (P) را به دست می‌آوریم، از ۱۰۰ کم می‌کنیم تا درصد ناخالصی به دست بیاید:

روش اول:

$$18/48\,g\,C_4H_8O_2 \times \frac{1\,mol\,C_4H_8O_2}{88\,g\,C_4H_8O_2}$$

$$\times \frac{2092\,kJ}{1\,mol\,C_4H_8O_2} \times \frac{P}{100} = 418/4\,kJ$$

$$\Rightarrow P \simeq 95/2\,\% \Rightarrow 100 - P = 4/8\,\%$$ درصد ناخالصی

روش دوم:

$$\frac{\text{گرمای آزادشده}}{|\Delta H|} = \frac{\text{درصد خلوص} \times \text{گرم اتیل‌استات}}{\text{ضریب استوکیومتری} \times \text{جرم مولی اتیل استات}}$$

$$\frac{18/48\times P}{88\times 100} = \frac{418/4}{2092} \Rightarrow P \simeq \%95/2$$

درصد ناخالصی $= 100 - 95/2 = 4/8\,\%$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحهٔ ۶۷)

۹۱- **گزینهٔ «۳»** *(شهرزاد معرفت‌ایزدی)*

در ظرف واکنش به حجم ۳ L، ۱۲ گوی که معادل با ۲/۴ مول گاز SO_3 است وجود دارد. در دمای ثابت فشار گازهای درون ظرف ۶۰٪ افزایش یافته و ۱/۶ فشار اولیه شده است.

$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1} = \frac{P_2V_2}{n_2T_2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_2 = 3/84\,mol$$ گاز

بعد از ثانیهٔ ۴۵ از شروع واکنش، شمار مول‌های گاز موجود در ظرف برابر ۳/۸۴ مول است.

شمار مول گاز ظرف	$2SO_3$	$\rightarrow$	$2SO_2$	$+\ O_2$
۲/۴	۲/۴		۰	۰
	$-2x$		$+2x$	$+x$
$2/4+x$	$2/4-2x$		$2x$	x

$$2/4 + x = 3/84 \Rightarrow x = 1/44\,mol$$

$2x$ مول (۲/۸۸ مول) گاز SO_2 تولید شده، چون حجم ظرف برابر ۳ L است. غلظت مولار گاز SO_2 برابر ۰/۹۶ مول بر لیتر است.

$$\bar{R}_{SO_2} = \frac{0/96\,mol.L^{-1}}{45s \times \frac{1\,min}{60s}} = \frac{1/28\,mol}{L.min}\,SO_2$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

۹۲- **گزینهٔ «۳»** *(شهرزاد معرفت‌ایزدی)*

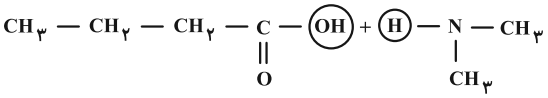
موارد (لف)، (ب) و (پ) نادرست و مورد (ت) درست است.

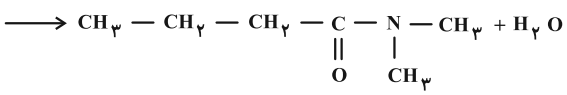
بررسی موارد:

الف) با افزایش شمار کربن در ترکیبات آلی، نقطهٔ جوش آن‌ها افزایش و انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاهش می‌یابد.

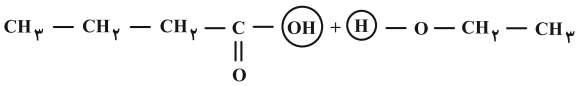
ب) بوی سیب (متیل بوتانوات) و بوی انگور (اتیل هپتانوات) به ترتیب ناشی از ترکیبات b و a است.

پ) اسید سازندهٔ ترکیب b، بوتانوئیک اسید (C_3H_7COOH) است که با دی متیل آمین، آمیدی با فرمول $C_6H_{13}NO$ می‌سازد.





ت) اسید سازندهٔ b، بوتانوییک اسید بوده که با الکل سازندهٔ a (اتانول) واکنش داده و اتیل بوتانوآت حاصل می‌شود که عامل بو و طعم سازندهٔ استر موجود در آناناس است.



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

$$\longrightarrow H_2O + CH_3-CH_2-CH_2-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-O-CH_2-CH_3$$

اتیل بوتانوات

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۸، ۱۱۲ و ۱۱۳)

۹۳- **گزینهٔ «۲»** *(سعید تیزرو)*

تنها مورد سوم نادرست است؛ به ترتیب در ریتالین ۸ اتم و در استامینوفن ۶ اتم تنها به یک اتم H متصل‌اند. هر دو ساختار دارای سه پیوند $C=C$ هستند؛ در نتیجه برای سیر شدن آن‌ها به ۳ مول هیدروژن و ۳ مول برم نیاز است. هر دو ساختار دو اتم O و یک اتم N دارند که در مجموع ۵ جفت الکترون ناپیوندی خواهند داشت. همچنین هر کدام از ساختارها دارای دو نوع گروه عاملی می‌باشند و مجموع عدد اکسایش اتم‌های N و O در دو ساختار برابر و مساوی ۷- است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۹۴- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

رسانایی این محلول در غلظت یکسان از محلول HF بیشتر است چون به مقدار بیشتری در آب یونیده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) کلسیم اکسید یک باز آرنیوس است و از حل شدن ۰/۵ مول از آن، ۱ مول یون هیدروکسید در آب تولید می‌شود.

$$CaO(s)+H_2O(l)\rightarrow Ca^{2+}(aq)+2OH^-(aq)$$

۲) HBr ترکیب مولکولی است و از یون‌های H^+ و Br^- تشکیل نشده است اما وقتی در آب حل می‌شود به یون‌های H^+ و Br^- یونیده می‌شود.

۴) در صنعت کشاورزی برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک به آن آهک می‌افزایند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

۹۵- **گزینهٔ «۱»** *(روزبه رضوانی)*

$$R_{H^+}=2\times2\times10^{-3}=4\times10^{-3}\ mol.L^{-1}.s^{-1}$$

$$\Delta[H^+]=4\times10^{-3}\ mol.L^{-1}.s^{-1}\times2s=8\times10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

$$pH_{\text{اولیه}}=1/4\Rightarrow[H]^+=4\times10^{-2}mol.L^{-1}$$

$$[H^+]_{\text{ثانویه}}=0/04-0/008=0/032mol.L^{-1}$$

$$pH_{\text{ثانویه}}=-\log2^5\times10^{-3}=1/5$$

$$\Delta_{pH}=1/5-1/4=0/1$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۹۶- **گزینهٔ «۱»** *(امیر حاتمیان)*

ابتدا غلظت یون هیدرونیوم هر محلول اسید را حساب می‌کنیم:

$$pH=2/7\Rightarrow[H^+]_1=[HCl]_1=10^{-2/7}=10^{-3}\times10^{0/3}$$

$$=2\times10^{-3}mol.L^{-1}$$

$$pH=2/3\Rightarrow[H^+]_2=[HCl]_2=10^{-2/3}=10^{-3}\times10^{0/7}$$

$$=5\times10^{-3}mol.L^{-1}$$

حال با استفاده از فرمول زیر غلظت یون هیدرونیوم نهایی را به دست می‌آوریم:

$$[H^+]_{\text{نهایی}}=\frac{[H^+]_1\times V_1+[H^+]_2\times V_2}{V_1+V_2}$$

$$=\frac{2\times10^{-3}\times30+5\times10^{-3}\times20}{30+20}=3/2\times10^{-3}mol.L^{-1}$$

حال pH محلول نهایی را حساب می‌کنیم:

$$pH=-\log_{10}^{32\times10^{-4}}=-(\log_{10}^{2^5}+\log_{10}^{10^{-4}})=-(5\log_{10}^{2}-4)=2/5$$

حال در اثر واکنش هیدروکلریک اسید با نقره نیترات داریم:

$$HCl(aq)+AgNO_3(aq)\rightarrow AgCl(s)+HNO_3(aq)$$

$$?\ mg\ AgCl=10mL\ HCl\times\frac{1L\ HCl}{1000mL\ HCl}$$

$$\times\frac{3/2\times10^{-3}mol\ HCl}{1L\ HCl}\times\frac{1mol\ AgCl}{1mol\ HCl}$$

$$\times\frac{143/5g\ AgCl}{1mol\ AgCl}\times\frac{1000mg\ AgCl}{1g\ AgCl}=4/592mg$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۷- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

$$\underset{0}{Zn} + Ag_2O \rightarrow \underset{+2}{ZnO} + 2Ag$$

با توجه به تغییر عدد اکسایش، هر مول روی ۲ مول الکترون از دست می‌دهد.

$$?\,\text{روز} = 0/75\,g\ Zn \times \frac{80}{100} \times \frac{1\,mol\ Zn}{65\,g\ Zn} \times \frac{2\,mol\,e^-}{1\,mol\ Zn} \times \frac{6/02\times10^{23}\,e^-}{1\,mol\ e^-}$$

$$\times \frac{1\,s}{5\times10^{15}\,e^-} \times \frac{1\,min}{60\,s} \times \frac{1\,h}{60\,min} \times \frac{1\,\text{روز}}{24\,h} = 25/7\ \text{روز}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحهٔ ۶۳)

۹۸- **گزینهٔ «۱»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

زیرا فلز Al کاتیون دو بار مثبت تشکیل نمی‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) زیرا Zn آند سلول را تشکیل داده و اکسایش می‌یابد.

$$Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-$$

۳) زیرا مولکول‌های آب در آند دستگاه اکسایش می‌یابند. نیم‌واکنش کاتدی آن به صورت $2H_2O + 2e^- \rightarrow H_2 + 2OH^-$ است.

۴) $2NaCl(l) \rightarrow 2Na(l) + Cl_2(g) \sim 2\,mol\ e^-$

$$?\,L\,Cl_2 = 6/02\times10^{22}\,e^- \times \frac{1\,mol\ e^-}{6/02\times10^{23}\,e^-}$$

$$\times \frac{1\,mol\ Cl_2}{2\,mol\,e^-} \times \frac{22/4\,L\ Cl_2}{1\,mol\ Cl_2} = 1/12\,L\ Cl_2$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴، ۴۵، ۴۷، ۵۴ و ۵۵)

۹۹- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

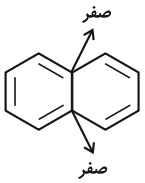
با توجه به شکل کتاب در برقکافت سدیم کلرید مذاب جنس الکترودهای کاتد و آند متفاوت است (با رنگ متفاوتی نشان داده شده است.)

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) به عنوان مثال ذوب کردن و خشک کردن، فیزیکی و برقکافت یا تبدیل $Mg(OH)_2$ به $MgCl_2$ فرایندی شیمیایی است. با توجه به شکل صفحهٔ ۵۶ کتاب درسی چگالی Mg از $MgCl_2$ مذاب کمتر است.

۲) گاز H_2 را می‌توان از واکنش Al با محلول سدیم هیدروکسید تهیه نمود. در فصل ۱ محلول پودر Al و $NaOH$ یک پاک‌کننده خورنده بود که علاوه بر تولید گرما گاز H_2 نیز تولید می‌کرد.

۳) زیرا از ۱۰ اتم کربن در نفتالن دو اتم فاقد H بوده و عدد اکسایش آن‌ها برابر صفر است.



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۲، ۵۴، ۵۵، ۵۶ و ۶۱)

۱۰۰- **گزینهٔ «۳»** *(روزبه رضوانی)*

سطح آنتالپی الماس از گرافیت بالاتر است، بنابراین از سوختن الماس در مقایسه با گرافیت گرمای بیشتری آزاد می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحهٔ ۷۲)

۱۰۱- **گزینهٔ «۱»** *(میلاد میرحیدری)*

الف) تمام مواد کووالانسی و یونی در دمای اتاق جامد هستند. از بین فلزها فقط جیوه در دمای اتاق مایع است. اما بسیاری از مواد مولکولی در دمای اتاق به شکل گاز وجود دارند.

ب) با توجه به نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی و توزیع نامتقارن بار الکتریکی، این مولکول قطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۵، ۷۶ و ۱۰۷)

۱۰۲- **گزینهٔ «۳»** *(رضا مسکن)*

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ از اجزای سازندهٔ جامدات یونی است.

ب) درست

پ) درست

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

بار یون = مجموع اعداد اکسایش

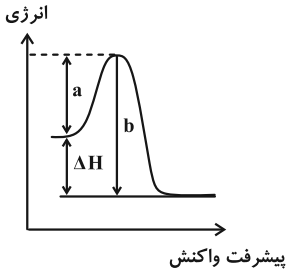
$\frac{|-۴|}{+۱}=۴$ $NH_۴^+$ $SiO_۴^{۴-}$

ت) درست

	$SiO_۴^{۴-}$	$SO_۴^{۲-}$	$PO_۴^{۳-}$
اعداد اکسایش اتم مرکزی	+۴	+۶	+۵

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحهٔ ۹۰)

۱۰۳- **گزینهٔ «۲»** (روزبه رضوانی)



$b=۲a+۲$

$|\Delta H|=۲a$

$|\Delta H|=b-a=۲a \Rightarrow b=۳a$

$\begin{cases} b=۳a \\ b=۲a+۲ \end{cases} \Rightarrow a=۲\ ,\ b=۶$

$a+b=۸$

با توجه به این‌که کاتالیزگر مقدار a و b را به یک میزان کاهش می‌دهد، لذا در مقدار آنتالپی تغییری ایجاد نکرده و در محاسبه نیز می‌توان آن را وارد نکرد، به عبارتی کاهش ۲۵٪ انرژی فعال‌سازی توسط کاتالیزگر به عنوان نکته انحرافی مطرح شده است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۱۰۴- **گزینهٔ «۱»** (روزبه رضوانی)

بررسی موارد:

الف) افزایش فشار به یک واکنش تعادلی با شمار مول‌های گازی برابر در دو سوی معادلهٔ واکنش، تأثیری بر جابه‌جایی تعادل نخواهد داشت.

ب) با افزایش فشار، تعادل به سمت تعداد مول‌های گازی کمتر پیش می‌رود و با افزایش فشار و کاهش حجم، غلظت همه گونه‌های گازی در ظرف افزایش می‌یابد.

پ) این تعادل گرماگیر است، پس با افزایش دما، در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

ت) کاتالیزگر تأثیری در جابه‌جایی تعادل ندارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۸، ۹۹ و ۱۰۶ تا ۱۰۸)

۱۰۵- **گزینهٔ «۴»** (شهرزاد معرفت‌ایزدی)

بررسی گزینه‌ها:

۱) چون نقطهٔ جوش آمونیاک نسبت به $N_۲$ و $H_۲$ بالاتر است، در فرایند هابر برای جداسازی آمونیاک تولید شده از مخلوط واکنش از تفاوت آشکار در نقطهٔ جوش آمونیاک با سایر مواد استفاده می‌شود.

۲) در فرایند هابر با کاهش دما، پیشرفت واکنش و بازده افزایش می‌یابد و سرعت انجام واکنش هم با این تغییرات کم می‌شود. برای انجام شدن این واکنش در دمای کم با سرعت بالا از کاتالیزگر Fe استفاده می‌شود.

۳) به ازای تولید هر مول گاز آمونیاک در واکنش تعادلی

$N_۲ + ۳H_۲ \rightleftharpoons ۲NH_۳$ مجموعاً ۲ مول واکنش‌دهندهٔ گازی مصرف می‌شود.

$\frac{۱}{۲}N_۲ + \frac{۳}{۲}H_۲ \rightleftharpoons NH_۳$

۰/۵mol ۱/۵mol ۱mol

$۱/۵+۰/۵=۲\,mol$ واکنش‌دهنده $\times \frac{۲۲/۴L}{۱mol}=۴۴/۸L$

۴) فرایند هابر یک واکنش گرماده $(\Delta H<۰)$ است پس می‌توان گفت با افزایش دمای محیط درصد پیشرفت واکنش تولید $NH_۳$ در هابر کاهش می‌یابد. ۵۰۰K همان ۲۲۷°C است و این مقدار از دمای ۲۰۰°C بیشتر است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹)

Telegram: @konkur_in