شماره داوطلب

نام خانوادگی و نام

- - -

خراسان رضوی

شهر

کد آزمون ۱۲۰۴

دفترچه شماره ۱

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی موسسه سروش اندیشه حیات

پاسخنامه کنکور اردیبهشت ۱۴۰۳

گروه آزمایشی علوم ریاضی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

تعدادسول: ۱۰۵عدد مدت پاسخگویی: ۱۴۵دقیقه

عنوان مواد امتحانی تعداد،شماره سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعدادسول	ازشماره	تاشماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

برای مشاهده پاسخنامه آزمون به سایت موسسه مراجعه نمایید

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

ریاضیات

۱. گزینهٔ «۴»

ریاضی ۱ - فصل ۱ - دنبالهٔ حسابی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۶۹ غلط: ٪۵ نزده: ٪۲۶

نقشهٔ راه: بر اساس رابطهٔ واسطهٔ حسابی، مقدار مجهول و به دنبال آن، قدرنسبت را می‌یابیم و به کمک جملهٔ اول و قدرنسبت، جملهٔ نهم دنباله را محاسبه می‌کنیم.

جعبه‌ابزار:
- اگر سه جملهٔ a، b و c، به‌ترتیب تشکیل دنبالهٔ حسابی بدهند، آن‌گاه: $2b = a + c$
- جملهٔ عمومی یک دنبالهٔ حسابی را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد: $a_n = a_1 + (n-1)d \; ; \; n \in \mathbb{N}$
- اگر a_n جملهٔ عمومی یک دنبالهٔ حسابی باشد، قدرنسبت از رابطهٔ زیر به دست می‌آید: $d = a_{n+1} - a_n \; ; \; n \in \mathbb{N}$

دو برابر جملهٔ وسط با مجموع جمله‌های اول و سوم برابر است؛ پس:

$$2(1+2a) = a + (5-a) \Rightarrow 2 + 4a = 5 \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

با فرض این‌که جملهٔ اول a است، قدرنسبت و سپس جملهٔ نهم را می‌یابیم:

$$d = a_2 - a_1 = (1+2a) - a = 1 + a \xrightarrow{a=\frac{3}{4}} 1 + \frac{3}{4} \Rightarrow d = \frac{7}{4}$$

$$a_9 = a_1 + 8d = \frac{3}{4} + 8\left(\frac{7}{4}\right) = \frac{3}{4} + 14 = 14/75$$

۲. گزینهٔ «۳»

آمار و احتمال - فصل ۱ - ترکیب گزاره‌ها

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۶۶ غلط: ٪۱۵ نزده: ٪۱۹

نقشهٔ راه: کافی است با ارزش‌دادن به گزارهٔ r، ارزش کلی گزارهٔ داده‌شده را مشخص کنیم.

جعبه‌ابزار: ارزش گزارهٔ شرطی $p \Rightarrow q$، فقط زمانی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد.

در دو حالت زیر، ارزش گزارهٔ شرطی را بررسی می‌کنیم:

حالت اول فرض کنیم r گزاره‌ای با ارزش درست باشد؛ در این‌صورت ارزش گزارهٔ داده‌شده، نادرست است:

$$(p \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow q)$$
$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$
$$د \quad د \quad ن \quad د$$
$$د \quad \quad ن$$
$$ن$$

حالت دوم فرض کنیم r گزاره‌ای با ارزش نادرست باشد؛ در این‌صورت ارزش گزارهٔ داده‌شده، درست است:

$$(p \Rightarrow r) \Rightarrow (r \Rightarrow q)$$
$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$
$$د \quad ن \quad ن \quad ن$$
$$ن \quad \quad د$$
$$د$$

پس ارزش گزارهٔ داده‌شده، همواره با ارزش گزارهٔ $r \sim$ یکسان است.

- **نقد کنکور:** در این سؤال، بهتر است گفته شود گزارهٔ داده‌شده با کدام گزاره، هم‌ارزش است؛ زیرا گزارهٔ داده‌شده، در حالت کلی با گزارهٔ $r \sim$ هم‌ارز منطقی نیست!

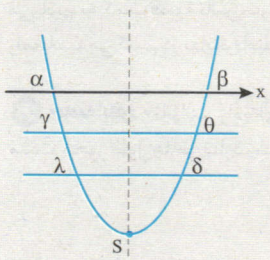
۳. گزینهٔ «۱»

ریاضی ۱ - فصل ۴ - نمودار سهمی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۴۸ غلط: ٪۹ نزده: ٪۴۳

نقشهٔ راه: مجموع طول‌های دو نقطه را می‌یابیم.

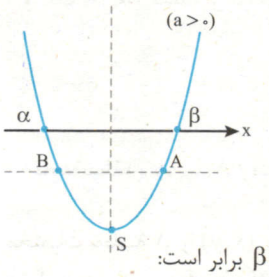
جعبه‌ابزار: • مجموع طول‌های هر دو نقطهٔ هم‌عرض روی نمودار سهمی، مقداری ثابت و دو برابر طول نقطهٔ رأس سهمی است. (ضریب $x^2 > 0$)



$$\alpha + \beta = \gamma + \theta = \lambda + \delta = 2x_S$$

• صفرهای تابع $y = f(x)$، در صورت وجود، طول نقاط برخورد منحنی با محور طول‌هاست.

عرض‌های دو نقطهٔ $A(3, -4)$ و $B(-1/5, -4)$ با هم برابرند؛ بنابراین با توجه به شکل، اگر α و β صفرهای تابع باشند، داریم: $(\Delta > 0)$



$$\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{\alpha + \beta}{2} = x_S$$

در نتیجه مقدار $x_A + x_B$ با مجموع α و β برابر است:

$$\alpha + \beta = x_A + x_B = 3 + (-1/5) = 1/5$$

مجموع صفرهای تابع (در صورت وجود) $\frac{3}{2} = 1/5$ است.

۴. گزینهٔ «۴»

حسابان ۱ - فصل ۱ - روابط بین جواب‌های معادلهٔ درجهٔ دوم

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۵۴ غلط: ٪۱۱ نزده: ٪۳۵

نقشهٔ راه: اختلاف جواب‌ها را می‌یابیم، با عبارت داده‌شده برابر می‌گذاریم و مقدار مجهول را به دست می‌آوریم.

جعبه‌ابزار:
- اگر α و β، جواب‌های معادلهٔ $ax^2 + bx + c = 0 \; (a \neq 0)$ باشند، آن‌گاه: $|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$
- در معادلهٔ $\square = \sqrt{\bigcirc}$، هر دو عبارت ○ و □ باید نامنفی باشند.

اختلاف جواب‌های معادله را از رابطهٔ $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ محاسبه می‌کنیم و با $\frac{4}{3}k$ برابر می‌گذاریم:

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|} = \frac{\sqrt{(2k)^2 - 4(1)(5)}}{|1|} = \frac{4k}{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{4k^2 - 20} = \frac{4k}{3} \Rightarrow 2\sqrt{k^2 - 5} = \frac{4k}{3}$$

$$\xrightarrow{\div 2} \sqrt{k^2 - 5} = \frac{2k}{3}$$

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

با فرض $k \geq \sqrt{5}$ داریم:

$$k^2 - 5 = \frac{4k^2}{9} \xrightarrow{\times 9} 9k^2 - 45 = 4k^2$$

$$\Rightarrow 5k^2 = 45 \Rightarrow k^2 = 9 \xrightarrow{k \geq \sqrt{5}} k = 3$$

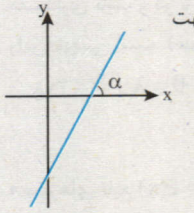
در نتیجه $[\frac{k^2}{2}] = [\frac{3^2}{2}] = [\frac{9}{2}] = 4$.

۵. گزینهٔ «۱» حسابان ۱ - فصل ۱ - هندسهٔ مختصاتی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۵۹٪ غلط: ۵٪ نزده: ۳۶٪

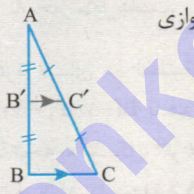
نقشهٔ راه: رئوس مثلث را نام‌گذاری می‌کنیم. شیب خط و معادلهٔ آن را می‌یابیم. به کمک قضیهٔ تالس، عرض نقطهٔ A و بر اساس آن، طول نقطهٔ A را محاسبه می‌کنیم. در نهایت فاصلهٔ A را از مبدأ مختصات به دست می‌آوریم.

جعبه‌ابزار:
- تانژانت زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور طول‌ها می‌سازد، شیب خط است.



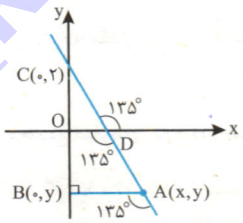
$$m = \tan\alpha$$

- در مثلث ABC، اگر پاره‌خط $B'C'$ با BC موازی و $AC' = C'C$ باشد، آن‌گاه $AB' = B'B$ است.



- فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_A, y_A)$ از مبدأ مختصات، برابر $OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2}$ است.

مختصات نقطهٔ A را (x,y) در نظر می‌گیریم. شیب خط AC برابر $\tan 135^\circ = -1$ و عرض‌ازمبدأ خط نیز برابر ۲ است؛ پس معادلهٔ آن به‌صورت $y = -x + 2$ است.



از طرفی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، محور طول‌ها که موازی ضلع AB است $(OD \parallel BA)$، وتر AC را نصف می‌کند؛ پس $OB = OC$ و در نتیجه $y = -2$ است؛ بنابراین طول نقطهٔ A را می‌یابیم:

$$y = -x + 2 \Rightarrow -2 = -x + 2 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow A(x,y) = A(4,-2)$$

با توجه به مختصات نقطهٔ A، طول OA برابر است با:

$$OA = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

۶. گزینهٔ «۲» حسابان ۱ - فصل ۲ - تابع جزء صحیح

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۷۱٪ غلط: ۷٪ نزده: ۲۲٪

نقشهٔ راه: مقدار $f(\sqrt{5})$ را محاسبه و آن را جای‌گذاری می‌کنیم. a برابر مقدار حاصل را به جای x در تابع f قرار می‌دهیم و به یک معادله می‌رسیم. (این‌جا بهتر است از گزینه‌ها کمک بگیریم تا درگیر راه‌حل تشریحی ارائه‌شده نشویم.)

جعبه‌ابزار:

۱) $[x] = k \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \leq x < k+1$

۲) $a < u < b \Rightarrow \begin{cases} u < b \\ \text{و} \\ a < u \end{cases}$

روش اول ابتدا مقدار $f(\sqrt{5})$ را می‌یابیم:

$$f(\sqrt{5}) = 5 - [\sqrt{5}] = 5 - 2 = 3$$

می‌دانیم $f(af(\sqrt{5})) = 2$ است؛ پس:

$$f(3a) = 2 \Rightarrow (3a)^2 - [3a] = 2 \Rightarrow (3a)^2 = [3a] + 2$$

از آن‌جایی که $[3a] + 2$ عددی صحیح است، پس لزوماً $(3a)^2$ نیز عددی صحیح است. از طرفی $(3a)^2$ همواره نامنفی است؛ بنابراین $[3a] + 2 \geq 0$.

اگر $(3a)^2$ را k فرض کنیم: $(k \in \{0,1,2,3,\ldots\})$

$$(3a)^2 = k \Rightarrow 3a = \pm\sqrt{k} \Rightarrow a = \pm\frac{\sqrt{k}}{3}$$

$$\Rightarrow k = [3(\frac{\pm\sqrt{k}}{3})] + 2 \Rightarrow k = [\pm\sqrt{k}] + 2 \Rightarrow [\pm\sqrt{k}] = k - 2$$

از این‌جا به بعد، معادله را در دو حالت زیر بررسی می‌کنیم:

حالت اول اگر $a \geq 0$ باشد، داریم:

$$[\sqrt{k}] = k - 2 \Rightarrow k - 2 \leq \sqrt{k} < (k-2) + 1$$

$$\Rightarrow k - 2 \leq \sqrt{k} < k - 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k - 2 \leq \sqrt{k} \\ \sqrt{k} < k - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k - \sqrt{k} - 2 \leq 0 \Rightarrow k \in \{0,1,2,3,4\} \\ k - \sqrt{k} - 1 > 0 \Rightarrow k \in \{3,4,\ldots\} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\cap} k \in \{3,4\} \Rightarrow \begin{cases} k = 3 \xrightarrow{a>0} a = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ k = 4 \xrightarrow{a>0} a = \frac{2}{3} \end{cases}$$

حالت دوم اگر $a < 0$ باشد، داریم:

$$[-\sqrt{k}] = k - 2 \Rightarrow k - 2 \leq -\sqrt{k} < (k-2) + 1$$

$$\Rightarrow k - 2 \leq -\sqrt{k} < k - 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k - 2 \leq -\sqrt{k} \\ -\sqrt{k} < k - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k + \sqrt{k} - 2 \leq 0 \Rightarrow k \in \{0,1\} \\ k + \sqrt{k} - 1 > 0 \Rightarrow k \in \{1,2,\ldots\} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\cap} k = 1 \Rightarrow a = \frac{-\sqrt{k}}{3} \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

روش دوم پس از رسیدن به معادلهٔ $(3a)^2 = [3a] + 2$، کافی بود مقدار گزینه‌ها را به a بدهیم تا ببینیم کدام‌یک از آن‌ها در معادله صادق است. تنها گزینهٔ صادق در معادله، گزینهٔ «۲» یعنی $a = -\frac{1}{3}$ است.

۷. گزینهٔ «۳» حسابان ۱ - فصل ۱ - معادلات گنگ

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۱۳٪ غلط: ۱۰٪ نزده: ۷۷٪

نقشهٔ راه: با انتقال $\sqrt{x}$ به سمت راست تساوی، طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم و x را برحسب a می‌یابیم. a را به‌گونه‌ای در نظر می‌گیریم که x عددی صحیح باشد.

جعبه‌ابزار:
- حاصل $(\frac{a+1}{2})^2$، به ازای a های فرد، عددی صحیح است.
- برای حل معادلهٔ رادیکالی، باید در حد امکان، یک رادیکال را در یک طرف تساوی تنها کنیم و طرفین را به توان ۲ برسانیم.

$\sqrt{x}$ را به سمت راست تساوی منتقل می‌کنیم و طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\sqrt{x-a} = a - \sqrt{x} \xrightarrow[\text{توان ۲}]{\sqrt{x} \leq a \leq x} x - a = a^2 + x - 2a\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow -a = a^2 - 2a\sqrt{x} \Rightarrow 2a\sqrt{x} = a^2 + a$$

@kotob_konkoria

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

اگر $a \neq 0$ باشد، طرفین را بر a تقسیم می‌کنیم:

$$2\sqrt{x} = a+1 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{a+1}{2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x = (\frac{a+1}{2})^2$$

به ازای اعداد فرد a، مقدار x عددی صحیح می‌شود؛ بنابراین با توجه به دامنهٔ $\sqrt{x} \leq a \leq x$، همهٔ اعداد فرد مثبت و یک‌رقمی a قابل قبول هستند؛ یعنی $a \in \{1,3,5,7,9\}$.

اگر $a = 0$ باشد، داریم: $\sqrt{x} + \sqrt{x-0} = 0 \Rightarrow 2\sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0$

بنابراین مجموعه‌جواب قابل قبول برای a، به‌صورت $a \in \{0,1,3,5,7,9\}$ و دارای ۶ عضو است.

تذکر: تابع $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x-a}$، به‌صورت مجموع دو تابع اکیداً صعودی است و می‌توان آن را اکیداً صعودی در نظر گرفت. برد این تابع به ازای $a \geq 0$، برابر $[\sqrt{a}, +\infty)$ است و شرط جواب‌داشتن معادلهٔ $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a$ عبارت است از $\sqrt{a} \leq a$. این شرط به ازای مقادیر صحیح و نامنفی a همواره برقرار است.

۸. گزینهٔ «۲» حسابان ۱ - فصل ۲ - وارون تابع

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۶۸ غلط: ٪۴ نزده: ٪۲۸

نقشهٔ راه: به کمک عرض نقطهٔ داده‌شده و ضابطهٔ خط، طول نقطهٔ تقاطع را می‌یابیم. جای x و y آن را عوض می‌کنیم، مختصات نقطهٔ جدید را در ضابطهٔ تابع f جای‌گذاری می‌کنیم و مقدار a را می‌یابیم.

جعبه‌ابزار: اگر f^{-1} وارون تابع f باشد، آن‌گاه:

$$(a,b) \in f^{-1} \Rightarrow (b,a) \in f$$

طول نقطهٔ واقع بر خط $-10y - x = -10$ و به عرض ۱ را می‌یابیم:

$$10(1) - x = -10 \Rightarrow x = 20$$

نقطهٔ $(1,20)$ روی نمودار تابع f^{-1} قرار دارد؛ پس نقطهٔ $(1,20)$ روی نمودار تابع f واقع است.

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + ax + 1$$

$$\xrightarrow{(1,20)} 20 = 1 + 6 + a + 1 \Rightarrow a = 12$$

مشاوره: سال گذشته نیز، شبیه این تست در کنکور طرح شده بود؛ لزوم حل تست‌های کنکورهای قبلی، بسیار جدی است. از آن‌ها غفلت نکنید!

۹. گزینهٔ «۴» حسابان ۱ - فصل ۳ - معادلهٔ لگاریتمی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۴۸ غلط: ٪۱۰ نزده: ٪۴۲

نقشهٔ راه: جمع لگاریتم‌ها را به‌صورت یک لگاریتم با ضرب آرگومان‌ها می‌نویسیم. به کمک تعریف لگاریتم، مقدار x را می‌یابیم و با جای‌گذاری مقدار x در لگاریتم خواسته‌شده، حاصل را به دست می‌آوریم.

جعبه‌ابزار:

۱) $(a \mp b)(a^2 \pm ab + b^2) = a^3 \mp b^3$

۲) $\log_c a + \log_c b = \log_c(ab) \quad (a,b,c>0, c\neq 1)$

۳) $\log_a x = b \Rightarrow x = a^b \quad (a \in (0,+\infty) - \{1\})$

۴) $\log_{b^n} a^m = \frac{m}{n}\log_b a \quad (a,b>0, b\neq 1)$

با استفاده از فرمول‌های لگاریتم، سمت چپ تساوی را ساده می‌کنیم:

$$\log_2(x^2+2x+4) + \log_2(x-2) = 3$$

$$\xrightarrow{x>2} \log_2(x^2+2x+4)(x-2) = 3$$

$$\Rightarrow \log_2(x^3-8) = 3 \Rightarrow x^3 - 8 = 2^3 \Rightarrow x^3 = 8+8 = 16$$

$$x = \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^4} = 2^{\frac{4}{3}}$$

مقدار خواسته‌شده را به ازای x به دست آمده، محاسبه می‌کنیم:

$$\log_{\sqrt[3]{2}} x = \log_{2^{\frac{1}{3}}} 2^{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{3}} \log_2 2 = 4$$

۱۰. گزینهٔ «۱» حسابان ۱ - فصل ۳ - نمودار توابع لگاریتمی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۳۴ غلط: ٪۵ نزده: ٪۶۱

نقشهٔ راه: مختصات نقاط داده‌شده را در ضابطهٔ تابع جای‌گذاری می‌کنیم. به دو معادله با سه مجهول می‌رسیم. با کم‌کردن دو معادله از هم، پارامتر c حذف می‌شود و نسبت a و b به دست می‌آید.

جعبه‌ابزار:

۱) $\log_c a - \log_c b = \log_c \frac{a}{b} \quad (a,b,c>0, c\neq 1)$

۲) $\log_a x = b \Rightarrow x = a^b \quad (a>0, a\neq 1)$

نمودار تابع از نقطه‌های $(0,2)$ و $(4/2,0)$ عبور می‌کند؛ پس این دو نقطه در ضابطهٔ تابع صادق‌اند.

$$(0,2) \in y \Rightarrow 2 = c + \log_5(a(0)+b)$$

$$\Rightarrow 2 = c + \log_5 b \Rightarrow c = 2 - \log_5 b \quad (1)$$

$$(4/2,0) \in y \Rightarrow 0 = c + \log_5(4/2a+b) \quad (2)$$

به جای c در رابطهٔ (۲)، مقدار آن را از رابطهٔ (۱) قرار می‌دهیم:

$$0 = 2 - \log_5 b + \log_5(4/2a+b) \Rightarrow \log_5(4/2a+b) - \log_5 b = -2$$

$$\Rightarrow \log_5(\frac{4/2a+b}{b}) = -2 \Rightarrow \frac{4/2a+b}{b} = 5^{-2} = \frac{1}{25}$$

در کسر سمت چپ تساوی، صورت را تفکیک می‌کنیم:

$$(4/2)\frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{1}{25} \Rightarrow (4/2)\frac{a}{b} + 1 = \frac{1}{25}$$

$$\Rightarrow (4/2)\frac{a}{b} = \frac{-24}{25} \xrightarrow{\div 4/2} \frac{a}{b} = \frac{-10}{25} \Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{2}{5}$$

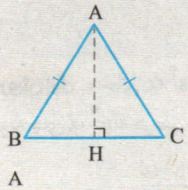
۱۱. گزینهٔ «۳» حسابان ۱ - فصل ۴ - نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۳۴ غلط: ٪۶ نزده: ٪۶۰

نقشهٔ راه: ارتفاع نظیر رأس A را رسم می‌کنیم و طول آن را به کمک رابطهٔ فیثاغورس، محاسبه می‌کنیم. تانژانت زاویهٔ مکمل α را می‌یابیم و با استفاده از آن به محاسبهٔ مقدار تانژانت α می‌پردازیم.

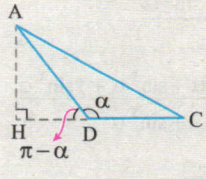
جعبه‌ابزار:

۱)



$$AH = \sqrt{AB^2 - (\frac{BC}{2})^2}$$

۲)



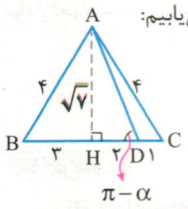
$$\tan\alpha = -\tan(\pi-\alpha) = -\frac{AH}{DH}$$

طول ارتفاع مثلث متساوی‌الساقین ABC را با طول ساق‌های ۴ و قاعدهٔ ۶ با توجه به رابطهٔ فیثاغورس می‌یابیم:

$$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$$

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

اکنون در شکل مقابل، تانژانت زاویهٔ مکمل α را می‌یابیم:



$$\overset{\triangle}{ADH}: \tan(\pi-\alpha)=\frac{AH}{DH}=\frac{\sqrt{۷}}{۲}$$

از طرفی می‌دانیم $\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$؛ پس:

$$-\tan\alpha=\frac{\sqrt{۷}}{۲}\Rightarrow\tan\alpha=-\frac{\sqrt{۷}}{۲}$$

۱۲. گزینهٔ «۲» حسابان ۱ - فصل ۴ - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۴۳ غلط: ٪۱۳ نزده: ٪۴۴

نقشهٔ راه: از $\sqrt{۲}$ فاکتور می‌گیریم و مقدار تفاضل کسینوس از سینوس را به کمک اتحادهای مثلثاتی محاسبه می‌کنیم. در عبارت حاصل، به جای x، مقدار $\frac{\pi}{۱۲}$ را جای‌گذاری می‌کنیم.

جعبه‌ابزار:

$$\sin\alpha-\cos\alpha=\sqrt{۲}\sin(\alpha-\frac{\pi}{۴})$$

در نسبت‌های دوم و سوم از $\sqrt{۲}$ فاکتور می‌گیریم و با توجه به جعبه‌ابزار داریم:

$$\sqrt{۲}\sin x-\sqrt{۲}\cos x=\sqrt{۲}(\sin x-\cos x)$$
$$=\sqrt{۲}(\sqrt{۲}\sin(x-\frac{\pi}{۴}))=۲\sin(x-\frac{\pi}{۴})$$

رابطه را بازنویسی و به جای xهای آن، مقدار $\frac{\pi}{۱۲}$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$۳\cos۴x+۲\sin(x-\frac{\pi}{۴})$$
$$\xrightarrow{x=\frac{\pi}{۱۲}}۳\cos\frac{۴\pi}{۱۲}+۲\sin(\frac{\pi}{۱۲}-\frac{\pi}{۴})=۳\cos\frac{\pi}{۳}+۲\sin(-\frac{\pi}{۶})$$
$$=۳\cos\frac{\pi}{۳}-۲\sin\frac{\pi}{۶}=۳(\frac{۱}{۲})-۲(\frac{۱}{۲})=\frac{۱}{۲}$$

۱۳. گزینهٔ «۳» حسابان ۱ - فصل ۴ - روابط بین نسبت‌های مثلثاتی کمان‌های ۲α

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۳۷ غلط: ٪۸ نزده: ٪۵۵

نقشهٔ راه: در کسر اول، همهٔ نسبت‌های مثلثاتی را به کسینوس و در کسر دوم، همهٔ نسبت‌های مثلثاتی را به سینوس تبدیل می‌کنیم. صورت کسرها تشکیل اتحاد مربع کامل می‌دهند و با مخرج‌هایشان ساده می‌شوند. در انتها به اتحاد مثلثاتی کسینوس ۲α می‌رسیم.

جعبه‌ابزار:

۱. $\cos۲\alpha=\cos^۲\alpha-\sin^۲\alpha$
۲. $(a\pm b)^۲=a^۲\pm۲ab+b^۲$
۳. $\sin^۲\alpha=۱-\cos^۲\alpha$
۴. $\cos^۲\alpha=۱-\sin^۲\alpha$

روش اول به جای $\cos^۴\alpha$ در صورت کسر دوم، $(\cos^۲\alpha)^۲=(۱-\sin^۲\alpha)^۲$ و به جای $\sin^۴\alpha$ در صورت کسر اول، $(\sin^۲\alpha)^۲=(۱-\cos^۲\alpha)^۲$ را قرار می‌دهیم:

$$\frac{(۱-\cos^۲\alpha)^۲+۴\cos^۲\alpha}{۱+\cos^۲\alpha}-\frac{(۱-\sin^۲\alpha)^۲+۴\sin^۲\alpha}{۱+\sin^۲\alpha}$$
$$=\frac{۱-۲\cos^۲\alpha+\cos^۴\alpha+۴\cos^۲\alpha}{۱+\cos^۲\alpha}-\frac{۱-۲\sin^۲\alpha+\sin^۴\alpha+۴\sin^۲\alpha}{۱+\sin^۲\alpha}$$
$$=\frac{\cos^۴\alpha+۲\cos^۲\alpha+۱}{۱+\cos^۲\alpha}-\frac{\sin^۴\alpha+۲\sin^۲\alpha+۱}{۱+\sin^۲\alpha}$$

صورت کسرها را به اتحاد مربع دوجمله‌ای تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{(۱+\cos^۲\alpha)^۲}{۱+\cos^۲\alpha}-\frac{(۱+\sin^۲\alpha)^۲}{۱+\sin^۲\alpha}$$
$$=۱+\cos^۲\alpha-۱-\sin^۲\alpha=\cos^۲\alpha-\sin^۲\alpha=\cos۲\alpha$$

روش دوم کافی است به جای α، صفر و ۹۰° بگذاریم:

$$\frac{\sin^۴۰+۴\cos^۲۰}{۱+\cos^۲۰}-\frac{\cos^۴۰+۴\sin^۲۰}{۱+\sin^۲۰}=\frac{۰+۴}{۱+۱}-\frac{۱+۰}{۱+۰}=۱$$

با جای‌گذاری صفر در گزینه‌ها، گزینه‌های «۲» و «۴» حذف می‌شوند.

$$\frac{\sin^۴۹۰^\circ+۴\cos^۲۹۰^\circ}{۱+\cos^۲۹۰^\circ}-\frac{\cos^۴۹۰^\circ+۴\sin^۲۹۰^\circ}{۱+\sin^۲۹۰^\circ}=\frac{۱+۰}{۱+۰}-\frac{۰+۴}{۱+۱}=۱-۲=-۱$$

با جای‌گذاری ۹۰° به جای α، گزینهٔ «۱» نیز حذف می‌شود و پاسخ درست گزینهٔ «۳» است.

۱۴. گزینهٔ «۴» حسابان ۲ - فصل ۲ - معادلهٔ مثلثاتی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۴۶ غلط: ٪۱۳ نزده: ٪۴۱

نقشهٔ راه: به کمک فرمول طلایی، نسبت کسینوس را به سینوس تبدیل و معادله را حل می‌کنیم.

جعبه‌ابزار:

۱. $\cos۲\alpha=۱-۲\sin^۲\alpha$
۲. $\sin x=۱\Rightarrow x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}\ ;\ k\in\mathbb{Z}$
۳. $\sin x=-۱\Rightarrow x=۲k\pi-\frac{\pi}{۲}\ ;\ k\in\mathbb{Z}$
۴. $\sin^۲x=\sin^۲\alpha\Rightarrow x=k\pi\pm\alpha\ ;\ k\in\mathbb{Z}$

روش اول در معادلهٔ $\cos۲x+\sin^۲x=۰$، از فرمول (طلایی) $\cos۲x=۱-۲\sin^۲x$ استفاده می‌کنیم:

$$۱-۲\sin^۲x+\sin^۲x=۰\Rightarrow\sin^۲x=۱$$
$$\Rightarrow\begin{cases}\sin x=۱\\ \sin x=-۱\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}\xrightarrow{k=۰,-۱}x\in\{-\frac{۳\pi}{۲},\frac{\pi}{۲}\}\\ x=۲k\pi-\frac{\pi}{۲}\xrightarrow{k=۰,-۱}x\in\{-\frac{۵\pi}{۲},-\frac{\pi}{۲}\}\end{cases}$$

مجموع جواب‌های قابل قبول روی بازهٔ $[-۳\pi,\pi]$، برابر -۴π است.

روش دوم پس از رسیدن به معادلهٔ $\sin^۲x=۱$، می‌توانیم با استفاده از نکتهٔ درون جعبه‌ابزار، معادله را حل کنیم؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\sin^۲x=\sin^۲\frac{\pi}{۲}\Rightarrow x=k\pi\pm\frac{\pi}{۲}\Rightarrow x\in\{-\frac{۵\pi}{۲},-\frac{۳\pi}{۲},-\frac{\pi}{۲},\frac{\pi}{۲}\}$$

بنابراین مجموع جواب‌های قابل قبول روی بازهٔ $[-۳\pi,\pi]$، برابر -۴π است.

۱۵. گزینهٔ «۱» حسابان ۱ - فصل ۵ - محاسبهٔ حد توابع - رفع ابهام $\frac{۰}{۰}$

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۵۳ غلط: ٪۲۱ نزده: ٪۲۶

نقشهٔ راه: در محاسبهٔ هر یک از حدهای چپ و راست، مقدار جزءصحیح را محاسبه می‌کنیم و به جای آن قرار می‌دهیم؛ سپس به محاسبهٔ حاصل حد می‌پردازیم. در محاسبهٔ حد راست، حاصل حد به حالت $\frac{۰}{۰}$ می‌شود که با تجزیه و حذف عامل صفرکننده، آن را حل می‌کنیم.

جعبه‌ابزار:

۱. $\lim\limits_{x\to k^+}[x^۲]\overset{k\in\mathbb{Z}}{\underset{k>۰}{=}}k^۲$
۲. $\lim\limits_{x\to k^-}[x^۲]\overset{k\in\mathbb{Z}}{\underset{k>۰}{=}}k^۲-۱$
۳. $x^۲-k^۲=(x-k)(x+k)$

مقادیر حدهای چپ و راست تابع را در $x=۲$ می‌یابیم:

$$\lim_{x\to۲^-}\frac{x-۲}{x^۲-[x^۲]}=\lim_{x\to۲^-}\frac{x-۲}{x^۲-۳}=\frac{۰}{۴-۳}=۰$$

$$\lim_{x\to۲^+}\frac{x-۲}{x^۲-[x^۲]}=\lim_{x\to۲^+}\frac{x-۲}{x^۲-۴}=\lim_{x\to۲^+}\frac{x-۲}{(x-۲)(x+۲)}$$
$$=\lim_{x\to۲^+}\frac{۱}{x+۲}=\frac{۱}{۴}$$

مجموع مقادیر حدهای چپ و راست تابع در $x=۲$، برابر $\frac{۱}{۴}$ است.

@kotob_konkoria

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

۱۶. گزینهٔ «۲» حسابان ۲ - فصل ۳ - مجانب‌های افقی و قائم

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۵۳ غلط: ٪۱۲ نزده: ٪۳۵

نقشهٔ راه: ابتدا ضابطهٔ تابع تفاضل خواسته‌شده را می‌سازیم و آن را تا حد امکان ساده می‌کنیم؛ سپس ریشهٔ مخرج را به عنوان مجانب قائم و حد تابع را در بی‌نهایت به عنوان مجانب افقی در نظر می‌گیریم. محل برخورد مجانب‌ها، نقطه‌ای به طول مجانب قائم و عرض مجانب افقی است.

جعبه‌ابزار:
- $x=a$، مجانب قائم تابع $y=f(x)$ است، اگر حد تابع در همسایگی محذوف $x=a$ یا دست‌کم در یکی از حدهای چپ یا راست آن در نقطهٔ $x=a$ به بی‌نهایت میل کند.
- $y=b$ مجانب افقی تابع $y=f(x)$ است، به شرطی که دست‌کم یکی از دو حالت مقابل برقرار باشد:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=b\\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=b\end{cases}$$

ضابطهٔ تابع $y=(f-g)(x)$ را می‌سازیم و آن را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$y=(f-g)(x)=f(x)-g(x)$$
$$=\frac{۴}{x^۲+۲x-۳}-\frac{۱}{x-۱}=\frac{۴}{(x-۱)(x+۳)}-\frac{۱}{x-۱}$$
$$=\frac{۴-(x+۳)}{(x-۱)(x+۳)}=\frac{۱-x}{(x-۱)(x+۳)}=\frac{-(x-۱)}{(x-۱)(x+۳)}$$

حال توجه کنید که حد تابع در $x=۱$ به بی‌نهایت میل نمی‌کند.

$$\lim_{x\to۱}\frac{-(x-۱)}{(x-۱)(x+۳)}=\lim_{x\to۱}\frac{-۱}{x+۳}=-\frac{۱}{۴}$$

بنابراین تنها مجانب قائم تابع، $x=-۳$ است. تا همین‌جا گزینهٔ درست معلوم شد؛ چرا که طول نقطهٔ تلاقی مجانب‌ها باید $x=-۳$ باشد. با این وجود، ما به حل کامل تست می‌پردازیم.

برای محاسبهٔ مجانب افقی تابع، از آن در بی‌نهایت حد می‌گیریم:

$$y=\lim_{x\to\infty}\frac{-(x-۱)}{(x-۱)(x+۳)}=\lim_{x\to\infty}\frac{-۱}{x+۳}=۰$$

با توجه به این‌که مجانب قائم، $x=-۳$ و مجانب افقی، $y=۰$ است، محل تلاقی آن‌ها، نقطهٔ $(۰,-۳)$ است.

مشاوره: این تست به لحاظ ژنتیکی و تبارشناسی، رگ و ریشهٔ نظام قدیمی دارد و در کنکورهای نظام قدیم، به‌طور مرتب از این نوع تست‌ها طرح می‌شد.

۱۷. گزینهٔ «۳» حسابان ۱ - فصل ۵ - پیوستگی روی بازه

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۱۵ غلط: ٪۸ نزده: ٪۷۷

نقشهٔ راه: به جای $[-x]$ در مجموعهٔ اعداد غیرصحیح، $-[x]-۱$ را جای‌گذاری می‌کنیم. پس از استانداردسازی، ضریب $[x]$ را صفر می‌گذاریم. مقادیر a به دست می‌آید و به کمک تساوی مقدار حد با مقدار تابع در نقاط صحیح، مقدار b و سپس مقدار $\frac{a}{b}$ را می‌یابیم.

جعبه‌ابزار:
۱) تابع $f(x)=k[x]$، در صورتی در همهٔ نقاط صحیح حد دارد که $k=۰$ باشد.

۲) $$[x]+[-x]=\begin{cases}۰ & ;\ x\in\mathbb{Z}\\ -۱ & ;\ x\notin\mathbb{Z}\end{cases}$$

۳) $$[-x]=\begin{cases}-[x]-۱ & ;\ x\notin\mathbb{Z}\\ -[x] & ;\ x\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

۴) تابع $y=f(x)$ در $x=a$ پیوسته است، اگر $\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$ باشد.

می‌دانیم در مجموعهٔ اعداد غیرصحیح، $[x]+[-x]=-۱$ است؛ در نتیجه:

$$[-x]=-[x]-۱$$

پس به جای $[-x]$ در ضابطهٔ بالایی، $-[x]-۱$ را جای‌گذاری و آن را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$(۱-a)[x]+(۳a^۲-۱)[-x]$$
$$=(۱-a)[x]+(۳a^۲-۱)(-[x]-۱)$$
$$=(۱-a)[x]+(۱-۳a^۲)[x]-۳a^۲+۱$$
$$=[x]((۱-a)+(۱-۳a^۲))-۳a^۲+۱$$
$$=[x](\underbrace{۲-a-۳a^۲}_{\text{صفر}})-۳a^۲+۱$$

برای این‌که تابع همواره در همسایگی $x=k\in\mathbb{Z}$ حد داشته باشد، باید ضریب $[x]$ صفر شود؛ پس:

$$۲-a-۳a^۲=۰\xrightarrow{\times(-۱)}۳a^۲+a-۲=۰\Rightarrow a=-۱,\ a=\frac{۲}{۳}$$

اکنون ضابطهٔ تابع f را به ازای $a=-۱$ و $a=\frac{۲}{۳}$ بازنویسی می‌کنیم:

$$a=\frac{۲}{۳}\Rightarrow f(x)=\begin{cases}-۳(\frac{۲}{۳})^۲+۱=\frac{-۱}{۳} & ;\ x\notin\mathbb{Z}\\ b\sin\frac{\pi}{\frac{۲}{۳}}=b\sin\frac{۳\pi}{۲}=-b & ;\ x\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

برای پیوستگی تابع در این حالت، باید $b=\frac{۱}{۳}$ باشد.

$$a=-۱\Rightarrow f(x)=\begin{cases}-۳(-۱)^۲+۱=-۲ & ;\ x\notin\mathbb{Z}\\ b\sin\frac{\pi}{-۱}=b(۰)=۰ & ;\ x\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

در این حالت، تابع لزوماً در $x\in\mathbb{Z}$ ناپیوسته است؛ بنابراین $a=-۱$ قابل قبول نیست. در نتیجه مقدار $\frac{a}{b}$ برابر است با:

$$\frac{a}{b}=\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۱}{۳}}=۲$$

۱۸. گزینهٔ «۱» حسابان ۲ - فصل ۴ - مشتق توابع

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۵۳ غلط: ٪۸ نزده: ٪۳۹

نقشهٔ راه: ضابطهٔ تابع $\frac{f}{g}$ را می‌سازیم، از آن مشتق می‌گیریم و در $g^۲$ ضرب می‌کنیم. در نهایت به جای x، مقدار ۱ را جای‌گذاری می‌کنیم.

جعبه‌ابزار:
۱) $$(\frac{f}{g})'(x)=\frac{f'(x)g(x)-g'(x)f(x)}{g^۲(x)}$$

۲) $$\frac{a}{\frac{۱}{b}}\overset{b\neq۰}{=}ab$$

۳) $$(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=a-b\quad(a,b>۰)$$

ضابطهٔ تابع $\frac{f}{g}$ را می‌سازیم:

$$(\frac{f}{g})(x)=\frac{\sqrt{x+۸}-\sqrt{x}}{۱}=(\sqrt{x+۸}-\sqrt{x})(\sqrt{x+۸}+\sqrt{x})$$
$$=(x+۸)-x=۸$$

از تابع $(\frac{f}{g})(x)=۸$ مشتق می‌گیریم:

$$\frac{f'(x)g(x)-g'(x)f(x)}{g^۲(x)}=۰$$
$$\xrightarrow{\times g^۲(x)}f'(x)g(x)-g'(x)f(x)=۰$$

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

کافی است به جای x، عدد ۱ را جای‌گذاری کنیم:

$$f'(1)g(1)-g'(1)f(1)=0$$

مشاوره: این تیپ تست‌ها، یکی از تست‌های مشهور نظام قدیم در درس حسابان است که مجدداً با طرح سؤال از آن، پای آن‌ها به کنکورهای اخیر باز شد.

۱۹. گزینهٔ «۲» حسابان ۲ - فصل ۵ - یکنوایی توابع

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۱۵٪ غلط: ۱۶٪ نزده: ۶۹٪

نقشهٔ راه: ریشهٔ مخرج را می‌یابیم. توجه کنید که ریشه نباید عضو بازهٔ داده‌شده باشد؛ همچنین مشتق تابع نیز باید منفی باشد.

جعبه‌ابزار: • تابع هموگرافیک $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$، با دو شرط روی بازهٔ $(k,+\infty)$ اکیداً نزولی است. $(\frac{a}{c}\neq\frac{b}{d})$

۱) $x=\frac{-d}{c}\leq k$

۲) $f'(x)=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}<0$

• تابع هموگرافیک $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$، در صورتی‌که $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ باشد، به شکل دو نیم‌خط افقی (ریشهٔ مخرج به شکل حفره) درمی‌آید که روی دامنه‌اش هم صعودی و هم نزولی است.

مجانب قائم تابع را می‌یابیم: $x-1+m=0\Rightarrow x=1-m$

شرط اول نزولی‌بودن تابع این است که ریشهٔ مخرج یا مجانب قائم تابع در بازهٔ $(1,+\infty)$ قرار نگیرد؛ پس: $1-m\leq 1\Rightarrow -m\leq 0\Rightarrow m\geq 0$

شرط دوم نزولی‌بودن تابع نیز منفی‌بودن مشتق آن است:

$$f(x)=\frac{mx+2}{x+m-1}\Rightarrow f'(x)=\frac{m(x+m-1)-1(mx+2)}{(x+m-1)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{mx+m^2-m-mx-2}{(x+m-1)^2}=\frac{m^2-m-2}{(x+m-1)^2}<0$$

مخرج کسر، همواره نامنفی است.

$$m^2-m-2<0\Rightarrow (m-2)(m+1)<0\Rightarrow -1<m<2$$

اشتراک دو مجموعه‌جواب $\{m\geq 0\}$ و $\{-1<m<2\}$، برابر جواب نهایی $0\leq m<2$ است و فقط دو عدد صحیح $m=0$ و $m=1$ در این مجموعه قرار دارند.

تذکر: تابع $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$، به ازای تساوی $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$، به دو نیم‌خط افقی (یک خط که در نقطهٔ $x=-\frac{d}{c}$ حفره دارد.) تبدیل می‌شود.

در این شرایط، تابع ثابت و در دامنه‌اش هم صعودی و هم نزولی است.

اگر در تابع موردنظر، $\frac{2}{-1+m}=\frac{m}{1}$ باشد، آن‌گاه:

$$-m+m^2=2\Rightarrow m^2-m-2=0\Rightarrow m=-1,\ m=2$$

$m=2$ در صورت تست حذف شده است و به ازای $m=-1$، ریشهٔ مخرج درون بازهٔ $(1,+\infty)$ قرار می‌گیرد و غیرقابل قبول است، در نتیجه $m=2$ و $m=-1$ در مجموعه‌جواب قرار ندارند.

۲۰. گزینهٔ «۴» حسابان ۲ - فصل ۴ - مشتق‌پذیری روی بازه

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۴۵٪ غلط: ۷٪ نزده: ۴۸٪

نقشهٔ راه: پیوستگی تابع را به کمک مساوی‌گذاشتن مقادیر حد و تابع در $x=a$ نشان می‌دهیم؛ سپس مشتق‌های چپ و راست تابع را در همان نقطه برابر می‌گذاریم و از دستگاه ایجادشده، مقدار عبارت خواسته‌شده را می‌یابیم.

جعبه‌ابزار: اگر تابع $f(x)=\begin{cases}g(x) & ; x\geq k\\ h(x) & ; x<k\end{cases}$، در $x=k$ مشتق‌پذیر باشد، باید:

۱) $\lim\limits_{x\to k^-}f(x)=f(k)=\lim\limits_{x\to k^+}f(x)$

۲) $f'_-(k)=f'_+(k)$

تابع f روی $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر است؛ بنابراین در $x=a$ پیوسته است و مشتق چپ و راست برابر دارد. حال مقادیر حد چپ و راست و مقدار تابع را در $x=a$ محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=\lim\limits_{x\to a^-}(bx+c)=ab+c\\ f(a)=\frac{1}{a}\\ \lim\limits_{x\to a^+}f(x)=\lim\limits_{x\to a^+}\frac{1}{x}=\frac{1}{a}\end{cases}$$

مقادیر حد و تابع را با هم برابر می‌گذاریم که تابع همواره پیوسته شود:

۱) $\frac{1}{a}=ab+c\Rightarrow a^2b+ac=1$

از طرفی مقادیر مشتق‌های چپ و راست در $x=a$، با هم برابرند:

$$f'(x)=\begin{cases}b & ; x<a\\ -\frac{1}{x^2} & ; x\geq a\end{cases}\xrightarrow{f'_-(a)=f'_+(a)}b=-\frac{1}{a^2}$$

۲) $\Rightarrow a^2b=-1$

مقدار رابطهٔ ۲ را در رابطهٔ ۱ قرار می‌دهیم:

$$a^2b+ac=1\xrightarrow{(2)}-1+ac=1\Rightarrow ac=2$$

• **نقدکنکور:** در حالتی‌که $a<0$ باشد، تابع f در $x=0$، ناپیوسته و مشتق‌ناپذیر است که این موضوع را طراح محترم کنکور در نظر نگرفته است.

۲۱. گزینهٔ «۳» حسابان ۲ - فصل ۵ - نقطهٔ عطف

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۳۶٪ غلط: ۹٪ نزده: ۵۵٪

نقشهٔ راه: مختصات نقطهٔ داده‌شده در ضابطهٔ تابع صادق است و چون این نقطه، نقطهٔ عطف تابع درجهٔ سوم است، طول آن باید مشتق دوم تابع را صفر کند.

جعبه‌ابزار: • طول نقطهٔ عطف تابع درجهٔ سوم $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$، برابر $x=\frac{-b}{3a}$ است.

• نقطهٔ عطف تابع، نقطه‌ای از منحنی است که در آن، خط مماس از درون منحنی عبور می‌کند و برعکس؛ یعنی اگر مماس در نقطه‌ای روی نمودار از درون منحنی عبور کند، آن نقطه، نقطهٔ عطف تابع است.

در هر نقطهٔ مشتق‌پذیر از تابع، نمودار یا بالای خط مماس یا زیر خط مماس است، مگر در نقطهٔ عطف که خط مماس از درون منحنی عبور می‌کند؛ بنابراین نقطهٔ $(-4,-1)$، مختصات نقطهٔ عطف تابع است. همچنین مختصات این نقطه در ضابطهٔ خود تابع صادق است؛ پس: $y=x^3+ax^2+bx-1$

$$\xrightarrow{(-1,-4)}-4=(-1)^3+a(-1)^2+b(-1)-1$$

$$\Rightarrow -4=-1+a-b-1\Rightarrow a-b=-2\ (*)$$

از طرفی طول نقطهٔ عطف تابع درجهٔ سوم $x=-\frac{b}{3a}$ است.

$$x=-\frac{a}{3(1)}=-1\Rightarrow a=3\xrightarrow{(*)}b=5$$

حاصل $\frac{a}{b}$ برابر $\frac{3}{5}$ یا همان ۰/۶ است.

مشاوره: سطح این تست کاملاً در حد امتحان‌های نهایی است.

@kotob_konkoria

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

۲۲. گزینهٔ «۲» گسسته - فصل ۳ - ترکیبیات

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۷ غلط: ٪۲۱ نزده: ٪۷۲

نقشهٔ راه: ابتدا تعداد مکعب‌ها را انتخاب می‌کنیم و با توجه به جابه‌جا شدن آن‌ها، جایگشت آن‌ها را در نظر می‌گیریم.

جعبه‌ابزار:
• تعداد جایگشت خطی n شیء دوبه‌دو متمایز، برابر با $n!$ است.
• به هر انتخاب r شیء از n شیء متمایز که در آن ترتیب قرارگرفتن اشیا اهمیت نداشته باشد، یک ترکیب r تایی از n شیء می‌گوییم که آن را با $\binom{n}{r}$ نمایش می‌دهیم و از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$C(n,r)=\binom{n}{r}=\frac{n!}{r!\times(n-r)!}\ ;\ n,r\in\mathbb{N},r\le n$$

حالت اول اگر قرار باشد مکعب‌مستطیل‌ها فقط روی یک وجه خاص روی هم قرار گیرند، پس با انتخاب یک یا دو یا هر سه مکعب‌مستطیل و در نظر گرفتن جایگشت آن‌ها با یکدیگر، جواب عبارت است از:

$$\underbrace{\binom{3}{1}}_{\substack{\text{یک}\\ \text{مکعب‌مستطیل}}}+\underbrace{\binom{3}{2}\times 2!}_{\substack{\text{دو}\\ \text{مکعب‌مستطیل}\\ \text{و جایگشت آن‌ها}}}+\underbrace{\binom{3}{3}\times 3!}_{\substack{\text{سه}\\ \text{مکعب‌مستطیل}\\ \text{و جایگشت آن‌ها}}}=3+6+6=15$$

حالت دوم اگر قرار باشد مکعب‌مستطیل‌ها بتوانند روی هر یک از سه وجه متمایز (که دوبه‌دو متفاوت‌اند)، روی هم قرار گیرند، آن‌گاه جواب حالت اول در عدد ۳ ضرب می‌شود و پاسخ ۴۵ است. توجه کنید که در این‌حالت، هر تعداد از مکعب‌مستطیل‌ها، روی یک وجه یکسان با دیگری قرار می‌گیرند.

حالت سوم اگر در حالت دوم، هر تعداد از مکعب‌مستطیل‌ها بتوانند روی هر وجه دلخواه از سه وجه متمایز، نسبت به دیگری قرار گیرند، آن‌گاه جواب عبارت است از:

$$\underbrace{\binom{3}{1}}_{\substack{\text{انتخاب یک}\\ \text{مکعب‌مستطیل}}}\times\underbrace{\binom{3}{1}}_{\substack{\text{انتخاب یک‌وجه}\\ \text{برای استقرار روی آن}}}+\underbrace{\binom{3}{2}}_{\substack{\text{انتخاب دو}\\ \text{مکعب‌مستطیل}}}\times\underbrace{\binom{3}{1}}_{\substack{\text{انتخاب یک‌وجه}\\ \text{از اولی}}}\times\underbrace{\binom{3}{1}}_{\substack{\text{انتخاب یک‌وجه}\\ \text{از دومی}}}\times\underbrace{\binom{3}{1}}_{\substack{\text{انتخاب یک‌وجه}\\ \text{از سومی}}}\times\underbrace{2!}_{\substack{\text{جایگشت دو}\\ \text{مکعب‌مستطیل}}}+\underbrace{\binom{3}{3}}_{\substack{\text{انتخاب سه}\\ \text{مکعب‌مستطیل}}}\times\underbrace{\binom{3}{1}}_{\substack{\text{انتخاب یک‌وجه}\\ \text{از اولی}}}\times\underbrace{\binom{3}{1}}_{\substack{\text{انتخاب یک‌وجه}\\ \text{از دومی}}}\times\underbrace{\binom{3}{1}}_{\substack{\text{انتخاب یک‌وجه}\\ \text{از سومی}}}\times\underbrace{3!}_{\substack{\text{جایگشت سه}\\ \text{مکعب‌مستطیل}}}=9+54+162=225$$

حالت چهارم ظاهراً طراح این تست، مکعب‌مستطیل موردنظرش، دارای یک وجه مربعی است! در این‌صورت مطابق روش گفته‌شده در حالت سوم، عمل می‌کنیم، با این تفاوت که در هر بار انتخاب وجه، دو حالت وجود دارد (انتخاب وجه مربعی یا انتخاب وجه مستطیلی):

$$\underbrace{\binom{3}{1}}_{\substack{\text{انتخاب یک}\\ \text{مکعب‌مستطیل}}}\times\underbrace{\binom{2}{1}}_{\substack{\text{انتخاب یک‌وجه}\\ \text{برای استقرار روی آن}}}+\underbrace{\binom{3}{2}}_{\substack{\text{انتخاب دو}\\ \text{مکعب‌مستطیل}}}\times\underbrace{\binom{2}{1}}_{\substack{\text{انتخاب یک‌وجه}\\ \text{از اولی}}}\times\underbrace{\binom{2}{1}}_{\substack{\text{انتخاب یک‌وجه}\\ \text{از دومی}}}\times\underbrace{\binom{2}{1}}_{\substack{\text{انتخاب یک‌وجه}\\ \text{از سومی}}}\times\underbrace{2!}_{\substack{\text{جایگشت دو}\\ \text{مکعب‌مستطیل}}}+\underbrace{\binom{3}{3}}_{\substack{\text{انتخاب سه}\\ \text{مکعب‌مستطیل}}}\times\underbrace{\binom{2}{1}}_{\substack{\text{انتخاب یک‌وجه}\\ \text{از اولی}}}\times\underbrace{\binom{2}{1}}_{\substack{\text{انتخاب یک‌وجه}\\ \text{از دومی}}}\times\underbrace{\binom{2}{1}}_{\substack{\text{انتخاب یک‌وجه}\\ \text{از سومی}}}\times\underbrace{3!}_{\substack{\text{جایگشت سه}\\ \text{مکعب‌مستطیل}}}=6+24+48=78$$

۲۳. گزینهٔ «۲» آمار و احتمال - فصل ۲ - احتمال

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۱۶ غلط: ٪۱۵ نزده: ٪۶۹

نقشهٔ راه: ابتدا تعداد عضوهای فضای نمونه‌ای را می‌یابیم؛ سپس با توجه به شرایط گفته‌شده، حالت‌های مطلوب را می‌نویسیم.

جعبه‌ابزار:

$$\text{احتمال رخ‌دادن هر پیشامد}=\frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد حالت‌های ممکن}}=\frac{n(A)}{n(S)}\ (A\subseteq S)$$

فضای نمونه‌ای دارای $n(S)=6^2=36$ عضو است. فرض می‌کنیم منظور طراح این بوده که «حداقل یکی از تاس‌ها عدد اول باشد.»؛ در این‌صورت:

مجموع دو تاس ۶ = $\{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$

مجموع دو تاس ۷ = $\{(2,5),(3,4),(4,3),(5,2)\}$

مجموع دو تاس ۸ = $\{(2,6),(3,5),(5,3),(6,2)\}$

مجموع دو تاس ۹ = $\{(3,6),(4,5),(5,4),(6,3)\}$

مجموع دو تاس ۱۰ = $\{(5,5)\}$

مجموع دو تاس ۱۱ = $\{(5,6),(6,5)\}$

پس $n(A)=20$ و در نتیجه $P(A)=\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$ است.

۲۴. گزینهٔ «۱» آمار و احتمال - فصل ۳ - واریانس

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۱۷ غلط: ٪۵ نزده: ٪۷۸

نقشهٔ راه: میانگین تعدادی داده، اگر با عوض‌کردن یک یا چند تا از داده‌ها تغییر نکند، یعنی آن داده یا آن چند داده با میانگین برابر هستند.

جعبه‌ابزار: واریانس داده‌های $x_1, x_2, \ldots, x_n$، با میانگین $\bar{x}$، به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma^2=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2}{n}$$

با توجه به این‌که پس از جابه‌جایی دو دادهٔ موردنظر بین دو دسته، میانگین دو دسته باز هم برابر است، پس دو دادهٔ جابه‌جاشده با یکدیگر مساوی‌اند؛ زیرا اگر داده‌های دستهٔ اول را x_i و داده‌های دستهٔ دوم را y_i بنامیم، آن‌گاه طبق فرض مسئله داریم:

$$\bar{x}=\bar{y}\Rightarrow\frac{\sum_{i=1}^{4}x_i}{4}=\frac{\sum_{i=1}^{5}y_i}{5}$$

اگر فرض کنیم دو دادهٔ جابه‌جاشده بین این دو دسته x_1 و y_1 باشند، از آن‌جایی که میانگین‌ها همچنان برابرند؛ پس:

$$\frac{(\sum_{i=1}^{4}x_i)-x_1+y_1}{4}=\frac{(\sum_{i=1}^{5}y_i)-y_1+x_1}{5}$$

$$\Rightarrow\frac{\sum_{i=1}^{4}x_i}{4}-\frac{x_1}{4}+\frac{y_1}{4}=\frac{\sum_{i=1}^{5}y_i}{5}-\frac{y_1}{5}+\frac{x_1}{5}$$

$$\Rightarrow\frac{y_1}{4}+\frac{y_1}{5}=\frac{x_1}{4}+\frac{x_1}{5}$$

$$\Rightarrow y_1\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)=x_1\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\Rightarrow x_1=y_1$$

بنابراین واریانس دستهٔ اول تغییر نکرده و برابر همان مقدار اولیه است.

@kotob_konkoria

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیگو عضو شوید@kotob_konkoria

۲۵. گزینهٔ «۱» آمار و احتمال - فصل ۲ - قاعدهٔ بیز

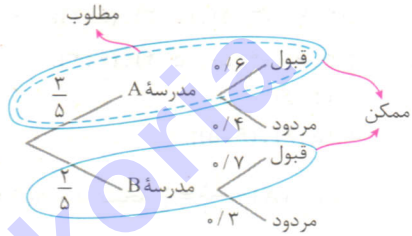
نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۳۴ غلط: ٪۵ نزده: ٪۶۱

نقشهٔ راه: نمودار درختی را رسم می‌کنیم. حالت‌های ممکن را مشخص کرده و به محاسبهٔ احتمال مطلوب می‌پردازیم.

با توجه به این‌که تعداد دانش‌آموزان مدرسهٔ A، $\frac{۳}{۲}$ برابر تعداد دانش‌آموزان مدرسهٔ B است، به عبارت دیگر $P(A)=\frac{۳}{۲}P(B)$؛ بنابراین دانش‌آموزان مدرسهٔ A، $\frac{۳}{۵}$ از کل دانش‌آموزان و دانش‌آموزان مدرسهٔ B، $\frac{۲}{۵}$ از کل دانش‌آموزان را تشکیل می‌دهند و داریم:

$$P(A)=\frac{۳}{۵},\ P(B)=\frac{۲}{۵}$$

اکنون به نمودار درختی زیر توجه کنید:



پس احتمال مطلوب برابر است با:

$$P(\text{مدرسهٔ A}\mid\text{قبول})=\frac{\frac{۳}{۵}\times ۰/۶}{\frac{۳}{۵}\times ۰/۶+\frac{۲}{۵}\times ۰/۷}=\frac{۱۸}{۳۲}=\frac{۹}{۱۶}$$

۲۶. گزینهٔ «۳» هندسه ۱ - فصل ۱ - ترسیم‌های هندسی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۴۶ غلط: ٪۱۶ نزده: ٪۳۸

جعبه‌ابزار: هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.

نقطهٔ همرسی سه نیمساز داخلی هر مثلث از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.

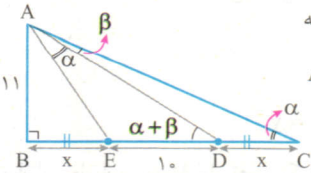
۲۷. گزینهٔ «۲» هندسه ۱ - فصل ۲ - تشابه

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۸ غلط: ٪۴ نزده: ٪۸۸

نقشهٔ راه: از برابری زاویه‌های داده‌شده، تشابه دو مثلث AED و CEA را نتیجه می‌گیریم و به کمک رابطهٔ فیثاغورس، اندازهٔ ضلع مجهول را می‌یابیم.

جعبه‌ابزار:
- زاویه‌ای که در هر رأس، بین امتداد یک ضلع و ضلع دیگر ساخته می‌شود، زاویهٔ خارجی است.
- زاویهٔ خارجی رئوس هر مثلث، برابر مجموع دو زاویهٔ داخلی غیرمجاور آن است.
- اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگر نظیربه‌نظیر برابر باشند، آن دو مثلث متشابه‌اند.

در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABE، با توجه به رابطهٔ فیثاغورس، $AE=\sqrt{۱۲۱+x^۲}$ به دست می‌آید.



با فرض $D\hat{A}C=\beta$، با توجه به زاویهٔ خارجی $A\hat{D}E=\alpha+\beta$ برای مثلث ADC، واضح است که دو مثلث AED و CEA به حالت «زز» متشابه‌اند و داریم:

$$\overset{\triangle}{AED}\sim\overset{\triangle}{CEA}\Rightarrow\frac{AE}{CE}=\frac{ED}{EA}$$

$$\Rightarrow\frac{\sqrt{۱۲۱+x^۲}}{۱۰+x}=\frac{۱۰}{\sqrt{۱۲۱+x^۲}}$$

$$\Rightarrow ۱۲۱+x^۲=۱۰(۱۰+x)\Rightarrow x^۲-۱۰x+۲۱=۰\Rightarrow x=۳,۷$$

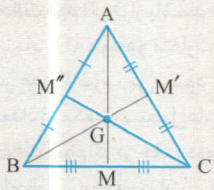
که عدد ۷ در بین گزینه‌ها دیده می‌شود.

۲۸. گزینهٔ «۳» هندسه ۱ - فصل ۲ - تشابه

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۱۰ غلط: ٪۴ نزده: ٪۸۶

نقشهٔ راه: ابتدا از تشابه دو مثلث AFM و BMC استفاده می‌کنیم؛ سپس با رسم قطر AC، نتیجه می‌گیریم که نقطهٔ E، نقطهٔ همرسی میانه‌های مثلث ABC است و در ادامه با استفاده از تشابه دو مثلث AFM و BMC، اندازهٔ AF را می‌یابیم. در نهایت بعد از یافتن اندازهٔ ME و MF، مساحت مثلث سایه‌خورده $(\overset{\triangle}{MEF})$ را می‌یابیم.

جعبه‌ابزار:
- میانه‌های هر مثلث، در یک نقطه همرس‌اند و هر میانه در این نقطه، به نسبت ۱ و ۲ تقسیم می‌شود.

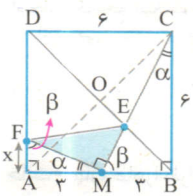


$$\frac{GM}{AG}=\frac{GM'}{BG}=\frac{GM''}{CG}=\frac{۱}{۲}$$

- مساحت هر مثلث قائم‌الزاویه با نصف حاصل‌ضرب دو ضلع قائمه برابر است.

با رسم قطر AC در مربع داده‌شده، چون نقطهٔ O وسط پاره‌خط AC و نقطهٔ M وسط ضلع AB می‌باشد؛ پس نقطهٔ E، نقطهٔ همرسی میانه‌های مثلث ABC است؛ در نتیجه $ME=\frac{۱}{۳}MC$.

از طرفی با توجه به برابری دو زاویه یعنی $B\hat{C}E=A\hat{M}F=\alpha$، واضح است که:



$$\overset{\triangle}{AFM}\sim\overset{\triangle}{BMC}\Rightarrow\frac{AF}{BM}=\frac{AM}{BC}$$

$$\Rightarrow\frac{x}{۳}=\frac{۳}{۶}\Rightarrow x=\frac{۳}{۲}$$

به کمک رابطهٔ فیثاغورس در مثلث‌های AFM و BMC، داریم:

$$\begin{cases}MF=\sqrt{(\frac{۳}{۲})^۲+۳^۲}=\frac{۳\sqrt{۵}}{۲}\\ MC=\sqrt{۳^۲+۶^۲}=۳\sqrt{۵}\xrightarrow{*}ME=\sqrt{۵}\end{cases}$$

بنابراین:

$$S_{\overset{\triangle}{MEF}}=\frac{۱}{۲}ME\times MF=\frac{۱}{۲}\times\frac{۳\sqrt{۵}}{۲}\times\sqrt{۵}=\frac{۱۵}{۴}=۳/۷۵$$

۲۹. گزینهٔ «۴» هندسه ۱ - فصل ۲ - روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه

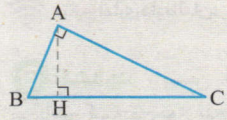
نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۱۷ غلط: ٪۵ نزده: ٪۷۸

نقشهٔ راه: از نقش ارتفاع BF و ارتفاع EF در هر دو مثلث قائم‌الزاویه استفاده می‌کنیم و رابطهٔ طولی مربوطه را می‌نویسیم.

@kotob_konkoria

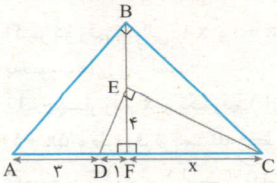
بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

جعبه‌ابزار: در هر مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، واسطهٔ هندسی بین دو قطعهٔ پدیدآمده بر وتر است.



$$AH^2 = BH \times HC$$

با توجه به ارتفاع وارد بر وتر در دو مثلث قائم‌الزاویهٔ BAC و EDC، داریم:



$$\triangle DEC: EF^2 = DF \times FC \Rightarrow ۱۶ = ۱ \times x$$
$$\Rightarrow x = ۱۶$$
$$\triangle ABC: BF^2 = AF \times FC$$
$$\Rightarrow BF^2 = ۴ \times ۱۶ = ۶۴ \Rightarrow BF = ۸$$

با توجه به رابطهٔ فیثاغورس، اندازهٔ BC را می‌یابیم:

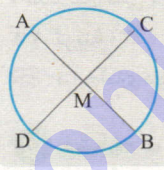
$$\triangle BFC: BC^2 = BF^2 + FC^2 = ۶۴ + ۲۵۶ = ۳۲۰ \Rightarrow BC = ۸\sqrt{۵}$$

۳۰. گزینهٔ «۲» هندسه ۲ - فصل ۱ - روابط طولی در دایره

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۴۳٪ غلط: ۵٪ نزده: ۵۲٪

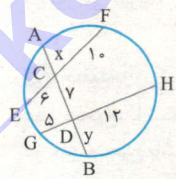
نقشهٔ راه: روابط طولی (قضیهٔ وترهای متقاطع) در دایره را برای دو وتر AB و EF و دو وتر AB و GH می‌نویسیم.

جعبه‌ابزار: قضیهٔ وترهای متقاطع: اگر دو وتر درون دایره، متقاطع باشند، آن‌گاه حاصل‌ضرب قطعات یکی با حاصل‌ضرب قطعات دیگری برابر است:



$$MA \times MB = MC \times MD$$

طبق روابط طولی در دایره، داریم:



$$\begin{cases} CE \times CF = CA \times CB \Rightarrow \underbrace{۶ \times ۱۰}_{۶۰} = x(۷+y) \\ DG \times DH = DB \times DA \Rightarrow \underbrace{۵ \times ۱۲}_{۶۰} = y(۷+x) \end{cases}$$

واضح است که باید $x(۷+y) = y(۷+x)$ باشد، پس:

$$۷x + \cancel{xy} = ۷y + \cancel{xy} \Rightarrow x = y$$

اکنون با جای‌گذاری $x = y$ در اولین تساوی داریم:

$$۶۰ = x(۷+x) \Rightarrow x^2 + ۷x - ۶۰ = ۰$$
$$\Rightarrow (x+۱۲)(x-۵) = ۰ \xrightarrow{x>۰} x = ۵ \Rightarrow AB = ۱۷$$

۳۱. گزینهٔ «۳» هندسه ۲ - فصل ۲ - تبدیل‌های هندسی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۶۴٪ غلط: ۸٪ نزده: ۲۸٪

همهٔ تبدیل‌ها به جز باز تاب، جهت شکل را ثابت نگه می‌دارند. این سؤال نادرست است.

نقد کنکور: احتمالاً منظور طراح این بوده که کدام تبدیل در حالت کلی جهت شکل را ثابت نگه **نمی‌دارد** که در این‌صورت گزینهٔ «۱» درست است؛ ولی در کلید اولیهٔ سازمان سنجش، گزینهٔ «۳» به عنوان گزینهٔ درست اعلام شده است.

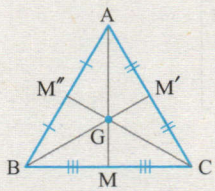
۳۲. گزینهٔ «۴» هندسه ۱ - فصل ۱ - ترسیم‌های هندسی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۲۲٪ غلط: ۶٪ نزده: ۷۲٪

نقشهٔ راه: ارتفاع وارد بر قاعده را که همان میانهٔ نظیر رأس مثلث متساوی‌الساقین است، رسم می‌کنیم؛ سپس میانهٔ وارد بر یکی از ساق‌ها را می‌کشیم و از نقطهٔ همرسی میانه‌ها و قضیهٔ فیثاغورس استفاده می‌کنیم.

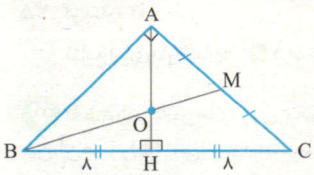
جعبه‌ابزار: • در هر مثلث متساوی‌الساقین، میانه، ارتفاع و نیمساز نظیر رأس (وارد بر قاعده)، بر هم منطبق‌اند.

• سه میانهٔ هر مثلث در یک نقطه همرس‌اند و هر میانه در این نقطه به نسبت ۱ و ۲ تقسیم می‌شود.



$$\frac{GM}{AG} = \frac{GM'}{BG} = \frac{GM''}{CG} = \frac{۱}{۲}$$

چون مثلث ABC متساوی‌الساقین است، میانهٔ وارد بر قاعده، همان ارتفاع نیز است. با رسم میانهٔ BM، متوجه می‌شویم که نقطهٔ O، نقطهٔ همرسی میانه‌هاست و در نتیجه داریم:



$$OH = \frac{۱}{۳}AH \overset{AH=۸}{=\!=\!=} \frac{۱}{۳} \times ۸ = \frac{۸}{۳}$$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ OHB، طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$BO = \sqrt{BH^2 + OH^2} = \sqrt{۸^2 + \frac{۶۴}{۹}} = \frac{۸}{۳}\sqrt{۱۰}$$

$$\Rightarrow BO = \frac{۲}{۳}BM \Rightarrow \frac{۸}{۳}\sqrt{۱۰} = \frac{۲}{۳}BM \Rightarrow BM = ۴\sqrt{۱۰}$$

۳۳. گزینهٔ «۳» هندسه ۳ - فصل ۱ - اعمال روی ماتریس‌ها

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۲۵٪ غلط: ۹٪ نزده: ۶۶٪

نقشهٔ راه: با فاکتورگیری A و B به‌ترتیب از چپ و راست، تفاضل دو ماتریس داده‌شده را می‌یابیم و از خاصیت خنثی‌بودن ماتریس همانی در عمل ضرب کمک می‌گیریم.

جعبه‌ابزار: • ضرب ماتریس‌ها خاصیت جابه‌جایی ندارد.

• ماتریس همانی، عضو خنثی (بی‌اثر) در ضرب است. $AI = IA = A$

با فاکتورگیری ماتریس A از سمت چپ و ماتریس B از سمت راست داریم:

$$A\left(\begin{bmatrix} ۰ & ۳ \\ -۶ & -۱ \end{bmatrix} - \frac{۳}{۲}\begin{bmatrix} ۲ & ۲ \\ -۴ & \frac{۴}{۳} \end{bmatrix}\right)B$$

$$= A\left(\begin{bmatrix} ۰ & ۳ \\ -۶ & -۱ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۳ & ۳ \\ -۶ & ۲ \end{bmatrix}\right)B = A\underbrace{\begin{bmatrix} -۳ & ۰ \\ ۰ & -۳ \end{bmatrix}}_{-۳I}B = -۳\underbrace{A \cdot I \cdot B}_{A}$$

$$= -۳AB = -۳\begin{bmatrix} ۳ & ۲ \\ \frac{۱}{۲} & \frac{۱}{۳} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۹ & -۶ \\ -\frac{۳}{۲} & -۱ \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$۹ = (-۶) \times (-\frac{۳}{۲}) = \text{حاصل‌ضرب درایه‌های قطر فرعی}$$

۳۴. گزینهٔ «۲» هندسه ۳ - فصل ۱ - اعمال روی ماتریس‌ها

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۷۰٪ غلط: ۷٪ نزده: ۲۳٪

نقشهٔ راه: کافی است ضرب ماتریسی $A \cdot A \cdot A$ را بیابیم. با توجه به این‌که فقط سطر سوم ماتریس A^3 مدنظر است، فقط از سطر سوم A در عمل ضرب استفاده می‌کنیم.

جعبه‌ابزار: • اگر A یک ماتریس مربعی باشد، آن‌گاه: $A^n = A^{n-1} \cdot A$

• اگر A و B دو ماتریس ضرب‌پذیر باشند، آن‌گاه: (سطر i ام ماتریس A) · B = سطر i ام ماتریس (AB)

@kotob_konkoria

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

برای یافتن سطر سوم ماتریس A^3 داریم:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}1&1&-1\\0&2&0\\-2&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1&-1\\0&2&0\\-2&1&1\end{bmatrix}}_{[-4\ \ 1\ \ 3]}\begin{bmatrix}1&1&-1\\0&2&0\\-2&1&1\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow[-4\ \ 1\ \ 3]\begin{bmatrix}1&1&-1\\0&2&0\\-2&1&1\end{bmatrix}=[-10\ \ 1\ \ 7]$$

۳۵. گزینهٔ «۲» هندسه ۳ - فصل ۲ - بیضی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۴۸٪ غلط: ۱۹٪ نزده: ۳۳٪

نقشهٔ راه: کانون‌ها را روی محور xها مشخص می‌کنیم و فاصلهٔ بین آن‌ها را $2c$ می‌نامیم؛ سپس از روی خروج‌ازمرکز، مقدار a و به کمک رابطهٔ کانونی، مقدار b را می‌یابیم.

جعبه‌ابزار:
- فاصلهٔ دو کانون هر بیضی برابر $FF'=2c$ است.
- خروج‌ازمرکز بیضی $e=\frac{c}{a}$ است.
- در هر بیضی، رابطهٔ کانونی عبارت است از: $a^2=b^2+c^2$

با توجه به شکل، واضح است که $FF'=6$ و در نتیجه $2c=6$ و $c=3$ است.

با توجه به این‌که $e=\frac{1}{3}$، داریم: $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{3}\xrightarrow{c=3}\frac{3}{a}=\frac{1}{3}\Rightarrow a=9$

اکنون به کمک رابطهٔ کانونی داریم:

$$a^2=b^2+c^2\Rightarrow b^2=a^2-c^2$$
$$=9^2-3^2=72$$
$$\Rightarrow b=6\sqrt{2}\Rightarrow \underbrace{2b}_{\text{قطر کوچک}}=12\sqrt{2}$$

۳۶. گزینهٔ «۱» هندسه ۳ - فصل ۳ - حجم متوازی‌السطوح

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۱۷٪ غلط: ۵٪ نزده: ۷۸٪

نقشهٔ راه: ابتدا مساحت قاعدهٔ تشکیل‌شده توسط دو بردار $\vec{b}$ و $\vec{c}$ را می‌یابیم؛ سپس به کمک ضرب مختلط، حجم متوازی‌السطوح را مشخص می‌کنیم و از تقسیم حجم بر مساحت قاعده، طول ارتفاع را به دست می‌آوریم.

جعبه‌ابزار:
- مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته‌شده توسط دو بردار $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر با $|\vec{b}\times\vec{c}|$ است.
- حجم متوازی‌السطوح ساخته‌شده توسط سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ با قدرمطلق ضرب مختلط سه بردار برابر است. $V=|\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})|$

ابتدا مساحت قاعدهٔ این متوازی‌السطوح را که متوازی‌الاضلاعی با بردارهای $\vec{b}$ و $\vec{c}$ است، می‌یابیم:

$$\vec{b}\times\vec{c}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\-1&2&3\\3&-2&1\end{vmatrix}=(8,10,-4)$$

$$\Rightarrow S=|\vec{b}\times\vec{c}|=\sqrt{8^2+10^2+(-4)^2}=\sqrt{180}=6\sqrt{5}$$

از طرفی حجم متوازی‌السطوح مذکور برابر است با:

$$\text{حجم متوازی‌السطوح}=|\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})|=|(2)(8)+(-3)(10)+(4)(-4)|=30$$

پس ارتفاع موردنظر برابر است با:

$$h=\frac{\text{حجم}}{\text{مساحت قاعده}}=\frac{30}{6\sqrt{5}}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$$

۳۷. گزینهٔ «۴» گسسته - فصل ۱ - هم‌نهشتی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۷٪ غلط: ۶٪ نزده: ۸۷٪

نقشهٔ راه: از بین رقم‌های صفر تا ۹، دو رقم متوالی را طوری می‌یابیم که مجموع پنج رقم حاصل، در تقسیم بر ۲۳، باقی‌ماندهٔ ۱ داشته باشند.

اگر دو رقم متوالی را x و $x+1$ در نظر بگیریم، عدد پنج‌رقمی موردنظر به‌صورت‌های زیر است:

۱ چهار رقم x و یک رقم $x+1$: در این‌صورت مجموع پنج رقم برابر با $5x+1$ و طبق فرض مسئله فقط در حالت $x=0$ قابل قبول است (باقی‌ماندهٔ تقسیم بر ۲۳، برابر ۱ است.)؛ یعنی عدد ساخته‌شده برابر با ۱۰۰۰۰ است.

۲ سه رقم x و دو رقم $x+1$: در این‌صورت مجموع پنج رقم برابر با $5x+2$ و طبق فرض داده‌شده عدد قابل قبول وجود ندارد.

۳ دو رقم x و سه رقم $x+1$: در این‌صورت مجموع پنج رقم برابر با $5x+3$ و طبق فرض داده‌شده، عدد قابل قبول وجود ندارد.

۴ یک رقم x و چهار رقم $x+1$: در این‌صورت مجموع پنج رقم برابر با $5x+4$ و طبق فرض داده‌شده، فقط به ازای $x=4$، باقی‌ماندهٔ تقسیم مجموع ارقام عدد موردنظر بر ۲۳، برابر ۱ و قابل قبول و تعداد آن‌ها برابر $\frac{5!}{4!}=5$ است؛ در نتیجه ۶ عدد پنج‌رقمی با ویژگی گفته‌شده وجود دارد.

۳۸. گزینهٔ «۳» گسسته - فصل ۱ - ب.م.م

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۱۰٪ غلط: ۷٪ نزده: ۸۳٪

نقشهٔ راه: ب.م.م دو عدد ۴۰۷ و ۵۹۲ را می‌یابیم و از دو عدد فاکتور می‌گیریم.

جعبه‌ابزار: کوچک‌ترین عضو مثبت مجموعهٔ ترکیب‌های خطی دو عدد صحیح، با ب.م.م آن دو عدد برابر است؛ به عبارت دیگر اگر a و b دو عدد صحیح باشند که حداقل یکی ناصفر است، کوچک‌ترین عضو مثبت مجموعهٔ $\{ra+sb\ ;\ r,s\in\mathbb{Z}\}$ برابر با (a,b) است.

چون $37=(407,592)$، پس:

$$407r+592s=37(11r+16s)$$

از طرفی به ازای $r=3$ و $s=-2$، کوچک‌ترین مقدار مثبت m برای این عبارت به دست می‌آید که همان $m=37$ است و مجموع ارقام آن برابر با ۱۰ است.

- **نقد کنکور:** این تست برگرفته از قضیهٔ بزو در کتاب ریاضیات گسستهٔ نظام قدیم است. متأسفانه این قضیه و مطالب مربوط به آن در کتاب نظام جدید، مطرح نشده است!

۳۹. گزینهٔ «۲» گسسته - فصل ۳ - اصل لانه کبوتری

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۲۲٪ غلط: ۱۸٪ نزده: ۶۰٪

نقشهٔ راه: ابتدا متمم خواستهٔ سؤال را یعنی بیشترین تعداد اعدادی که ب.م.م هیچ دوتای آن‌ها با یکدیگر غیر ۱ نباشد، می‌یابیم.

ابتدا بیشترین تعداد عدد انتخابی که هر دو تای آن‌ها نسبت به هم اول هستند، یعنی تمام اعداد اول موجود در مجموعهٔ داده‌شده را انتخاب می‌کنیم:

$\{3,5,7,13,17,19\}$

اما عدد ۴ نیز در بین اعداد بالا قرار می‌گیرد؛ زیرا ب.م.م عدد ۴ با هرکدام از اعداد اول مذکور برابر ۱ است؛ بنابراین با انتخاب ۸ عدد از مجموعهٔ داده‌شده، مطمئن هستیم که حداقل دو عدد، دارای مقسوم‌علیه مشترک غیریک هستند.

@kotob_konkoria

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

۴۰. گزینهٔ «۳» گسسته - فصل ۲ - گراف کامل

نتایج آماری داوطلبان: ✔ درست: ٪۳۹ ✘ غلط: ٪۱۲ ☐ نزده: ٪۴۹

نقشهٔ راه: ابتدا با توجه به مقدار p (مرتبهٔ گراف)، گراف کامل را به عنوان گراف مرجع، در نظر می‌گیریم؛ سپس با توجه به یال‌های داده‌شده، تعداد یال‌های حذفی از گراف K_8 را مشخص می‌کنیم و همگی را از یک رأس برمی‌داریم.

جعبه‌ابزار: • تعداد یال‌های گراف K_p برابر است با:

$$q=\binom{p}{2}=\frac{p(p-1)}{2}$$

• درجهٔ هر رأس گراف K_p، برابر با $p-1$ است.

با توجه به این‌که $p=8$ است، پس در حالت گراف کامل (گراف K_8)، تعداد $q=\binom{8}{2}=28$ یال وجود دارد و درجهٔ تمام رأس‌ها برابر با $p-1=8-1=7$ است. اما چون $q(G)=24$، پس باید ۴ یال از گراف K_8 برداریم و از آن‌جایی که $\min(\delta(G))$ موردنظر است، هر ۴ یال را از یک رأس برمی‌داریم؛ در نتیجه درجهٔ یک رأس به پایین‌ترین مقدار خود، یعنی عدد ۳ می‌رسد.

فیزیک

۴۱. گزینهٔ «۱» فیزیک ۳ - فصل ۶ - پرتوزایی طبیعی

نتایج آماری داوطلبان: ✔ درست: ٪۸۱ ✘ غلط: ٪۷ ☐ نزده: ٪۱۲

جعبه‌ابزار: واپاشی بتای منفی:

$$\begin{cases} {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e \\ {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e \end{cases}$$

می‌دانیم با گسیل بتای منفی، عدد جرمی هستهٔ دختر برابر هستهٔ مادر است اما یک واحد به عدد اتمی هستهٔ مادر اضافه می‌شود.

$${}^{176}_{71}Lu \rightarrow {}^{176}_{72}Hf + {}^{0}_{-1}e$$

۴۲. گزینهٔ «۲» فیزیک ۱ - فصل ۵ - ماشین گرمایی درون‌سوز

نتایج آماری داوطلبان: ✔ درست: ٪۳۳ ✘ غلط: ٪۷ ☐ نزده: ٪۶۰

در مرحلهٔ ضربهٔ تراکم، پیستون به سمت بالا حرکت می‌کند و مخلوط بنزین و هوا را متراکم می‌کند؛ بنابراین هر دو سوپاپ خروجی بسته می‌باشند.

۴۳. گزینهٔ «۳» فیزیک ۱ - فصل ۳ - قضیهٔ کار - انرژی جنبشی

نتایج آماری داوطلبان: ✔ درست: ٪۶۳ ✘ غلط: ٪۸ ☐ نزده: ٪۲۹

با استفاده از قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی ($W_t=K_2-K_1$)، کار کل را حساب می‌کنیم:

$$W_t=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$W_t=\frac{1}{2}\times 450\times 10^{-3}\times(16^2-20^2)\Rightarrow W_t=-32/4\,J$$

۴۴. گزینهٔ «۲» فیزیک ۳ - فصل ۱ - معادلات حرکت با شتاب ثابت و نمودار x - t

نتایج آماری داوطلبان: ✔ درست: ٪۴۲ ✘ غلط: ٪۵ ☐ نزده: ٪۵۳

نقشهٔ راه: ۱ معادلهٔ مکان ـ زمان نمودار را به دست می‌آوریم.
۲ در لحظه‌های $t=3s$ و $t=7s$ مکان متحرک را به دست می‌آوریم.
۳ مسافت طی‌شده و جابه‌جایی در مدت ۷ ثانیهٔ اول را محاسبه کرده و سپس نسبت آن‌ها که برابر با $\frac{\ell}{\Delta x}$ می‌باشد را حساب می‌کنیم.

جعبه‌ابزار:

۱ معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت: $x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$

۲ معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت: $v=at+v_0$

۳ رابطهٔ تندی متوسط: $s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}$

۴ رابطهٔ سرعت متوسط: $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$

روش اول

گام اول از معادله‌های مکان ـ زمان و سرعت ـ زمان، مقدار شتاب و سرعت اولیه را به دست می‌آوریم: $x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\ ,\ x_0=24m$

$(t=2s\ ,\ x=0)\Rightarrow 0=2a+2v_0+24\Rightarrow a+v_0=-12$ ①

$(t=3s\ ,\ v=0)\Rightarrow v=at+v_0\Rightarrow v_0=-3a$ ②

$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری ② در ①}} a-3a=-12\Rightarrow a=6\,m/s^2\ ,\ v_0=-18\,m/s$

معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow x=3t^2-18t+24$$

گام دوم جابه‌جایی در بازه‌های زمانی صفر تا ۳s و ۳s تا ۷s را حساب می‌کنیم:

$t_1=3s\Rightarrow x_3=3\times 9-18\times 3+24\Rightarrow x_3=-3m$

صفر تا ۳s: $\Delta x_1=-3-24=-27\,m$ ③

$t_2=7s\Rightarrow x_2=3\times 49-18\times 7+24\Rightarrow x_2=45\,m$

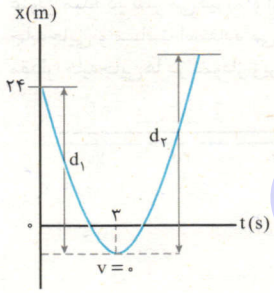
۳s تا ۷s: $\Delta x_2=45+3=48\,m$ ④

گام سوم مقادیر ③ و ④ را در معادلهٔ مسافت جای‌گذاری می‌کنیم؛ سپس نسبت $\frac{s_{av}}{v_{av}}$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \text{مسافت طی‌شده}: \ell=|\Delta x_1|+|\Delta x_2|=27+48=75\,m \\ \text{جابه‌جایی}: |\Delta x|=48-27=21\,m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}}=\frac{\ell}{\Delta x}=\frac{75}{21}=\frac{25}{7}$$

روش دوم **گام اول** در رأس سهمی سرعت متحرک صفر است. این نقطه را به عنوان مبدأ در نظر می‌گیریم و نسبت جابه‌جایی در بازهٔ صفر تا ۳s را به جابه‌جایی در بازهٔ ۳s تا ۷s را به دست می‌آوریم:



$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2\Rightarrow\begin{cases} d_1=\frac{1}{2}a\times 3^2=\frac{9}{2}a \\ d_2=\frac{1}{2}a\times(7-3)^2=\frac{16}{2}a \end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{d_1}{d_2}=\frac{9}{16}\Rightarrow d_2=\frac{16}{9}d_1$$

d_1 و d_2 اندازهٔ جابه‌جایی می‌باشد.

گام دوم جابه‌جایی و مسافت را برحسب d_1 به دست آورده و سپس نسبت $\frac{s_{av}}{v_{av}}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \ell=d_1+d_2\xrightarrow{d_2=\frac{16}{9}d_1}\ell=\frac{25}{9}d_1 \\ |\Delta x|=|d_2-d_1|=\frac{7}{9}d_1 \end{cases}$$

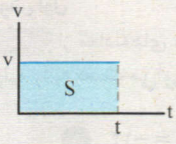
$$\Rightarrow\frac{s_{av}}{v_{av}}=\frac{\ell}{|\Delta x|}=\frac{25}{7}$$

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

روش سوم

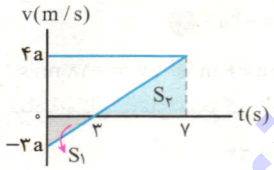
نقشهٔ راه: ۱ نمودار $v-t$ متحرک را رسم می‌کنیم، سپس با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان، سرعت در لحظهٔ $t=0$ و $t=7s$ را برحسب a (شتاب) می‌نویسیم.
۲ با استفاده از سطح زیر نمودار، اندازهٔ مسافت طی‌شده و جابه‌جایی را محاسبه کرده و نسبت $\frac{s_{av}}{v_{av}}$ را به دست می‌آوریم.

جعبه‌ابزار: سطح بین نمودار $v-t$ و محور t برابر با جابه‌جایی است.



$S = vt = \Delta x$

گام اول



$v = at + v_0$

$v_3 = -3a \ , \ v_7 = 4a$

گام دوم

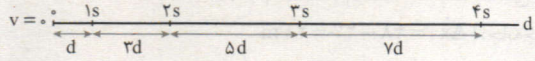
$S_1 = 3\times(\frac{-3a}{2}) = -\frac{9}{2}a \ , \ S_2 = \frac{4\times 4a}{2} = \frac{16}{2}a$

$\ell = |S_1| + |S_2| = \frac{25}{2}a \ , \ |\Delta x| = \underbrace{S_1 + S_2}_{\text{جمع جبری}} = \frac{7}{2}a$

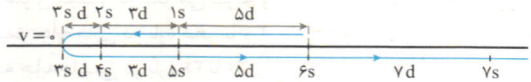
$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\ell}{|\Delta x|} = \frac{25}{7}$

روش چهارم

جعبه‌ابزار: در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، اگر متحرک از حال سکون شروع به حرکت کند، در این‌صورت جابه‌جایی در ثانیه‌های متوالی یکسان t تشکیل دنبالهٔ حسابی می‌دهد.



نمودار $x-t$ را روی محور x بررسی کرده و رأس سهمی ($v=0$) را به عنوان مبدأ در نظر می‌گیریم و از دنبالهٔ حسابی برای به دست آوردن اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت استفاده می‌کنیم.
مقدار جابه‌جایی‌ها در نمودار زیر مشخص است:



$\begin{cases} \ell = |2(d+3d+5d)+7d| = 25d \\ |\Delta x| = 7d \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{25}{7}$

۴۵. گزینهٔ «۳» فیزیک ۳ - فصل ۱ - حرکت با شتاب ثابت و معادلات حرکت

نتایج آماری داوطلبان: ✔ درست: ۳۰٪ ✘ غلط: ۲۶٪ ☐ نزده: ۴۴٪

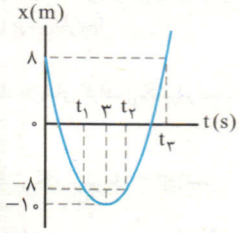
نقشهٔ راه: ۱ نمودار مکان ـ زمان متحرک را رسم می‌کنیم.
۲ با توجه به نمودار مکان ـ زمان، لحظه‌هایی که متحرک از مکان $x = 8m$ عبور می‌کند را به دست می‌آوریم.

جعبه‌ابزار: ۱ معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت:
$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$
۲ لحظه‌ای که جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند ($v=0$):
$t_s = -\frac{v_0}{a}$

گام اول نمودار مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت از درجهٔ ۲ و به شکل سهمی است. اکنون نمودار مکان ـ زمان را رسم می‌کنیم:

$x = 2t^2 - 12t + 8 \ , \ t_s = -\frac{v_0}{a} = \frac{12}{2\times 2} = 3s$

$x_0 = 8m \ , \ t = 3s \Rightarrow x_{3s} = 2\times 3^2 - 12\times 3 + 8 \Rightarrow x_{3s} = -10m$



گام دوم مطابق شکل بالا، نمودار در بازه‌های زمانی (صفر تا t_1) و (t_2 تا t_3)، فاصلهٔ متحرک تا مبدأ محور، کوچک‌تر مساوی ۸m است ($|x| \le 8$). اکنون دوباره از معادلهٔ حرکت استفاده می‌کنیم و به ازای $x = 8m$ و $x = -8m$، زمان‌های t_1، t_2 و t_3 را حساب می‌کنیم:

$8 = 2t^2 - 12t + 8 \Rightarrow t^2 - 6t = 0 \begin{cases} t_0 = 0 \\ t_3 = 6s \end{cases}$

$-8 = 2t^2 - 12t + 8 \Rightarrow t^2 - 6t + 8 = 0 \begin{cases} t_1 = 2s \\ t_2 = 4s \end{cases}$

گام سوم با توجه به لحظه‌های به دست آمده و نمودار مکان ـ زمان، نتیجه می‌گیریم در بازه‌های زمانی $t_0 = 0$ تا $t_1 = 2s$ (مدت ۲s) و $t_2 = 4s$ تا $t_3 = 6s$ (مدت ۲s)، یعنی در مجموع $2+2=4s$، فاصلهٔ متحرک تا مبدأ کوچک‌تر یا مساوی ۸m است.

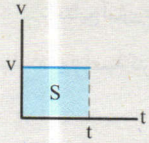
دام تستی: اگر به اشتباه بازهٔ زمانی که متحرک دوباره به مکان 8m می‌رسد را حساب کنید، به گزینهٔ «۴» می‌رسید.

۴۶. گزینهٔ «۴» فیزیک ۳ - فصل ۱ - حرکت با شتاب ثابت و نمودار a - t

نتایج آماری داوطلبان: ✔ درست: ۲۹٪ ✘ غلط: ۸٪ ☐ نزده: ۶۳٪

نقشهٔ راه: ۱ تندی در لحظهٔ $t=3s$ و $t=8s$ را به دست می‌آوریم.
۲ نمودار $v-t$ را رسم کرده و سپس با محاسبهٔ مسافت طی‌شده، تندی متوسط متحرک را به دست می‌آوریم.

جعبه‌ابزار: ۱ معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت:
$v = at + v_0$
۲ سطح بین نمودار $v-t$ و محور t برابر با جابه‌جایی است.



$S = vt = \Delta x$

گام اول در بازه‌های زمانی صفر تا 3s و 3s تا 8s تغییرات سرعت را بررسی می‌کنیم:

صفر تا 3s: $a_1 = 2\,m/s^2 \ , \ v_0 = 8\,m/s$

۱ $v = at + v_0 \Rightarrow v_3 = 2\times 3 + 8 \Rightarrow v_3 = 14\,m/s$

3s تا 8s: $a_2 = -6\,m/s^2 \ , \ v_3 = 14\,m/s$

۲ $v = at + v_3 \Rightarrow v_8 = -6\times 5 + 14 \Rightarrow v_8 = -16\,m/s$

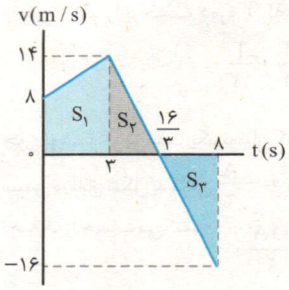
با استفاده از معادلهٔ $v-t$، لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود را به دست می‌آوریم:

$v = 0 \Rightarrow t' = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}s \Rightarrow t = 3 + \frac{7}{3} = \frac{16}{3}s$

@kotob_konkoria

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

گام دوم نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم:



$$\ell = |S_1| + |S_2| + |S_3|$$

$$\ell = (۸+۱۴)\times\frac{۳}{۲} + \frac{۷}{۳}\times\frac{۱۴}{۲} + \frac{۸}{۳}\times\frac{۱۶}{۲}$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{۲۱۲}{۳}\,m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۲۱۲}{۳\times۸} \Rightarrow s_{av} = \frac{۵۳}{۶}\,m/s$$

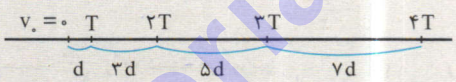
۴۷. گزینهٔ «۱» فیزیک ۳ - فصل ۱ - حرکت با شتاب ثابت

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۴۳٪ غلط: ۱۰٪ نزده: ۴۷٪

جعبه‌ابزار: ۱ جابه‌جایی در t ثانیهٔ nاُم با شتاب ثابت:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲(۲n-۱) + v_۰t$$

۲ جابه‌جایی در T ثانیه‌های یکسان با سرعت اولیهٔ صفر ($v_۰ = ۰$) و با شتاب ثابت:



روش اول **گام اول** چون متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است؛ نتیجه می‌گیریم $v_۰ = ۰$ است و از رابطهٔ جابه‌جایی در t ثانیهٔ nاُم داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲(۲n-۱)$$

دقت کنید در این فرمول t بازه‌های زمانی یکسان است و n شمارهٔ بازهٔ زمانی است. اما در صورت سؤال چون n ثانیه‌های یکسان در نظر گرفته شده است و می‌توان آن را به جای t در فرمول جای‌گذاری کرد، بنابراین می‌توان نوشت:

جابه‌جایی در n ثانیهٔ دوم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}an^۲(۲\times۲-۱) \Rightarrow \Delta x = \frac{۱}{۲}an^۲\times۳$$

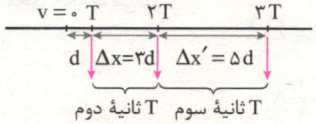
جابه‌جایی در n ثانیهٔ سوم:

$$\Delta x' = \frac{۱}{۲}an^۲(۲\times۳-۱) \Rightarrow \Delta x' = \frac{۱}{۲}an^۲\times۵$$

گام دوم نسبت $\frac{\Delta x'}{\Delta x}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\Delta x'}{\Delta x} = \frac{\frac{۱}{۲}an^۲\times۵}{\frac{۱}{۲}an^۲\times۳} = \frac{۵}{۳}$$

روش دوم با توجه به رابطهٔ $\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲(۲n-۱)$، می‌توان از نمودار شکل زیر نیز استفاده کرد:



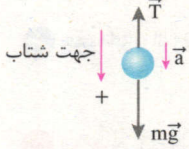
$$\frac{\Delta x'}{\Delta x} = \frac{۵d}{۳d} = \frac{۵}{۳}$$

۴۸. گزینهٔ «۴» فیزیک ۳ - فصل ۲ - نیروی کشش نخ

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۴۴٪ غلط: ۱۶٪ نزده: ۴۰٪

جعبه‌ابزار: رابطهٔ قانون دوم نیوتون: $F_{net} = ma$

از قانون دوم نیوتون اندازهٔ نیروی کشش نخ را به دست می‌آوریم:



$$F_{net} = ma$$

$$mg - T = ma \Rightarrow T = m(g-a)$$

$$\xrightarrow{a=۰/۸g} T = m(g-۰/۸g) \Rightarrow T = ۰/۲mg \Rightarrow T = \frac{۱}{۵}mg$$

دام تستی: اگر به اشتباه جهت شتاب را رو به بالا در نظر بگیرید به گزینهٔ «۱» می‌رسید.

دقت کنیم! جهت حرکت تأثیری در محاسبهٔ نیروی کشش نخ ندارد. در حالتی که شتاب رو به پایین است، جسم می‌تواند تندشونده به سمت پایین یا کندشونده به سمت بالا حرکت کند.

۴۹. گزینهٔ «۲» فیزیک ۳ - فصل ۲ - حرکت دایره‌ای یکنواخت

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۲۹٪ غلط: ۳۶٪ نزده: ۳۵٪

جعبه‌ابزار: ۱ نیروی مرکزگرا:

$$F_c = m\frac{v^۲}{r} = mr(\frac{۲\pi}{T})^۲$$

۲ بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N$$

نکته: همهٔ نقاط روی یک دیسک دوار، دورهٔ یکسان دارند.

گام اول برای مقایسهٔ بزرگی نیروی مرکزگرای وارد بر هر شخص از رابطهٔ $F_c = mr(\frac{۲\pi}{T})^۲$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{m_A r_A(\frac{۲\pi}{T_A})^۲}{m_B r_B(\frac{۲\pi}{T_B})^۲} \xrightarrow[r_A=۱m,\, r_B=۲m]{m_A=m_B,\, T_A=T_B} \frac{F_A}{F_B} = \frac{۱\times۱\times۱}{۱\times۲\times۱}$$

$$\Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow F_B = ۲F_A$$

گام دوم چون جنس سطوح و جرم هر دو شخص یکسان است، پس نتیجه می‌گیریم که ضریب اصطکاک ایستایی و نیروی عمودی سطح برای هر دو شخص یکسان است و بنا بر رابطهٔ نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه، یعنی $f_{s,max} = \mu_s F_N$، می‌توان دریافت نیروی $f_{s,max}$ برای هر دو شخص یکسان است.

گام سوم در این حالت نیروی $f_{s,max}$، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند و رابطهٔ $f_{s,max} = mr(\frac{۲\pi}{T})^۲$ برقرار است و چون جرم و دورهٔ گردش هر دو شخص یکسان است، می‌توان دریافت شخص B که دورتر از مرکز دوران است، نیروی مرکزگرای بیشتری برای ساکن‌ماندن لازم دارد؛ در نتیجه زودتر به آستانهٔ لغزش و سپس لغزیدن می‌رسد.

۵۰. گزینهٔ «۳» فیزیک ۳ - فصل ۲ - نیروی اصطکاک

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۷۰٪ غلط: ۹٪ نزده: ۲۱٪

نقشهٔ راه: ۱ بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی ($f_{s,max}$) را محاسبه می‌کنیم.

۲ نیروی محرک را با $f_{s,max}$ مقایسه می‌کنیم.

جعبه‌ابزار: اگر وضعیت حرکتی جسم مشخص نباشد، باید بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی ($f_{s,max}$) را با نیروی عامل حرکت (F) مقایسه کنیم؛ در این‌صورت داریم:

۱ اگر $F \le f_{s,max}$ جسم ساکن است. $\Leftarrow F_{net} = ۰ \Rightarrow F = f_s$

۲ اگر $F > f_{s,max}$ جسم حرکت می‌کند. $\Leftarrow F_{net} = F - f_k = ma$

گام اول بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی را محاسبه می‌کنیم:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \Rightarrow f_{s,max} = ۰/۵\times۱۰۰ = ۵۰N$$

گام دوم نیروی عامل حرکت ($F = ۵۵N$) را با $f_{s,max}$ مقایسه و سپس نیروی خالص وارد بر جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$F > f_{s,max} \Rightarrow$$ نیروی اصطکاک از نوع جنبشی است $\Rightarrow$ جسم حرکت می‌کند

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow f_k = \mu_k mg = ۰/۲۵\times۱۰۰ \Rightarrow f_k = ۲۵N$$

$$F_{net} = F - f_k = ۵۵ - ۲۵ \Rightarrow F_{net} = ۳۰N$$

@kotob_konkoria

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

۵۱. گزینهٔ «۴» فیزیک ۳ - فصل ۱ - حرکت با شتاب ثابت / فیزیک ۳ - فصل ۲ - نیروی اصطکاک / فیزیک ۱ - فصل ۳ - قضیهٔ کار - انرژی جنبشی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۶۰ غلط: ٪۷ نزده: ٪۳۳

روش اول

نقشهٔ راه: ۱ با استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان، شتاب حرکت خودرو را حساب می‌کنیم.
۲ با استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم.

جعبه‌ابزار: ۱ معادلهٔ مستقل از زمان (سرعت ـ جابه‌جایی) در حرکت با شتاب ثابت: $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$
۲ قانون دوم نیوتون: $F - f_k = ma$

گام اول با فرض این‌که شتاب ثابت باشد، از معادلهٔ مستقل از زمان، شتاب خودرو را از لحظهٔ ترمزگرفتن تا توقف کامل حساب می‌کنیم. دقت کنید که سرعت نهایی جسم، صفر و سرعت اولیهٔ آن $v_1 = \frac{36}{3/6} = 10\,m/s$ است.

$$0 - 10^2 = 2\times a\times 10 \Rightarrow a = -5\,m/s^2$$

علامت منفی بیانگر این است که جهت شتاب مخالف جهت حرکت خودرو است.

گام دوم هنگام ترمز، نیروی محرک صفر است. با فرض این‌که خودرو در جادهٔ افقی حرکت می‌کند با استفاده از قانون دوم نیوتون نیروی اصطکاک را حساب می‌کنیم:

$$0 - f_k = ma \Rightarrow -f_k = 1600\times(-5) \Rightarrow f_k = 8000\,N$$

روش دوم

جعبه‌ابزار: ۱ قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: $W_t = K_2 - K_1$
۲ کار نیروی F در جابه‌جایی d: $W = Fd\cos\theta$

چون هنگام ترمز فقط نیروی اصطکاک کار انجام می‌دهد (با فرض این‌که خودرو روی سطح افقی حرکت می‌کند)؛ پس برای محاسبهٔ کار نیروی اصطکاک می‌توان نوشت:

$$W_t = f_k d\cos\theta \xrightarrow[\cos\theta=-1]{W_t=K_2-K_1} -f_k d = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow -f_k\times 10 = \frac{1}{2}\times 1600\times(0-10^2) \Rightarrow f_k = 8000\,N$$

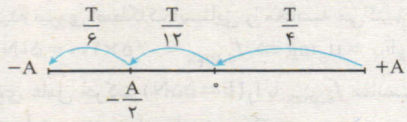
۵۲. گزینهٔ «۱» فیزیک ۳ - فصل ۳ - حرکت هماهنگ ساده و معادلهٔ x - t / فیزیک ۳ - فصل ۱ - تندی و سرعت متوسط

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۲۷ غلط: ٪۶ نزده: ٪۶۷

روش اول

نقشهٔ راه: ۱ دورهٔ نوسانگر را به دست می‌آوریم.
۲ نسبت $\frac{\Delta t}{T}$ را محاسبه می‌کنیم و سپس مسافت طی‌شده و جابه‌جایی را به دست می‌آوریم.
۳ نسبت $\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\ell}{\Delta x}$ را حساب می‌کنیم.

جعبه‌ابزار: ۱ رابطهٔ بسامد زاویه‌ای: $\omega = \frac{2\pi}{T}$
۲ بازه‌های زمانی خاص در حرکت هماهنگ ساده:



گام اول دورهٔ نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{16\pi}{3}} \Rightarrow T = \frac{3}{8}s$$

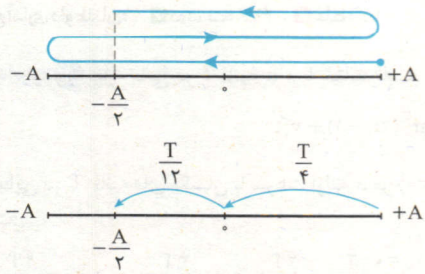
گام دوم Δt را برحسب دورهٔ T به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{0/5}{\frac{3}{8}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{4T}{3} = T + \frac{T}{4} + \frac{T}{12}$$

چون نوسانگر در مدت یک نوسان کامل (T دوره) مسافت 4A را طی می‌کند و سپس مطابق شکل به مکان $x = -\frac{A}{2}$ می‌رسد، به‌صورت زیر مسافت و جابه‌جایی نوسانگر را حساب می‌کنیم:

مسافت طی‌شده: $\ell = 4A + A + \frac{A}{2} = \frac{11A}{2}$

جابه‌جایی نوسانگر: $\Delta x = A + \frac{A}{2} = \frac{3}{2}A$



گام سوم نسبت $\frac{s_{av}}{V_{av}}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{s_{av}}{V_{av}} = \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{11}{3}$$

روش دوم

نقشهٔ راه: ۱ ابتدا شناسهٔ نوسانگر در لحظهٔ $t = 0/5\,s$ را به دست می‌آوریم.
۲ به کمک شناسه، مسافت و جابه‌جایی را به دست می‌آوریم.

جعبه‌ابزار: اگر شناسهٔ نوسانگر $\theta = 2\pi$ تغییر کند، یعنی نوسانگر یک نوسان کامل انجام داده است.

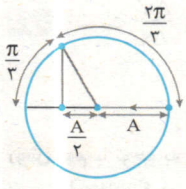
گام اول

$$\theta = \frac{16\pi}{3}t \xrightarrow{t=0/5\,s} \theta = \frac{8\pi}{3}\,rad = \frac{6\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}\,rad$$

$$\Rightarrow \theta = 2\pi + \frac{2\pi}{3}\,rad$$

(نوسان کامل)

گام دوم نوسانگر ابتدا یک نوسان کامل انجام داده و در این مدت مسافت 4A را پیموده است؛ سپس شناسهٔ آن $\frac{2\pi}{3}$ تغییر کرده است. با توجه به شکل، وقتی شناسه به اندازهٔ $\frac{2\pi}{3}$ تغییر کند، نوسانگر به اندازهٔ $A + \frac{A}{2}$ روی محور جابه‌جا می‌شود.



مسافت طی‌شده: $\ell = 4A + A + \frac{A}{2} = \frac{11A}{2}$

جابه‌جایی نوسانگر: $\Delta x = A + \frac{A}{2} = \frac{3}{2}A$

گام سوم نسبت $\frac{s_{av}}{v_{av}}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{11}{3}$$

۵۳. گزینهٔ «۲» فیزیک ۳ - فصل ۳ - انرژی مکانیکی نوسانگر

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۳۶ غلط: ٪۲۶ نزده: ٪۳۸

جعبه‌ابزار: انرژی مکانیکی نوسانگر سامانهٔ جرم ـ فنر: $E = \frac{1}{2}kA^2$

نکته: در نوسان هماهنگ سادهٔ سامانهٔ جرم ـ فنر، مقدار جرم جسم در انرژی مکانیکی جسم تأثیر ندارد.

@kotob_konkoria

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

از رابطهٔ انرژی مکانیکی می‌توان دریافت که انرژی مکانیکی سامانهٔ جرم ـ فنر به ثابت فنر و دامنهٔ نوسان بستگی دارد و با تغییر جرم جسم، انرژی مکانیکی تغییر نمی‌کند.

دام تستی: اگر از رابطهٔ $E=\frac{1}{2}mA^2\omega^2$ استفاده می‌کنید؛ دقت کنید که با تغییر m بنا بر رابطهٔ $k=m\omega^2$ چون k (ثابت فنر) ثابت است، ω^2 متناسب با وارون m تغییر می‌کند؛ پس انرژی مکانیکی ثابت می‌ماند و اگر این نکته را در نظر نگیرید، به اشتباه به گزینهٔ «۱» می‌رسید.

۵۴. گزینهٔ «۱» فیزیک ۳ - فصل ۳ - شدت صوت و تراز شدت صوت

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۳۱ غلط: ٪۱۴ نزده: ٪۵۵

جعبه‌ابزار: ۱ رابطهٔ شدت صوت: $I=\frac{P_{av}}{A}=\frac{P_{av}}{4\pi r^2}$

۲ رابطهٔ تراز شدت صوت: $\beta=10\log\frac{I}{I_0}$

گام اول ابتدا شدت صوت در مکان $r=50m$ از چشمه را به دست می‌آوریم:

$$\beta=10\log\frac{I}{I_0}\xrightarrow{\beta=90dB}90=10\log\frac{I}{10^{-12}}\Rightarrow 9=\log\frac{I}{10^{-12}}$$

$$\Rightarrow\frac{I}{10^{-12}}=10^9\Rightarrow I=10^{-3}W/m^2$$

گام دوم از رابطهٔ شدت صوت، آهنگ متوسط انتقال انرژی (P_{av}) را به دست می‌آوریم:

$$I=\frac{P_{av}}{A}\Rightarrow 10^{-3}=\frac{P_{av}}{10^{-4}}\Rightarrow P_{av}=10^{-7}W=10^{-1}\mu W$$

دام تستی: اگر به اشتباه شدت صوت را به جای (P_{av}) در نظر بگیرید به گزینهٔ «۳» می‌رسید.

۵۵. گزینه «۳» فیزیک ۳ - فصل ۴ - موج ایستاده در تار

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۶۰ غلط: ٪۷ نزده: ٪۳۳

جعبه‌ابزار: بسامد هماهنگ n ام تار دو سر بسته:

$$f_n=\frac{nv}{2L}=\frac{n}{2L}\sqrt{\frac{FL}{m}}\quad,\quad v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

با توجه به این‌که $L=0/6m$، $m=\frac{6}{1000}kg$ و $F=324N$ است، به ازای $n=4$، بسامد تار را حساب می‌کنیم:

$$f_4=\frac{4}{2\times 0/6}\times\sqrt{\frac{324\times 6\times 10^{-1}}{6\times 10^{-3}}}$$

$$\Rightarrow f_4=\frac{10}{3}\times\sqrt{324\times 10^2}\Rightarrow f_4=600Hz$$

۵۶. گزینهٔ «۴» فیزیک ۳ - فصل ۴ - شکست موج

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۶۳ غلط: ٪۱۰ نزده: ٪۲۷

مطابق شکل، هنگامی که تپی از موج به مرز جدایی دو محیط می‌رسد، بخشی از تپ موج بازتاب می‌شود و بخش دیگری از تپ موج، از مرز دو محیط عبور می‌کند. بخشی از تپ موج که وارد قسمت ضخیم می‌شود، تندی‌اش کمتر شده و با توجه به رابطهٔ $v=\lambda f$ و ثابت‌ماندن f، طول‌موج آن نیز کاهش می‌یابد.

توجه: بسامد یک موج از ویژگی‌های چشمهٔ موج است و در طول انتشار موج در محیط‌های مختلف ثابت می‌ماند.

۵۷. گزینهٔ «۴» فیزیک ۳ - فصل ۵ - معادلهٔ ریدبرگ

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۴۸ غلط: ٪۱۰ نزده: ٪۴۲

نقشهٔ راه: ۱ طول‌موج اولین خط طیفی را به ازای $n'=3$ و $n=4$ حساب می‌کنیم.

۲ طول‌موج دومین خط طیفی را به ازای $n'=3$ و $n=5$ حساب می‌کنیم.

۳ نسبت طول‌موج‌های اولین خط به دومین خط را به دست می‌آوریم.

جعبه‌ابزار: ۱ رابطهٔ طول‌موج‌های تابش اتم هیدروژن:

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})$$

۲ در محاسبهٔ k اُمین طول‌موج هر رشته: $n=n'+k$

گام اول به ازای $n'=3$ و $n=3+1=4$؛ طول‌موج اولین خط طیفی را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda_1}=R(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{4^2})=R(\frac{1}{9}-\frac{1}{16})\Rightarrow\frac{1}{\lambda_1}=R(\frac{7}{9\times 16})$$

گام دوم به ازای $n'=3$ و $n=3+2=5$؛ طول‌موج دومین خط طیفی را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{\lambda_2}=R(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{5^2})=R(\frac{1}{9}-\frac{1}{25})\Rightarrow\frac{1}{\lambda_2}=R(\frac{16}{9\times 25})$$

گام سوم نسبت $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{\frac{16}{25}}{\frac{7}{16}}\Rightarrow\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{256}{175}$$

۵۸. گزینهٔ «۱» فیزیک ۳ - فصل ۵ - اثر فوتوالکتریک و مدل اتمی بور

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۴۳ غلط: ٪۷ نزده: ٪۵۰

نقشهٔ راه: ۱ ابتدا انرژی فوتون گسیلی را به دست می‌آوریم.

۲ بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را حساب می‌کنیم.

جعبه‌ابزار: ۱ اگر الکترون از تراز n به تراز n' برود، انرژی فوتون گسیلی برابر است با: $E_U-E_L=E_n-E_{n'}=hf\ ,\ E_n=-\frac{E_R}{n^2}$

۲ معادلهٔ اثر فوتوالکتریک: $K_{max}=hf-W_0$

گام اول

$$E_n-E_{n'}=hf$$

$$E_R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})=hf\Rightarrow 13/6(\frac{1}{1}-\frac{1}{16})=hf$$

$$\Rightarrow 13/6(\frac{15}{16})=hf\Rightarrow hf=12/75\ eV$$

گام دوم

$$K_{max}=hf-W_0\xrightarrow{W_0=5/2\ eV}$$

$$K_{max}=12/75-5/2\Rightarrow K_{max}=7/55\ eV$$

۵۹. گزینهٔ «۳» فیزیک ۲ - فصل ۱ - برهم‌نهی میدان‌های الکتریکی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۳۵ غلط: ٪۹ نزده: ٪۵۶

نقشهٔ راه: ۱ برایند میدان الکتریکی بارهای q_1 و q_2 را در نقطهٔ A حساب می‌کنیم.

۲ با استفاده از اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A، میدان الکتریکی بار q_1 را حساب می‌کنیم.

۳ بار q_1 را حساب می‌کنیم.

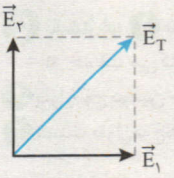
@kotob_konkoria

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

جعبه‌ابزار: ۱ رابطهٔ میدان الکتریکی بار نقطه‌ای q:

$$E = k\frac{|q|}{r^2}$$

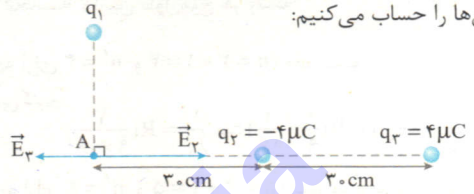
۲ رابطهٔ برایند میدان‌های الکتریکی عمود بر هم:



$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$$

۳ جهت میدان الکتریکی بار منفی در هر نقطهٔ اطراف آن به طرف بار و برای بار مثبت به طرف بیرون بار است.

گام اول میدان الکتریکی بارهای q_2 و q_3 را در نقطهٔ A حساب کرده و برایند آن‌ها را حساب می‌کنیم:

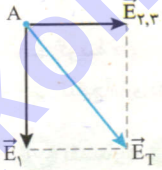


$$E_3 = 9\times10^9 \times \frac{4\times10^{-6}}{(0/6)^2} \Rightarrow E_3 = 10^5\ N/C$$

$$\xrightarrow[r_3=2r_2]{q_3=q_2} E_2 = 4E_3 \Rightarrow E_2 = 4\times10^5\ N/C$$

$$E_{2,3} = 4\times10^5 - 10^5 = 3\times10^5\ N/C \quad \text{(به طرف راست)}$$

گام دوم با استفاده از میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ A، با فرض $q_1 > 0$ و اندازهٔ $E_{2,3}$، میدان E_1 را در نقطهٔ A حساب می‌کنیم:



$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_{2,3}^2}$$

$$5\times10^5 = \sqrt{E_1^2 + (3\times10^5)^2} \Rightarrow E_1 = 4\times10^5\ N/C$$

گام سوم اندازهٔ بار q_1 را حساب می‌کنیم:

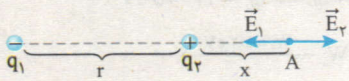
$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} \Rightarrow 4\times10^5 = 9\times10^9 \times \frac{|q_1|\times10^{-6}}{(0/6)^2} \Rightarrow |q_1| = 16\ \mu C$$

۶۰. گزینهٔ «۴» فیزیک ۲ - فصل ۱ - برهم‌نهی میدان‌های الکتریکی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۳۴٪ غلط: ۱۳٪ نزده: ۵۳٪

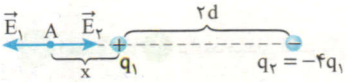
جعبه‌ابزار: ۱ میدان الکتریکی خالص ناشی از دو بار ناهمنام در نقطه‌ای بیرون از فاصلهٔ بین دو بار، نزدیک به بار کوچک‌تر و در امتداد خط واصل دو بار الکتریکی صفر می‌شود.

۲ با توجه به شکل، برای نقطه‌ای که برایند میدان الکتریکی دو بار الکتریکی ناهمنام صفر شوند، داریم: $|q_1| > |q_2|$



$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{q_1}{(r+x)^2} = \frac{q_2}{x^2}$$

فاصله تا بار کوچک‌تر را x در نظر می‌گیریم.



$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(2d+x)^2} \xrightarrow{q_2=4q_1}$$

$$\frac{1}{x^2} = \frac{4}{(2d+x)^2} \xrightarrow[\text{جذر می‌گیریم}]{\text{از طرفین}} \frac{1}{x} = \frac{2}{2d+x} \Rightarrow x = 2d$$

دقت کنید در تست، فاصلهٔ نقطهٔ صفرشدن میدان‌ها تا بار q_2 مورد سؤال است، پس می‌توان نوشت:

$$r_2 = 2d + x \xrightarrow{x=2d} 2d + 2d = 4d$$

دام تستی: اگر به اشتباه فاصله نقطهٔ صفر شدن تا بار q_1 را در نظر بگیرید، گزینهٔ «۲» را انتخاب می‌کنید.

۶۱. گزینهٔ «۲» فیزیک ۲ - فصل ۱ - برهم‌نهی نیروهای الکتریکی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۴۳٪ غلط: ۸٪ نزده: ۴۹٪

نقشهٔ راه: ۱ بزرگی نیروی q_1 بر q_2 و نیروی q_3 بر q_2 را حساب می‌کنیم.

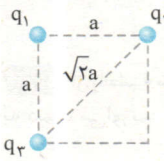
۲ نسبت بزرگی نیروها را حساب می‌کنیم.

جعبه‌ابزار: ۱ رابطهٔ نیروی الکتریکی دو بار نقطه‌ای:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

۲ قطر مربع $\sqrt{2}$ برابر ضلع آن است. $(\text{قطر}) r : \sqrt{2}a$

گام اول بزرگی نیروی بار q_1 بر q_2 را حساب می‌کنیم:



$$F_{12} = k\frac{|q_1||q_2|}{a^2}$$

گام دوم بزرگی نیروی بار q_3 بر q_2 را حساب می‌کنیم:

$$F_{32} = k\frac{|q_3||q_2|}{(\sqrt{2}a)^2}$$

دقت کنید که بزرگی نیرویی که q_2 بر q_3 وارد می‌کند، برابر بزرگی نیرویی است که q_3 بر q_2 وارد می‌کند.

گام سوم نسبت $\frac{F_{12}}{F_{23}}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{F_{12}}{F_{23}} = \frac{k\frac{|q_1||q_2|}{a^2}}{k\frac{|q_2||q_3|}{2a^2}} \xrightarrow{q_1=q_2=q_3} \frac{F_{12}}{F_{23}} = 2$$

۶۲. گزینهٔ «۳» فیزیک ۲ - فصل ۲ - توان مصرفی مقاومت

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۱۸٪ غلط: ۵٪ نزده: ۷۷٪

نقشهٔ راه: مقاومت معادل، جریان کل و سپس توان مصرفی هر دو حالت را محاسبه می‌کنیم.

جعبه‌ابزار: ۱ رابطهٔ مقاومت معادل دو مقاومت موازی:

$$R_{eq} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

۲ رابطهٔ جریان کل مدار:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$$

۳ توان خروجی باتری برابر با توان مصرفی مدار می‌باشد.

۴ توان مصرفی در مقاومت:

$$P = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

@kotob_konkoria

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیگو عضو شوید@kotob_konkoria

گام اول در حالتی که کلید K باز است، توان مصرفی مدار را به دست می‌آوریم:

موازی: $۲۰\Omega \| ۵\Omega \Rightarrow R_۱ = \frac{۵\times۲۰}{۲۵} = ۴\Omega$

متوالی: $R_۱ \perp ۲\Omega \Rightarrow R_{eq_۱} = ۴+۲ = ۶\Omega$

$$I_۱ = \frac{\mathscr{E}}{R_{eq_۱}+r} \Rightarrow I_۱ = \frac{\mathscr{E}}{۶+۲} = \frac{\mathscr{E}}{۸}$$

$$P_۱ = R_{eq_۱} \times I_۱^۲ = \frac{۶\times\mathscr{E}^۲}{۶۴} = \frac{۳\mathscr{E}^۲}{۳۲}$$

گام دوم در حالتی که کلید K بسته می‌شود، توان مصرفی مدار را حساب می‌کنیم:

موازی: $R_{eq_۱} \| ۶\Omega \Rightarrow R_{eq_۲} = \frac{۶\times۶}{۶+۶} = ۳\,\Omega$

$$I_۲ = \frac{\mathscr{E}}{R_{eq_۲}+r} = \frac{\mathscr{E}}{۵}$$

$$P_۲ = R_{eq_۲} \times I_۲^۲ = ۳\times\frac{\mathscr{E}^۲}{۲۵}$$

گام سوم درصد تغییرات را حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\Delta P}{P_۱}\times۱۰۰ = \frac{(\frac{۳}{۲۵}-\frac{۳}{۳۲})\mathscr{E}^۲}{\frac{۳}{۳۲}\mathscr{E}^۲}\times۱۰۰$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییرات} = \frac{\frac{۳۲-۲۵}{۲۵\times۳۲}}{\frac{۱}{۳۲}}\times۱۰۰ = ۲۸٪$$

بنابراین توان خروجی باتری ٪۲۸ افزایش می‌یابد.

۶۳. گزینهٔ «۱»

فیزیک ۲ - فصل ۲ - ترکیب مقاومت‌ها و توان مصرفی مقاومت

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۱۴ غلط: ٪۶ نزده: ٪۸۰

نقشهٔ راه: ۱ با مقایسهٔ توان مصرفی مقاومت‌ها، نسبت مقدار مقاومت‌ها را حساب می‌کنیم.
۲ نسبت توان مصرفی مقاومت‌ها را در حالت متوالی حساب می‌کنیم.

جعبه‌ابزار: ۱ رابطه‌های توان مصرفی مقاومت:

$$P = \frac{V^۲}{R} \quad , \quad P = RI^۲$$

۲ ولتاژ مقاومت‌های موازی یکسان و جریان گذرنده از مقاومت‌های متوالی یکسان است.

گام اول در حالت اول، چون ولتاژ هر دو مقاومت یکسان است، از رابطهٔ $P = \frac{V^۲}{R}$ استفاده می‌کنیم و نسبت مقاومت‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{V_A^۲}{V_B^۲}\times\frac{R_B}{R_A} \xrightarrow{V_A=V_B} \frac{P_A}{P_B} = \frac{R_B}{R_A}$$

$$\xrightarrow{P_A=۲P_B} R_B = ۲R_A$$

گام دوم در حالت دوم، مقاومت‌ها به‌صورت متوالی بسته شده‌اند و جریان الکتریکی یکسان از آن‌ها عبور می‌کند و برای مقایسهٔ توان مصرفی آن‌ها از رابطهٔ $P = RI^۲$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{R_A}{R_B}\times(\frac{I_A}{I_B})^۲ \xrightarrow[R_B=۲R_A]{I_A=I_B} \frac{P_A}{P_B} = \frac{۱}{۲}$$

۶۴. گزینهٔ «۴»

فیزیک ۲ - فصل ۲ - مدار تک‌حلقه و توان مولد

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۸ غلط: ٪۴ نزده: ٪۸۸

جعبه‌ابزار: ۱ اگر در جهت جریان از مقاومت R عبور کنیم، تغییر پتانسیل الکتریکی را با $-IR$ در نظر می‌گیریم.
۲ اگر از پایانهٔ منفی به مثبت باتری عبور کنیم، نیروی محرکه را $+\mathscr{E}$ در نظر می‌گیریم.
۳ توان خروجی باتری (محرکه):

$$P_۲ = V_۲I = \mathscr{E}_۲I - r_۲I^۲$$

۴ توان ورودی باتری (ضدمحرکه):

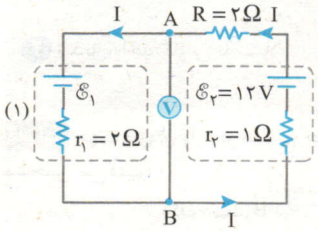
$$P_۱ = V_۱I = \mathscr{E}_۱I + r_۱I^۲$$

۵ رابطهٔ توان‌های ورودی باتری و خروجی باتری و مصرفی مدار:

$$P_۲ = P_۱ + P_R$$

P_R: توان مصرفی مقاومت
$P_۱$: توان ورودی باتری (ضد محرکه)

گام اول ولتسنج اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B را نشان می‌دهد. ابتدا جریان عبوری مولد (۲)، یعنی جریان کل را محاسبه می‌کنیم:



$$V_B - Ir + \mathscr{E}_۲ - IR = V_A$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = \mathscr{E}_۲ - (r_۲+R)I \Rightarrow ۸/۴ = ۱۲ - (۱+۲)I \Rightarrow I = ۱/۲A$$

گام دوم توان ورودی باتری (۱) و توان خروجی باتری (۲) را حساب می‌کنیم:

$$P_۱ = V_{AB}I \Rightarrow P_۱ = ۸/۴\times۱/۲\,W$$

$$P_۲ = P_۱ + P_R \xrightarrow{P_R=RI^۲} P_۲ = ۸/۴\times۱/۲ + ۲(۱/۲)^۲$$

$$\Rightarrow P_۲ = ۱/۲(۸/۴+۲/۴) = ۱/۲\times۱۰/۸\,W$$

$$\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{۱/۲\times۱۰/۸}{۸/۴\times۱/۲} = \frac{۱۰۸}{۸۴} \Rightarrow \frac{P_۲}{P_۱} = \frac{۹}{۷}$$

۶۵. گزینهٔ «۲»

فیزیک ۲ - فصل ۳ - نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک / فیزیک ۳ - فصل ۲ - نیروی مرکزگرا

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۱۵ غلط: ٪۳۴ نزده: ٪۵۱

نقشهٔ راه: ۱ با استفاده از قاعدهٔ دست راست، نوع بارها را مشخص می‌کنیم.
۲ با استفاده از رابطهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک و نیروی مرکزگرا، تعیین می‌کنیم اندازهٔ کدام بار بزرگ‌تر است.

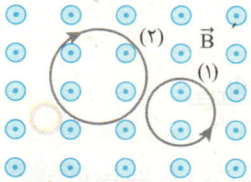
جعبه‌ابزار: ۱ قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار مثبت:
چهارانگشت در جهت سرعت ذرهٔ باردار؛ کف دست در جهت میدان مغناطیسی B و شست در جهت نیروی مغناطیسی قرار می‌گیرد.
۲ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک q:

$$F = |q|\,v\,B\sin\theta$$

۳ نیروی مرکزگرا:

$$F_c = m\frac{v^۲}{R}$$

گام اول اگر قاعدهٔ دست راست را برای بار $q_۲$ به کار ببریم، شست یعنی جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار به طرف مرکز دایرهٔ مسیر قرار می‌گیرد و معلوم می‌شود بار $q_۲$ مثبت است.



بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

با به کار بردن قاعدهٔ دست راست برای بار q_1، جهت شست به طرف بیرون دایرهٔ مسیر می‌افتد و معلوم می‌شود که بار q_1 منفی است.

گام دوم چون نیروی مغناطیسی عمود بر سرعت بار است، ذرهٔ باردار در مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند و نیروی مغناطیسی، نیروی مرکزگرا را برای حرکت دایره‌ای ذرهٔ باردار q تأمین می‌کند و می‌توان نوشت:

$$|q|vB\sin\theta = m\frac{v^2}{R} \xrightarrow[\sin\theta=1]{\theta=90^\circ} |q|B = \frac{mv}{R}$$

چون جرم و تندی دو بار یکسان و میدان مغناطیسی یکنواخت نیز برای هر دو یکسان است، نتیجه می‌گیریم مقدار بار q با شعاع مسیر دایره نسبت وارون دارد، یعنی داریم:

$$R_1 < R_2 \Rightarrow |q_1| > |q_2|$$

۶۶. گزینهٔ «۳» فیزیک ۲ - فصل ۳ - نیروی مغناطیسی سیم

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۵۸٪ غلط: ۱۱٪ نزده: ۳۱٪

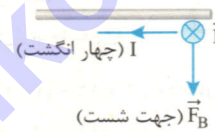
جعبه‌ابزار: ۱ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان:

$$F_B = I\ell B\sin\theta$$

۲ تبدیل واحد گاؤس به تسلا:

$$G \xrightarrow{\times 10^{-4}} T$$

گام اول جهت نیروی وارد بر سیم حامل جریان را از قاعدهٔ دست راست مشخص می‌کنیم:



جهت نیروی مغناطیسی به سمت پایین است.

گام دوم اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم را حساب می‌کنیم:

$$F_B = I\ell B\sin\theta \xrightarrow[\ell=2m,\ I=2A]{B=0/45\times10^{-4}T}$$

$$F_B = 2\times2\times0/45\times10^{-4}\times1 = 1/8\times10^{-4}N$$

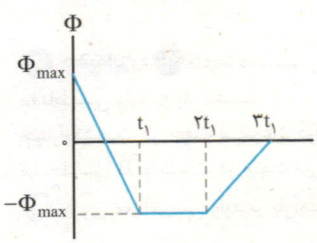
۶۷. گزینهٔ «۱» فیزیک ۲ - فصل ۴ - نیروی محرکهٔ القایی متوسط و نمودار Φ-t

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۳۶٪ غلط: ۷٪ نزده: ۵۷٪

جعبه‌ابزار: در نمودار شار مغناطیسی ـ زمان، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط متناسب با اندازهٔ شیب نمودار (تغییرات شار) است.

$$\mathcal{E}_{av} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\ ,\ |\mathcal{E}| \propto \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$$

گام اول در هر بازهٔ زمانی از رابطهٔ نیروی محرکهٔ القایی استفاده می‌کنیم؛ دقت کنید چون شیب نمودار $\Phi - t$ در هر بازهٔ زمانی ثابت است، نتیجه می‌گیریم که نیروی محرکهٔ القایی نیز در هر بازه مقدار ثابتی است ($\mathcal{E}_{av} = \mathcal{E}$)؛ پس داریم:



$$|\mathcal{E}_{av_1}| = \left|-N\frac{-\Phi_{max}-\Phi_{max}}{t_1}\right| \Rightarrow \mathcal{E}_1 = 2N\frac{\Delta\Phi_{max}}{t_1}$$

$$\mathcal{E}_{av_2} = 0 \Rightarrow \mathcal{E}_2 = 0$$

$$|\mathcal{E}_{av_3}| = \left|-N\frac{0-(-\Phi_{max})}{3t_1-2t_1}\right| \Rightarrow |\mathcal{E}_3| = N\frac{\Phi_{max}}{t_1}$$

گام دوم با مقایسهٔ $\mathcal{E}_1$ و $\mathcal{E}_3$، می‌توان نتیجه گرفت $\mathcal{E}_1 = 2\mathcal{E}_3$ و $\mathcal{E}_2 = 0$ است.

۶۸. گزینهٔ «۴» فیزیک ۲ - فصل ۴ - انرژی القاگر و ضریب القاوری

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۱۸٪ غلط: ۶٪ نزده: ۷۶٪

نقشهٔ راه: ۱ ابتدا ضریب خودالقاوری را حساب می‌کنیم.

۲ از رابطهٔ ضریب خودالقاوری، تعداد حلقه‌ها را به دست می‌آوریم.

جعبه‌ابزار: ۱ ضریب خودالقاوری:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$$

۲ انرژی ذخیره‌شده در القاگر:

$$U = \frac{1}{2}LI^2$$

گام اول در صورتی بیشینهٔ انرژی ذخیره‌شده را داریم که جریان عبوری از القاگر، بیشینه باشد؛ بنابراین از معادلهٔ جریان ـ زمان داریم: $I_m = 5A$

$$U_m = \frac{1}{2}LI_m^2 \Rightarrow 5\times10^{-3} = \frac{1}{2}\times L\times25 \Rightarrow L = 4\times10^{-4}H$$

گام دوم تعداد حلقه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \Rightarrow \cancel{4}\times\cancel{10^{-4}} = \frac{\cancel{4}\pi\times10^{-7}\times N^2\times20\times\cancel{10^{-4}}}{6/28\times10^{-2}}$$

$$\xrightarrow{\pi=3/14} 1 = \frac{3/14\times10^{-4}\times N^2\times2}{6/28} \Rightarrow N = 100$$

۶۹. گزینهٔ «۱» فیزیک ۳ - فصل ۲ - نیروی مرکزگرا / فیزیک ۳ - فصل ۶ - پرتوزایی طبیعی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۲۴٪ غلط: ۲۰٪ نزده: ۵۶٪

جعبه‌ابزار:

۱ بار الکتریکی ذرهٔ α ($^4_2\alpha$)، برابر $+2e$ است.

۲ نیروی مغناطیسی وارد بر بار متحرک:

$$F_B = |q|vB\sin\theta$$

۳ نیروی مرکزگرا:

$$F_c = m\frac{v^2}{R}$$

گام اول فرض می‌کنیم هر دو ذرهٔ α و β، عمود بر میدان مغناطیسی وارد آن می‌شوند؛ چون نیروی مغناطیسی وارد بر ذرهٔ باردار عمود بر سرعت بار است، این نیرو سبب تغییر جهت حرکت بار در مسیر دایره‌ای می‌شود و نیروی مغناطیسی، نیروی مرکزگرا را در مسیر دایره‌ای تأمین می‌کند. اکنون شعاع مسیر دایره‌ای ذره را حساب می‌کنیم:

$$F_c = F_B \Rightarrow m\frac{v^2}{R} = qvB$$

$$\Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$

گام دوم برای مقایسهٔ شعاع ذره‌ها با توجه به این‌که تندی ذره‌ها و میدان مغناطیسی برای هر دو یکسان است، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{R_\beta}{R_\alpha} = \frac{\frac{m_\beta}{q_\beta}}{\frac{m_\alpha}{q_\alpha}} \Rightarrow \frac{R_\beta}{R_\alpha} = \frac{m_\beta}{m_\alpha}\times\frac{q_\alpha}{q_\beta}$$

می‌دانیم $|q_\alpha| = 2|q_\beta|$ است؛ اما جرم β حدود $\frac{1}{1860}$ برابر جرم یک پروتون و بسیار کمتر از جرم α است؛ بنابراین $\frac{R_\beta}{R_\alpha} < 1$ خواهد شد، در نتیجه شعاع انحنای β کمتر از α می‌شود و دلیل این پدیده، جرم بسیار کمتر β نسبت به α است.

@kotob_konkoria

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

۷۰. گزینهٔ «۲» فیزیک ۱ - فصل ۱ - چگالی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۴۴٪ غلط: ۸٪ نزده: ۴۸٪

جعبه‌ابزار: ۱ رابطهٔ چگالی: $\rho = \frac{m}{V}$

۲ رابطهٔ چگالی آلیاژ (یا مخلوط): $\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$

از رابطهٔ چگالی مخلوط، مقدار آن را برحسب چگالی مادهٔ B محاسبه کرده و سپس با استفاده از چگالی مادهٔ B، چگالی مخلوط را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B}$$

$$\xrightarrow[m_A = m_B = m]{V_A = 2V_B} \rho = \frac{m + m}{2V_B + V_B} = \frac{2m}{3V_B} = \frac{2}{3}\rho_B \quad (1)$$

$$\rho_B = \frac{12}{5}\,g/cm^3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری (2) در (1)}} \rho = \frac{2}{3} \times \frac{12}{5} \Rightarrow \rho = 1/6\,g/cm^3$$

دام تستی: اگر به اشتباه مجموع چگالی‌های دو مایع را در نظر بگیرید، به گزینهٔ «۳» می‌رسید.

توجه: در رابطهٔ چگالی مخلوط اگر جرم دو ماده یکسان باشد، رابطهٔ چگالی مخلوط برحسب چگالی دو ماده به‌صورت زیر می‌شود:

$$m_A = m_B \Rightarrow \rho = \frac{2\rho_A\rho_B}{\rho_A + \rho_B}$$

با محاسبهٔ ρ_A و ρ_B می‌توانستیم چگالی مخلوط را به دست آوریم.

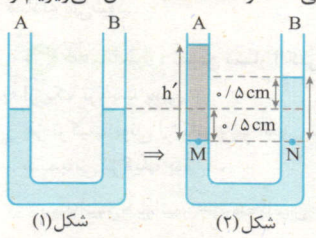
۷۱. گزینهٔ «۳» فیزیک ۱ - فصل ۲ - لولهٔ U شکل

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۱۴٪ غلط: ۱۱٪ نزده: ۷۵٪

نقشهٔ راه: ۱ اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه را حساب می‌کنیم.
۲ ارتفاع الکل را به دست می‌آوریم.
۳ حجم الکل را حساب می‌کنیم.

جعبه‌ابزار: ۱ رابطهٔ فشار مایع: $P = \rho gh$
۲ در نقاط هم‌تراز درون یک مایع ساکن، فشار یکسان است.
۳ حجم استوانه: $V = Ah$

گام اول با توجه به شکل زیر، هنگامی که در شاخهٔ A الکل می‌ریزیم و سطح جیوه در شاخهٔ B، ۰/۵cm بالا می‌رود، سطح جیوه در شاخهٔ A نیز ۰/۵cm پایین می‌رود؛ نتیجه می‌گیریم اختلاف سطح جیوه در دو شاخه برابر $h = 2 \times 0/5 = 1cm$ می‌شود.



گام دوم برای محاسبهٔ ارتفاع الکل در شاخهٔ A (یعنی h')، فشار دو نقطهٔ M و N را برابر در نظر می‌گیریم:

$$P_M = P_N \Rightarrow \underbrace{\rho' gh'}_{\text{الکل}} + P_0 = \underbrace{\rho gh}_{\text{جیوه}} + P_0$$

$$\Rightarrow 0/8 \times h' = 13/6 \times 1 \Rightarrow h' = \frac{13/6}{0/8} = 17cm$$

گام سوم شکل هر شاخه را استوانه‌ای در نظر می‌گیریم و برای محاسبهٔ حجم الکل از رابطهٔ $V = Ah$ استفاده می‌کنیم: $V = 2cm^2 \times 17cm \Rightarrow V = 34cm^3$

دام تستی: اگر اختلاف سطح جیوه را در دو شاخه به اشتباه برابر ۰/۵ cm بگیرید، به گزینهٔ «۲» می‌رسید.

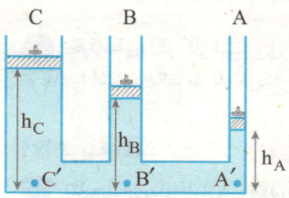
۷۲. گزینهٔ «۱» فیزیک ۱ - فصل ۲ - لولهٔ U شکل

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۲۳٪ غلط: ۲۴٪ نزده: ۵۳٪

نقشهٔ راه: ۱ فشار مایع در پایین ظرف را برحسب فشار ستون مایع، فشار هوا و فشار پیستون محاسبه می‌کنیم.
۲ با مقایسهٔ این فشارها رابطهٔ ارتفاع ستون مایع‌ها را به دست می‌آوریم.

جعبه‌ابزار: ۱ تمام نقاط هم‌تراز در یک مایع ساکن، هم‌فشار هستند.
۲ فشار در عمق h مایع: $P = \rho gh + P_0$
۳ رابطهٔ فشار وزنه بر سطح تکیه‌گاه: $P = \frac{mg}{A}$

گام اول فشار نقاط A′، B′ و C′ را به دست می‌آوریم:



$$P_{A'} = \rho gh_A + \frac{mg}{A_A} + P_0$$

$$P_{B'} = \rho gh_B + \frac{mg}{A_B} + P_0$$

$$P_{C'} = \rho gh_C + \frac{mg}{A_C} + P_0$$

گام دوم فشار این نقاط را مقایسه می‌کنیم:

$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow \rho gh_A + \frac{mg}{A_A} = \rho gh_B + \frac{mg}{A_B}$$

$$\Rightarrow \frac{mg}{A_A} - \frac{mg}{A_B} = \rho g(h_B - h_A) \xrightarrow{A_A < A_B} h_B > h_A$$

همانند روش گفته‌شده در بالا، فشار دو نقطهٔ B′ و C′ را مقایسه می‌کنیم:

$$P_{B'} = P_{C'} \Rightarrow h_C > h_B$$

با مقایسهٔ کلی داریم: $h_C > h_B > h_A$

دام تستی: اگر به اشتباه فشار مایع را از پایین لوله‌ها با هم مقایسه کنید، به گزینهٔ «۳» می‌رسید.

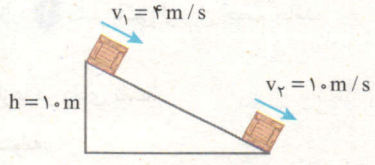
۷۳. گزینهٔ «۴» فیزیک ۱ - فصل ۳ - قضیهٔ کار - انرژی جنبشی و پایستگی انرژی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۳۷٪ غلط: ۸٪ نزده: ۵۵٪

روش اول

جعبه‌ابزار: ۱ رابطهٔ کار نیروی وزن هنگام پایین‌رفتن جسم: $W = mgh$
۲ رابطهٔ قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی: $W_t = K_2 - K_1$
۳ رابطهٔ انرژی جنبشی: $K = \frac{1}{2}mv^2$

روی جسم دو نیرو کار انجام می‌دهند: ۱ نیروی وزن ۲ نیروی مقاوم



۶

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

بنابراین رابطهٔ قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی را می‌توان به‌صورت زیر نوشت و کار نیروی مقاوم را حساب کرد:

$$W_{mg}+W_f=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Rightarrow mgh+W_f=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2)$$

$$\Rightarrow 0/1\times10\times10+W_f=\frac{1}{2}\times0/1(10^2-4^2)\Rightarrow W_f=-5/8J$$

روش دوم

جعبه‌ابزار:
۱ رابطهٔ پایستگی انرژی: $E_2-E_1=W_f$
۲ رابطهٔ انرژی مکانیکی: $E=K+U$
۳ رابطهٔ انرژی پتانسیل گرانشی: $U=mgh$

پایین سطح شیب‌دار را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم و از رابطهٔ پایستگی انرژی استفاده می‌کنیم: $(U_2+K_2)-(U_1+K_1)=W_f$

$$\xrightarrow{U_2=0}\frac{1}{2}mv_2^2-(mgh+\frac{1}{2}mv_1^2)=W_f$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\times0/1\times10^2-(0/1\times10\times10+\frac{1}{2}\times0/1\times4^2)=W_f\Rightarrow W_f=-5/8J$$

دام تستی: اگر کار نیروی وزن را در نظر نگیرید و علامت ΔK یا W_f را اشتباه بگیرید به گزینهٔ «۳» می‌رسید.

۷۴. گزینهٔ «۲» فیزیک ۱ - فصل ۴ - تعادل گرمایی با تغییر حالت ماده

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۱۰٪ غلط: ۵٪ نزده: ۸۵٪

جعبه‌ابزار:
۱ رابطهٔ گرما بدون تغییر حالت: $Q=mc\Delta\theta$
۲ شرط تعادل: جمع جبری گرماهای مبادله‌شده صفر است.

$$Q_1+Q_2+Q_3=0$$

حداقل جرم بخار زمانی است که همهٔ بخار آب به آب صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل شود و از طرف دیگر گرمایی که بخار آب از دست می‌دهد را یخ دریافت کرده و به آب صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل شود.

m گرم بخار آب ۱۰۰°C $\xrightarrow{Q_V}$ m گرم آب ۱۰۰°C $\xrightarrow{Q}$ m گرم آب °C و ۱۰۰g آب °C $\xrightarrow{Q_F}$ ۱۰۰g یخ °C

$c_{آب}=4200J/kg\cdot K=4/2J/g\cdot K$

$$\underbrace{m_1L_F}_{\text{یخ}}-\underbrace{m_2L_V+m_2c(\theta-\theta_2)}_{\text{بخار}}+Q'=0$$

$$\Rightarrow100\times336-m_2(2256+4/2\times100)+6540=0$$

$$\Rightarrow40140=m_2\times2676\Rightarrow m=15g$$

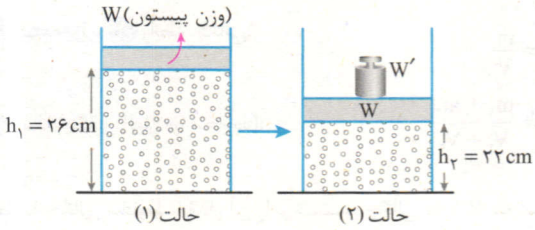
۷۵. گزینهٔ «۲» فیزیک ۱ - فصل ۴ - قانون گازهای آرمانی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۱۰٪ غلط: ۳٪ نزده: ۸۷٪

نقشهٔ راه:
۱ فشار گاز را در هر دو حالت حساب می‌کنیم.
۲ از قانون گازها استفاده می‌کنیم و مساحت قاعدهٔ پیستون را به دست می‌آوریم.

جعبه‌ابزار:
۱ فشار ناشی از وزن جسم جامد: $P=\frac{W}{A}$
۲ قانون گازها در دمای ثابت: $P_2V_2=P_1V_1$
۳ حجم استوانه: $V=Ah$

گام اول فشار گاز را در حالت اول در نظر می‌گیریم و برای محاسبهٔ آن چون پیستون ساکن است؛ می‌توان نوشت:



$$P_1=P_0+\frac{W}{A}$$

گام دوم با قراردادن وزنهٔ $W'=80N$، فشار گاز تغییر می‌کند و در این حالت از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$P_2=P_0+\frac{W}{A}+\frac{W'}{A}=P_0+\frac{W+W'}{A}$$

گام سوم از قانون گازها در دمای ثابت استفاده می‌کنیم و با جای‌گذاری P_1 و P_2 در آن، مساحت قاعدهٔ پیستون را حساب می‌کنیم؛ دقت کنید که در حالت دوم ارتفاع پیستون تا کف استوانه $22cm$ $(h_2=26-4=22cm)$ می‌شود:

$$P_1V_1=P_2V_2\xrightarrow{V=Ah}$$

$$(10^5+\frac{40}{A})\times A\times26=(10^5+\frac{40+80}{A})\times A\times22$$

$$\Rightarrow(10^5+\frac{40}{A})\times13=(10^5+\frac{120}{A})\times11\Rightarrow A=40cm^2$$

شیمی

۷۶. گزینهٔ «۱» شیمی ۱ - فصل ۱ - تشکیل ترکیب‌های یونی / شیمی ۱ - فصل ۳ - یون‌های چنداتمی - فرمول‌نویسی / شیمی ۲ - فصل ۳ - کربوکسیلیک اسیدها و نام‌گذاری یون حاصل از آن‌ها

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۳۷٪ غلط: ۹٪ نزده: ۵۴٪

فرمول شیمیایی آلومینیم‌سولفات به‌صورت $Al_2(SO_4)_3$ است. پس نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در آن برابر $\frac{2}{3}$ است.

سه برابر $\frac{2}{3}$، برابر ۲ است. پس شمار الکترون‌های مبادله‌شده در تشکیل ترکیب مورد نظر، برابر ۲ است. بنابراین ترکیب مورد نظر، سدیم‌کربنات است:

$$Na_2CO_3\longrightarrow2Na^+ + 1CO_3^{2-}$$

در تشکیل Co_2O_3، KCH_3COO و $LiHCOO$ به‌ترتیب، ۱، ۶ و ۱ الکترون مبادله می‌شود.

جعبه اسرار: تعیین شمار الکترون مبادله‌شده در تشکیل یک مول از یک ترکیب یونی

هر ترکیب یونی از کاتیون و آنیون تشکیل شده است. با توجه به فرمول شیمیایی ترکیب یونی:

زیروند آنیون × بار آنیون = زیروند کاتیون × بار کاتیون = شمار الکترون مبادله‌شده

مثال:

Mg_3N_2: منیزیم نیترید $\Rightarrow$ کاتیون: Mg^{2+}، آنیون: N^{3-}

پس شمار مول الکترون مبادله‌شده برای تشکیل یک مول از این ترکیب، برابر با حاصل‌ضرب بار کاتیون (۲) در تعداد آن (۳)، یعنی $2\times3=6$ است.

@kotob_konkoria

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

توجه: ۱ اگر شمار مول الکترون مبادله‌شده به‌ازای تشکیل تعداد مول معینی از ترکیب یونی را خواسته باشند، لازم است تعداد مول ذکرشده از ترکیب را در شمار مول الکترون مبادله‌شده به‌ازای یک مول ترکیب ضرب کنیم.

مثال ۲: شمار مول الکترون مبادله‌شده به‌ازای تشکیل ۰/۸ مول کلسیم‌فسفات چه‌قدر است؟

پاسخ: $Ca_3(PO_4)_2 \rightarrow 3\,Ca^{2+}$: کلسیم‌فسفات

شمار مول الکترون مبادله‌شده(به‌ازای یک مول) $= 3 \times 2 = 6$

شمار مول الکترون مبادله‌شده (به‌ازای ۰/۸ مول) $= 0/8 \times 6 = 4/8$

۲ اگر شمار الکترون مبادله‌شده به‌ازای تشکیل تعداد مول معینی از ترکیب یونی را خواسته باشند، در این‌صورت، شمار مول الکترون مبادله‌شده را در عدد آووگادرو هم ضرب می‌کنیم.

مثال ۳: به‌ازای تشکیل ۰/۰۵ مول آمونیوم‌فسفات، چند الکترون مبادله می‌شود؟

پاسخ: $(NH_4)_3PO_4 \rightarrow 3NH_4^+$

شمار مول الکترون مبادله‌شده به‌ازای ۰/۰۵ مول $= 0/05 \times (3 \times 1) = 0/15$

شمار الکترون مبادله‌شده $= 0/15 \times 6 \times 6/02 \times 10^{23} = 9/03 \times 10^{22}$ (الکترون)

تذکر: همین جعبه‌اسرار در پاسخ به تست ۷۷ هم کاربرد دارد.

۷۷. گزینهٔ «۲» شیمی ۱ - فصل ۱ - آرایش الکترونی یون‌ها و فرمول‌نویسی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۳۵٪ غلط: ۲۲٪ نزده: ۴۳٪

ابتدا عدد اتمی عنصرهای A، E، X و D را به دست می‌آوریم:

$A^+ : \cdots 3p^6 \Rightarrow A : \cdots 3p^6 4s^1 \Rightarrow$ عدد اتمی A $= 19 \Rightarrow {}_{19}A$

$E^{3+} : \cdots 3d^5 \Rightarrow E : \cdots 3d^6 4s^2 \Rightarrow$ عدد اتمی E $= 26 \Rightarrow {}_{26}E$

$X^{2-} : \cdots 3p^6 \Rightarrow X : \cdots 3p^4 \Rightarrow$ عدد اتمی X $= 16 \Rightarrow {}_{16}X$

$D^- : \cdots 4p^6 \Rightarrow D : \cdots 4p^5 \Rightarrow$ عدد اتمی D $= 35 \Rightarrow {}_{35}D$

عبارت‌های (الف) و (ب) درست‌اند.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

- **(الف):** بین دو عنصر ${}_{19}A$ و ${}_{26}E$ در جدول تناوبی، ۶ عنصر دیگر وجود دارد:

شمار الکترون ظرفیتی ${}_{16}X$ و $6 = 1 - (19 - 26) =$ شمار عنصر بین ${}_{19}A$ و ${}_{26}E$

- **(ب):** از ترکیب ${}_{19}A$ و ${}_{16}X$، A_2X حاصل می‌شود. برای تشکیل هر مول A_2X، دو مول الکترون مبادله می‌شود. بنابراین:

شمار الکترون مبادله‌شده $= 0/2 \times 2 \times 6/02 \times 10^{23} = 24/08 \times 10^{22}$

$= 2/408 \times 10^{24}$ (الکترون)

- **(پ):** دقیقاً! اگر یک عنصر فلزی با تبدیل‌شدن به کاتیون، به آرایش گاز نجیب رسیده باشد، قطعاً به آرایش گاز نجیب دورهٔ قبل از خود رسیده است. عنصرهای نافلزی با تبدیل‌شدن به آنیون، به آرایش گاز نجیب هم‌دورهٔ خود می‌رسند.

- **(ت):** ${}_{35}D$ ، ${}_{26}E \rightarrow ED_2$ یا $ED_3 \rightarrow$ ۴ یا ۳ اتم

${}_{16}X$ ، ${}_{19}A \rightarrow A_2X \rightarrow$ ۳ اتم

نسبت ۳ به ۳ و همین‌طور، نسبت ۴ به ۳، برابر ۲ نیست.

جعبه‌اسرار: تبدیل اتم به یونی با آرایش گاز نجیب

۱ اتم‌های نافلزی معمولاً به آنیونی تبدیل می‌شوند که از آرایش الکترونی گاز نجیب هم‌دوره با عنصر نافلزی برخوردار است.

چند مثال:

اتم نافلزی	${}_1H$	${}_7N$	${}_{17}Cl$	${}_{15}P$	${}_{16}S$
آنیون	${}_1H^-$	${}_7N^{3-}$	${}_{17}Cl^-$	${}_{15}P^{3-}$	${}_{16}S^{2-}$
گاز نجیب هم‌دوره	${}_2He$	${}_{10}Ne$	${}_{18}Ar$	${}_{18}Ar$	${}_{18}Ar$

شما در مقطع دبیرستان و کنکور، هر آنیون تک‌اتمی که مشاهده کنید، مطمئن باشید از آرایش گاز نجیب هم‌دورهٔ عنصر مربوطه برخوردار است.

۲ شبه‌فلزها یون تشکیل نمی‌دهند.

۳ فلزهای دستهٔ s، آلومینیم و برخی از فلزهای دستهٔ d مثل ${}_{21}Sc$ و ${}_{22}Ti$، با از دست‌دادن تمام الکترون ظرفیتی خود، به کاتیونی تبدیل می‌شوند که از آرایش گاز نجیب دورهٔ قبل از خود برخوردارند.

چند مثال:

اتم فلزی	${}_{11}Na$	${}_{20}Ca$	${}_{13}Al$	${}_{21}Sc$
کاتیون	${}_{11}Na^+$	${}_{20}Ca^{2+}$	${}_{13}Al^{3+}$	${}_{21}Sc^{3+}$
گاز نجیب دورهٔ قبل	${}_{10}Ne$	${}_{18}Ar$	${}_{10}Ne$	${}_{18}Ar$

۴ به‌جز Al، بقیهٔ عنصرهای فلزی واقع در دستهٔ p، حتی اگر همهٔ الکترون‌های ظرفیتی خود را از دست بدهند، به آرایش گاز نجیب دورهٔ قبل از خود نمی‌رسند. **مثال:** ${}_{50}Sn : [{}_{36}Kr]4d^{10}5s^25p^2$

${}_{50}Sn^{4+} : [{}_{36}Kr]\,4d^{10}$

۵ اکثر کاتیون‌های مربوط به فلزهای واسطه، از آرایش گاز نجیب برخوردار نیستند. از جمله: ${}_{26}Fe^{3+}$، ${}_{28}Ni^{2+}$ و ${}_{30}Zn^{2+}$ که به‌ترتیب ۲۳، ۲۶ و ۲۸ الکترون دارند.

۷۸. گزینهٔ «۴» شیمی ۱ - فصل ۱ - عنصر - ایزوتوپ

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۵۸٪ غلط: ۱۷٪ نزده: ۲۵٪

عبارت‌های (ب) و (پ) درست‌اند.

بررسی سایر عبارت‌ها:

- **(الف):** عنصر ماده‌ای است که از اتم‌ها یا یون‌هایی با عدد اتمی یکسان تشکیل شده است. به عنوان مثال، عنصر منیزیم شامل ${}_{12}Mg$ و ${}_{12}Mg^{2+}$ است.
- **(ت):** اغلب اتم‌هایی که نسبت شمار نوترون به پروتون در آن‌ها، برابر ۱/۵ یا بیش از آن است، ناپایدارند.
- **نقدکنکور:** راستش، اتمی که شمار پروتون آن بیشتر از شمار نوترون آن باشد، وجود خارجی ندارد (غیر از ${}_1H$ که نوترون ندارد). بنابراین پرسیدن چنین عبارتی، شبیه این است که بپرسیم: «خروس شب‌ها تخم می‌ذاره یا روز؟!» یا «خروسی که دارای ۴ پا می‌باشد، در مقایسه با غاز بزرگ‌تر است یا کوچک‌تر؟!»

تذکر: در این نقدی که کردیم، کاملاً هم جدی نبودیم، حداقل نیمی از قصد نگارندهٔ این سطور، انبساط خاطر دانش‌آموزان عزیز پس از یک دوره تلاش طاقت‌فرسا بوده است. امّا سخن نامربوطی هم گفته نشد، گاهی کمی سخت‌گیرانه بررسی‌کردن هم خوب است!

جعبه‌اسرار: عنصر

بیایید برای یادگیری بهتر، با یک مثال شروع کنیم؛ عنصر برم را در نظر بگیرید. شما می‌توانید به Br_2 بگویید: عنصر برم. به Br هم می‌توان گفت: عنصر برم. همین‌طور به Br^- هم می‌شود گفت: عنصر برم.

@kotob_konkoria

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

شاید این سؤال در ذهن شما مطرح شود که عنصر برم، Br است یا Br_2؟ و تصور شما این باشد که Br اتم برم است و Br_2، مولکول برم. درسته. امّا هر دو را می‌توانیم به‌عنوان عنصر برم در نظر بگیریم.
شاید بپرسید: برم در شرایط عادی (دمای اتاق) به‌صورت Br_2 است و Br نداریم که! خب! اگر دما را به اندازهٔ کافی بالا ببرید، پیوند میان دو اتم برم شکسته‌شده و به جای Br_2، اتم Br خواهیم داشت.
شاید بپرسید: Br^- یون برمید است. آیا می‌توان Br^- را هم به‌عنوان عنصر برم در نظر گرفت؟ ببینید: $_{35}Br$ دارای ۳۵ پروتون در هسته است، Br^- هم همین‌طور. هر یک از دو برم موجود در مولکول Br_2 هم همین‌طور. آنچه یک عنصر را متمایز می‌کند، شمار پروتون در هسته است.
در جدول تناوبی امروزی ۱۱۸ عنصر وجود دارد. اساس متمایزکردن این ۱۱۸ عنصر از یکدیگر چیست؟ دقیقاً: شمار پروتون در هسته. ایزوتوپ‌های یک عنصر (مثلاً $^{24}_{12}Mg$، $^{25}_{12}Mg$ و $^{26}_{12}Mg$) اتم‌های یکسانی نیستند. ولی عنصر یکسانی به‌شمار می‌آیند؛ چون شمار پروتون در هستهٔ آن‌ها، یکسان است.
مثال: NaCl شامل چند عنصر است؟
پاسخ: دو عنصر. می‌دانید که NaCl از یون‌های Na^+ و Cl^- تشکیل شده، امّا داشتن بار باعث نمی‌شود که نتوانیم آن‌ها را عنصر در نظر بگیریم.

۷۹. گزینهٔ «۳» شیمی ۱ - فصل ۲ - گازهای گلخانه‌ای

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۳۰٪ غلط: ۲۵٪ نزده: ۴۵٪

بخش عمدهٔ پرتوهای خورشیدی، از اتمسفر زمین عبور کرده و به سطح زمین می‌رسند. در واقع، فقط بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی توسط هواکره جذب شده و بخش عمدهٔ این پرتوها، توسط کرهٔ زمین جذب می‌شوند.

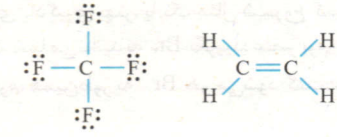
بررسی سایر گزینه‌ها:
- **گزینهٔ «۱»:** برعکس! مقداری از انرژی گسیل‌شده از خورشید به سمت زمین، توسط زمین جذب می‌شود و بیشتر آن، توسط زمین برگشت داده‌شده و به عبارتی، توسط زمین انعکاس داده می‌شود. پس انرژی برگشت داده‌شده، قدری کمتر از انرژی‌ای است که به زمین رسیده است.
- **گزینهٔ «۲»:** بیشتر گرمای برگشت داده‌شده توسط زمین، از هواکره خارج می‌شود. وجود گازهای گلخانه‌ای باعث می‌شود که مقداری از گرمای برگشت داده‌شده توسط زمین، دوباره به سمت زمین بازگردد، امّا به هر حال، بیشتر گرمای برگشت داده‌شده توسط زمین، از هواکره عبورکرده و از آن، خارج می‌شود. اگر بیشتر گرمای برگشت داده‌شده توسط زمین، توسط هواکره به زمین بازگشت داده می‌شد که تا الان، همهٔ ما کباب شده بودیم!
- **گزینهٔ «۴»:** گازهای گلخانه‌ای میزان ورود انرژی خورشیدی یا میزان انرژی برگشت داده‌شده توسط زمین به هواکره را تغییر نمی‌دهند. آنچه که تغییرش می‌دهند، میزان انرژی‌ای است که از انرژی برگشت داده‌شده توسط زمین، توسط گازهای گلخانه‌ای دوباره به سمت زمین بازگشت داده می‌شود.

۸۰. گزینهٔ «۱» شیمی ۱ - فصل ۲ - ساختار لوویس - قطبیت مولکول‌ها

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۳۰٪ غلط: ۳۳٪ نزده: ۳۷٪

در ساختار واکنش‌دهنده‌ها (C_2H_4 و F_2)، همهٔ اتم‌ها دارای آرایش گاز نجیب هستند. کربن و فلوئور از آرایش گاز نجیب Ne و هیدروژن، از آرایش گاز نجیب He برخوردارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:
- **گزینهٔ «۲»:** عدد اکسایش کربن در C_2H_4 و CF_4، به‌ترتیب برابر «۲-» و «۴+» است.
- **گزینهٔ «۳»:** هر دو واکنش‌دهنده، ناقطبی‌اند، امّا از فراورده‌ها، HF قطبی و CF_4 ناقطبی است.
- **گزینهٔ «۴»:** CF_4 دارای ۴ پیوند و C_2H_4 دارای ۶ پیوند است.



- **نقدکنکور:** در هیچ‌یک از مولکول‌های C_2H_4 و CF_4، عنصر کربن به‌صورت یون حضور ندارد که ما از مقدار بار یون، صحبت کنیم. بهتر بود که به جای «بار کربن» گفته شود: «عدد اکسایش کربن»، که در این‌صورت، هر اتم کربن در C_2H_4 دارای عدد اکسایش «۲-» و در CF_4، دارای عدد اکسایش «۴+» است.

۸۱. گزینهٔ «۴» شیمی ۱ - فصل ۲ - موازنهٔ معادلهٔ واکنش‌های شیمیایی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۶۵٪ غلط: ۷٪ نزده: ۲۸٪

با قراردادن ضریب «۱» برای HCN (به دلیل وجود ۳ عنصر در آن)، موازنه را شروع می‌کنیم:

$$CH_4 + NH_3 + O_2 \longrightarrow 1\,HCN + H_2O$$

حالا می‌توانیم کربن و نیتروژن را موازنه کنیم:

$$1\,CH_4 + 1\,NH_3 + O_2 \longrightarrow 1\,HCN + H_2O$$

حالا با قراردادن ضریب مناسب برای H_2O، هیدروژن را موازنه می‌کنیم:

$$1\,CH_4 + 1\,NH_3 + O_2 \longrightarrow 1\,HCN + 3\,H_2O$$

حالا اکسیژن را موازنه می‌کنیم:

$$1\,CH_4 + 1\,NH_3 + \frac{3}{2}O_2 \longrightarrow 1\,HCN + 3\,H_2O$$

برای این‌که ضریب اعشاری یا کسری نداشته باشیم، لازم است همهٔ ضرایب به دست‌آمده را در ۲ ضرب کنیم:

$$2\,CH_4 + 2\,NH_3 + 3\,O_2 \longrightarrow 2\,HCN + 6\,H_2O$$

$\Rightarrow$ مجموع ضرایب استوکیومتری مواد $= 2+2+3+2+6 = 15$

۸۲. گزینهٔ «۱» شیمی ۱ - فصل ۳ - پدیدهٔ انحلال

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۳۶٪ غلط: ۱۳٪ نزده: ۵۱٪

جعبه‌ابزار: رابطهٔ میان محلول یا نامحلول بودن یک ماده با نیروهای جاذبه‌ای که به‌وجود آمده یا از بین می‌روند:
- اگر میانگین نیروهای جاذبهٔ حل‌شونده ـ حل‌شونده و حلال ـ حلال را با A و نیروهای جاذبهٔ حلال ـ حل‌شونده را با B نشان دهیم، در این‌صورت:
  $A > B \Leftrightarrow$ حل‌نشدن ماده
  $A < B \Leftrightarrow$ حل‌شدن ماده
- اگر مادهٔ حل‌شونده، یک ترکیب یونی و حلال، آب باشد، در این‌صورت برای حل‌شدن ماده در آب، پیوند یونی موجود در ترکیب یونی و شماری از پیوندهای هیدروژنی میان مولکول‌های حلال باید از بین بروند و در عوض، نیروی جاذبهٔ یون ـ دوقطبی میان یون‌ها و مولکول‌های قطبی آب پدید می‌آید.

در ساختار دو ترکیب Na_2SO_4 و $BaSO_4$، هم پیوند یونی وجود دارد و هم پیوند اشتراکی، اما دو ترکیب KCl و $MnBr_2$، صرفاً از پیوند یونی برخوردارند. پس یکی از دو گزینهٔ «۱» یا «۳» درست است.
Na_2SO_4 محلول در آب است. می‌توان نتیجه گرفت که نیروهای جاذبهٔ ایجادشده به هنگام انحلال، قوی‌تر از میانگین نیروهای جاذبه‌ای هستند که برای انجام انحلال، باید از بین بروند.
نتیجه: گزینهٔ «۱» درست است.
توجه کنید که $BaSO_4$ در آب نامحلول است. پس شرط ذکرشده در مورد آن صدق نمی‌کند.

جعبه اسرار: ترکیبات یونی محلول و نامحلول در آب
لزومی ندارد که همهٔ ترکیبات یونی محلول و نامحلول در آب را حفظ باشید؛ اما حفظ بودن موارد زیر، به دلیل ارائه‌شدن در متن کتاب درسی، لازم است.
ترکیبات یونی نامحلول:
$BaSO_4$, $AgCl$, $Ba_3(PO_4)_2$, $Ca_3(PO_4)_2$, $Mg(OH)_2$
$Fe(OH)_2$, $Fe(OH)_3$
غیر از این موارد، بقیهٔ ترکیبات یونی نامحلول را لازم نیست حفظ باشید؛ یعنی اگر در کنکور ارائه شدند، لابد محلول در آب هستند.

@kotob_konkoria

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

۸۳. گزینهٔ «۲» شیمی ۱ - فصل ۳ - درصد جرمی - ppm

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۷ غلط: ٪۵ نزده: ٪۸۸

جعبه‌ابزار: روابط مربوط به محاسبهٔ درصد جرمی و غلظت ppm

• درصد جرمی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰^{۲}$$

بنابراین اگر جرم محلول با m گرم و درصد جرمی حل‌شونده با a٪ مشخص شود، می‌توان جرم حل‌شونده را از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$$\text{جرم حل‌شونده} = m \times \frac{a}{۱۰۰}$$

• غلظت ppm از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰^{۶}$$

جرم یون Cl^- موجود در محلول کلسیم‌کلرید را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۲۰۰ \times \frac{۲/۲۲}{۱۰۰}}{۱۱۱} \times ۲ = ۰/۰۸ \text{ mol } Cl^-$$

(تعداد مول $CaCl_2$)

با انجام واکنش زیر، شمار مول Cl^- در محلول، نه کم می‌شود و نه زیاد. اما حجم و جرم محلول، به دلیل واردکردن مقداری سدیم‌فسفات و رسوب‌کردن مقداری کلسیم‌فسفات، اندکی تغییر می‌کند.

$$۳CaCl_۲(aq) + ۲Na_۳PO_۴(aq) \longrightarrow Ca_۳(PO_۴)_۲(s) + ۶NaCl(aq)$$

تعداد مول $CaCl_2$ در محلول، ۰/۰۴ مول بوده. پس $(\frac{۲}{۳} \times ۰/۰۴)$ مول Na_3PO_4 وارد محلول کرده‌ایم و $(\frac{۱}{۳} \times ۰/۰۴)$ مول $Ca_3(PO_4)_2$ از محلول خارج شده است.

$$\text{جرم } Na_۳PO_۴ \text{ افزوده‌شده} = \frac{۲}{۳} \times ۰/۰۴ \times ۱۶۴ = \frac{۱۳/۱۲}{۳} \text{ g}$$

$$\text{جرم } Ca_۳(PO_۴)_۲ \text{ خارج‌شده} = \frac{۱}{۳} \times ۰/۰۴ \times ۳۱۰ = \frac{۱۲/۴}{۳} \text{ g}$$

$$\Rightarrow \text{جرم افزوده‌شده به محلول} = \frac{۱۳/۱۲ - ۱۲/۴}{۳} = \frac{۰/۷۲}{۳} = ۰/۲۴ \text{ g}$$

پس جرم محلول نهایی، (۲۴/ ۲۰۰ + ۱۸۰۰) گرم شده که با تقریب، می‌توان ۲۰۰۰ گرم در نظر گرفت.

$$ppm(Cl^-) = \frac{۰/۰۸ \times ۳۵/۵}{۲۰۰۰} \times ۱۰^{۶} = ۱۴۲۰$$

۸۴. گزینهٔ «۳» شیمی ۱ - فصل ۳ - جهت‌گیری مولکول‌ها در میدان الکتریکی / شیمی ۳ - فصل ۳ - رفتار مولکول‌ها و توزیع الکترون‌ها

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۳۹ غلط: ٪۱۶ نزده: ٪۴۵

جعبه‌ابزار: جهت‌گیری مولکول‌ها در میدان الکتریکی

• مولکول‌های ناقطبی در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

• مولکول‌های قطبی در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند. چه‌جوری؟ این‌جوری(!): اتم‌های دارای بار جزئی مثبت $(+\delta)$ به سمت قطب منفی و اتم‌های دارای بار جزئی منفی $(-\delta)$ به سمت قطب مثبت میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

• در یک مولکول قطبی، اتم دارای خاصیت نافلزی بیشتر، بار «$-\delta$» و اتم دارای خاصیت نافلزی کمتر، بار «$+\delta$» دارد.

در مولکول SO_2، اتم مرکزی (S) دارای بار «$+\delta$» و اتم‌های اکسیژن دارای بار «$-\delta$» است. بنابراین اتم‌های جانبی (اکسیژن‌ها) به سمت قطب مثبت میدان جهت‌گیری می‌کنند. شکل ارائه‌شده نشانگر جهت‌گیری اتم‌های اکسیژن به‌سمت X است. پس علامت بار الکتریکی X، مثبت و علامت بار الکتریکی Y، منفی است. پس علامت بار الکتریکی اتم‌های اکسیژن در SO_2 با علامت بار الکتریکی صفحهٔ Y، مثل هم (منفی) است.

۸۵. گزینهٔ «۲» شیمی ۲ - فصل ۱ - بازده درصدی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۱۱ غلط: ٪۶ نزده: ٪۸۳

جعبه‌ابزار: بازده درصدی

اگر بازده درصدی واکنش (x٪) در مسائل استوکیومتری واکنش مطرح شده باشد، در روش برابری نسبت مول به ضریب، $\frac{x}{۱۰۰}$ را در مقدار واکنش‌دهنده ضرب می‌کنیم.

توجه: اگر هر دو ماده (معلوم و مجهول) واکنش‌دهنده باشند، $\frac{x}{۱۰۰}$ را در مقدار واکنش‌دهندهٔ مجهول ضرب می‌کنیم.

ابتدا معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$۲KMnO_۴ + ۱۶HI \longrightarrow ۲MnI_۲ + ۸H_۲O + ۲KI + ۵I_۲$$

حالا با توجه به این‌که $۲KMnO_۴ \sim ۵I_۲$ است، با فرض این‌که بازده واکنش x٪ باشد، نسبت مول به ضریب $KMnO_4$ و I_2 را برابر هم قرار می‌دهیم:

$$\frac{۳/۹۵ \times \frac{x}{۱۰۰}}{۲ \times ۱۵۸} = \frac{۱۲/۷}{۵ \times ۲۵۴} \Rightarrow x = ۸۰٪$$

۸۶. گزینهٔ «۳» شیمی ۲ - فصل ۱ - استخراج فلزات، نفت و توسعهٔ پایدار

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۵۱ غلط: ٪۱۰ نزده: ٪۳۹

مطابق متن کتاب درسی: «بیشتر گونه‌های فلزی در کف اقیانوس نسبت به ذخایر زمینی، غلظت بیشتری دارند.»

این‌که در گزینهٔ «۳»، به جای غلظت، از کلمهٔ مقدار استفاده شده است، کاملاً هوشمندانه و درست بوده است؛ زیرا در مورد مواد جامد مثل فلزها، غلظت تابع مقدار نیست، به‌طوری که غلظت آهن در یک نمونه سنگ معدن ۱۰ گرمی، می‌تواند حتی بیشتر از غلظت آهن در یک نمونه سنگ معدن ۱۰۰ کیلوگرمی باشد.

۸۷. گزینهٔ «۴» شیمی ۲ - فصل ۱ - مسائل هیدروکربن‌ها

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۷ غلط: ٪۴ نزده: ٪۸۹

جعبه‌ابزار: واکنش‌های افزایشی آلکن‌ها و آلکین‌ها

• هر مول آلکن می‌تواند یک مول از مولکول‌هایی مانند H_2، Cl_2 و Br_2 را جذب کرده و به یک ترکیب سیرشده تبدیل شود.

$$C_nH_{۲n} + X_۲ \longrightarrow C_nH_{۲n}X_۲$$

• هر مول آلکین، حداکثر ۲ مول از مولکول‌هایی مانند H_2، Cl_2 و Br_2 را می‌تواند جذب کند. اگر ۲ مول از این مولکول‌ها توسط یک مول آلکین جذب شود، ترکیب سیرشده‌ای (که همهٔ پیوندهای آن یگانه است)، پدید می‌آید.

• به این نوع واکنش‌ها، اصطلاحاً واکنش‌های افزایشی گفته می‌شود.

اگر شمار مول آلکن را x درنظر بگیریم، شمار مول اتین هم برابر x است. هر مول آلکن و آلکین، به‌ترتیب ۱ و ۲ مول Br_2 می‌توانند جذب کنند.

$$x \text{ mol } C_۲H_۲ + ۲x \text{ mol } Br_۲ \longrightarrow x \text{ mol } C_۲H_۲Br_۴$$

$$x \text{ mol } C_nH_{۲n} + x \text{ mol } Br_۲ \longrightarrow x \text{ mol } C_nH_{۲n}Br_۲$$

$$\Rightarrow \frac{(۲۴ + ۲ + (۴ \times ۸۰))x}{(۱۴n + (۲ \times ۸۰))x} = ۱/۷۱ \Rightarrow n = ۳$$

پس آلکن مورد نظر، ۳ اتم کربن دارد و در واقع، همان پروپن است.

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

۸۸. گزینهٔ «۱» شیمی ۲ - فصل ۱ - واکنش هالوژن‌ها با گاز هیدروژن

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۲۸ غلط: ٪۲۳ نزده: ٪۴۹

فلوئور حتی در دمای $-200^\circ C$ با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

کلر در دمای اتاق، برم در دمای $200^\circ C$ و ید در دمای بالاتر از $400^\circ C$ با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند.

بنابراین در گسترهٔ دمایی $-100^\circ C$ تا $100^\circ C$، Cl_2 و F_2 با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند.

۸۹. گزینهٔ «۲» شیمی ۲ - فصل ۲ - قانون هس

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۳۸ غلط: ٪۵ نزده: ٪۵۷

جعبه‌ابزار: قانون هس

اگر از جمع‌کردن طرفین چند معادلهٔ واکنش با ΔH مشخص، به معادلهٔ واکنش جدیدی برسیم، ΔH واکنش جدید برابر با جمع جبری ΔH واکنش‌هایی است که معادلهٔ آن‌ها را با یکدیگر جمع کردیم.

تبصرهٔ ۱: اگر ضرایب معادلهٔ واکنشی در عددی ضرب یا بر عددی تقسیم شود، ΔH واکنش نیز در همان عدد ضرب یا بر آن، تقسیم خواهد شد.

تبصرهٔ ۲: با جابه‌جاکردن طرف اول و دوم معادلهٔ یک واکنش (معکوس‌کردن معادله)، ΔH آن قرینه می‌شود.

$$\Delta H_1 = \frac{1}{2}(-1530) = -765\ kJ \Leftarrow \text{ضرایب واکنش اول تقسیم بر } 2$$

$$\Delta H_2 = 3(-376) = -1128\ kJ \Leftarrow \text{ضرایب واکنش دوم ضرب در } 3$$

برای این‌که در واکنش هدف (دارای ΔH مجهول)، H_2 نداریم، معادلهٔ واکنش سوم را به‌گونه‌ای تنظیم می‌کنیم که در سمت راست معادله، $3H_2$ داشته باشیم.

معادلهٔ سوم، معکوس و ضرایب آن ضرب در $\frac{3}{2}$:

$$\Delta H_3 = -\frac{3}{2}(-572) = +858\ kJ$$

حالا با جمع‌کردن ΔH_1، ΔH_2 و ΔH_3، مطابق قانون هس، به ΔH واکنش هدف می‌رسیم:

$$\Delta H_{\text{واکنش هدف}} = -765 + (-1128) + 858 = -1035\ kJ$$

۹۰. گزینهٔ «۴» شیمی ۲ - فصل ۲ - ایزومری در ترکیب‌های آلی / شیمی ۲ - فصل ۳ - مقایسهٔ نقطهٔ جوش ترکیب‌های آلی اکسیژن‌دار

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۴۷ غلط: ٪۱۸ نزده: ٪۳۵

ابتدا به ایزومربودن یا نبودن ترکیب‌ها (با توجه به قسمت اول گزینه‌ها) توجه می‌کنیم:

بررسی همهٔ گزینه‌ها: • **گزینهٔ «۱»:** (الف) و (ب) ⇐ ایزومرند؛ چون هر دو ۴ کربنی با یک پیوند دوگانه و ۲ اتم اکسیژن می‌باشند.

• **گزینهٔ «۲»:** (الف) و (ت) ⇐ ایزومر نیستند؛ چون شمار اکسیژن برابری ندارند.

• **گزینهٔ «۳»:** (ب) و (پ) ⇐ ایزومر نیستند؛ چون شمار اکسیژن برابری ندارند.

• **گزینهٔ «۴»:** (پ) و (ت) ⇐ ایزومرند؛ چون هر دو ۴ کربنی با یک پیوند دوگانه و یک اتم اکسیژن می‌باشند.

نتیجه: درستی یکی از دو گزینهٔ «۱» یا «۴»

از آن‌جا که ترکیب (الف)، دارای گروه کربوکسیل است، دارای پیوند هیدروژنی بوده و نقطهٔ جوش بالاتری نسبت به ترکیب‌های سایر گزینه‌ها دارد.

توجه: اگر به ایزومربودن یا نبودن ترکیب‌ها کاری نداشتیم و از همان ابتدا، نقطهٔ جوش ۴ تا ترکیب را مقایسه می‌کردیم، با یک نگاه هم متوجه درستی یکی از دو گزینهٔ «۲» یا «۴» می‌شدیم. آنگاه با توجه به موضوع ایزومری، گزینهٔ «۲» را رد کرده و درستی گزینهٔ «۴» را سریع‌تر از قبل، نتیجه می‌گرفتیم.

جعبه اسرار: دو نکتهٔ مهم در مورد ترکیب‌های آلی

۱ ایزومربودن ترکیب‌های آلی:

• دو ترکیب ایزومر، در شمار کربن باید یکسان باشند.

• دو ترکیب ایزومر، در شمار اتم‌هایی مثل O، N و هالوژن‌ها هم باید یکسان باشند.

• دو ترکیب ایزومر، از نظر عامل زیر که اختلاف شمار اتم‌های هیدروژن با شمار هیدروژن آلکان‌ها را نشان می‌دهد، باید یکسان باشند:

(شمار پیوند سه‌گانه × ۲) + شمار حلقه + شمار پیوند دوگانه

اگر دو ترکیب آلی از نظر شمار اتم‌های کربن و هر عنصر دیگر غیر از H، مثل هم بوده و عامل مشخص‌شده در کادر بالا نیز برای آن‌ها، یکسان باشد، به یقین، شمار هیدروژن آن‌ها نیز یکسان بوده و ایزومر یکدیگرند.

۲ مقایسهٔ نقطهٔ جوش ترکیب‌های آلی هم‌کربن از خانواده‌های اکسیژن‌دار مختلف:

استر < کربوکسیلیک‌اسید

اتر، آلدهید وکتون < الکل < کربوکسیلیک‌اسید

توجه: کربوکسیلیک‌اسیدها و الکل‌ها به دلیل برخورداری از پیوند O—H، دارای پیوند هیدروژنی هستند؛ امّا استرها، آلدهیدها، کتون‌ها و اترها فاقد پیوند هیدروژنی هستند.

۹۱. گزینهٔ «۳» شیمی ۲ - فصل ۲ - مسائل استوکیومتری واکنش + ΔH

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۱۰ غلط: ٪۴ نزده: ٪۸۶

جعبه‌ابزار: در مسائل «استوکیومتری واکنش+ ΔH»، نسبت مول به ضریب هر یک از مواد واکنش‌دهنده یا فراورده با $\frac{Q}{|\Delta H|}$ برابر هم هستند. (Q مقدار گرمای مبادله‌شده و ΔH آنتالپی واکنش است.)

با توجه به مشخص‌بودن مقدار CO تولیدشده از واکنش (I)، گرمای حاصل از این واکنش (Q_1) را حساب می‌کنیم. اگر نسبت مول به ضریب CO را با $\frac{Q_1}{|\Delta H_1|}$ برابر هم قرار دهیم:

$$\frac{5/6}{2\times 22/4} = \frac{Q_1}{564} \Rightarrow Q_1 = 70/5\ kJ$$

$$\Rightarrow Q_2 = 201/5 - 70/5 = 131\ kJ = \text{گرمای حاصل از واکنش (II)}$$

حالا جرم کربن مصرف‌شده در واکنش (II) را x گرم فرض‌کرده و نسبت مول به ضریب کربن در واکنش (II) را با نسبت Q_2 به $|\Delta H_2|$ برابر هم قرار می‌دهیم:

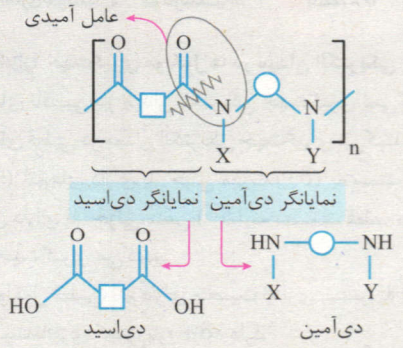
$$\frac{x}{1\times 12} = \frac{131}{393} \Rightarrow x = 4\ g \text{ کربن}$$

۹۲. گزینهٔ «۴» شیمی ۲ - فصل ۳ - پلیمرها - پلی‌آمیدها

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۹ غلط: ٪۸ نزده: ٪۸۳

جعبه‌ابزار: نحوهٔ تعیین مونومرهای سازندهٔ پلی‌آمید

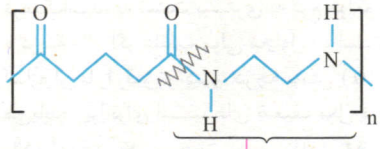
در ساختار پلی‌آمید، عامل آمیدی را پیداکرده و پیوند C—N موجود در عامل آمیدی را می‌شکنیم. از سمت نیتروژن‌دار، دی‌آمین و از سمت دیگر، دی‌اسید را می‌توان به دست آورد.



@kotob_konkoria

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

ابتدا آمین دوعاملی مربوط به پلیمر A را مشخص می‌کنیم:

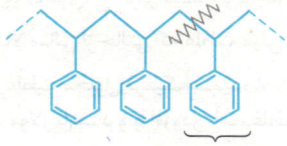


دی‌آمین: $H_2N-CH_2-CH_2-NH_2$

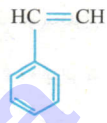
فرمول مولکولی: $C_2H_8N_2$

جرم مولی: $24+8+28=60\,g.mol^{-1}$

حالا مونومر سازندهٔ پلیمر B را مشخص می‌کنیم:



مونومر:



فرمول مولکولی: C_8H_8

جرم مولی: $(8\times12)+8=104\,g.mol^{-1}$

گزینهٔ «۴» $\Rightarrow 0/58 \Rightarrow$ اندکی کمتر از $\frac{60}{104}=0/6$

۹۳. گزینهٔ «۳» شیمی ۲ - فصل ۳ - ویژگی‌های ساختاری ترکیب‌های آلی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۵٪ غلط: ۳٪ نزده: ۹۲٪

جعبه‌ابزار:
- شمار اتم H در ترکیب‌های آلی، با استفاده از رابطهٔ زیر قابل تعیین است: (n = شمار اتم کربن)

(شمار حلقه ×۲) − شمار اتم هالوژن − شمار اتم N + ۲n + ۲ = شمار اتم H

− (شمار پیوند سه‌گانه ×۴) − (شمار پیوند دوگانه ×۲)

- شمار جفت الکترون ناپیوندی در ترکیب‌های آلی را می‌توان از رابطهٔ زیر تعیین نمود:

شمار جفت الکترون ناپیوندی = (شمار O ×۲) + (شمار N ×۱) + (شمار هالوژن ×۳) +

عبارت‌های سوم و چهارم درست‌اند.

ترکیب ارائه‌شده ۱۴ اتم کربن، ۲ اتم اکسیژن، یک اتم نیتروژن و دو اتم کلر دارد.

شمار هیدروژن آن را به دست می‌آوریم:

$$\text{شمار اتم H} = \underbrace{2(14)+2}_{2n+2} + \underbrace{1}_{\text{شمار اتم N}} - 2 - (2\times2) - (7\times2) = 11$$

(شمار پیوند دوگانه، شمار حلقه، شمار اتم هالوژن)

پس فرمول مولکولی ترکیب ارائه‌شده، عبارت است از: $C_{14}H_{11}NO_2Cl_2$

بررسی همهٔ عبارت‌ها:
- **عبارت اول:** دو تا از اتم‌های H به کربن متصل نیستند؛ پس ۹ پیوند C—H داریم. تعداد پیوند C—N هم که به‌طور آشکار، ۲تا است.

$$\frac{\text{شمار پیوند C—H}}{\text{شمار پیوند C—N}}=\frac{9}{2}=4/5$$

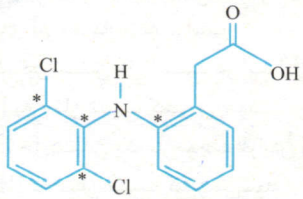
- **عبارت دوم:** حساب می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم اکسیژن‌ها}}{\text{جرم کل}}\times100=\frac{2\times16}{296}\times100\simeq10/8\%$$

- **عبارت سوم:** ۹ پیوند C—H داریم و تعداد پیوند دوگانه برابر ۷ است (توجه کنید که گروه COOH— شامل یک پیوند دوگانه است)؛ بنابراین: $9-7=2$ تعداد اتم کلر هم برابر ۲ تا است.

- **عبارت چهارم:** شمار جفت الکترون ناپیوندی $=(1\times1)+(2\times2)+(2\times3)=11$

در شکل زیر، اتم‌های کربنی را که عدد اکسایش ۱+ دارند، با * مشخص کرده‌ایم: (۴ مورد)



بنابراین: $\frac{11}{4}=\frac{5/5}{2}=2/75$

۹۴. گزینهٔ «۴» شیمی ۲ - فصل ۲ - مفاهیم و مسائل سرعت واکنش

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۷٪ غلط: ۵٪ نزده: ۸۸٪

جعبه‌ابزار: با توجه به معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش فرضی:

$aA+bB\longrightarrow cC+dD$

- نسبت سرعت مصرف یا تولید دو ماده، با نسبت ضرایب استوکیومتری آن‌ها برابر است.
- اگر سرعت واکنش را با R نشان دهیم:

$$R=\frac{\bar{R}_A}{a}=\frac{\bar{R}_B}{b}=\frac{\bar{R}_C}{c}=\frac{\bar{R}_D}{d}$$

- سرعت واکنش با سرعت متوسط مصرف یا تولید ماده‌ای برابر است که ضریب استوکیومتری آن برابر «۱» باشد.

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش را به دست می‌آوریم:

$$1Ca_3(PO_4)_2+3SiO_2+5C\longrightarrow3CaSiO_3+\frac{1}{2}P_4+5CO$$

ضرایب را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$2Ca_3(PO_4)_2+6SiO_2+10C\longrightarrow6CaSiO_3+1P_4+10CO$$

منظور از نمک مصرف‌شده، کلسیم‌فسفات است. ضریب استوکیومتری کلسیم‌فسفات، ۲ برابر ضریب استوکیومتری P_4 است؛ بنابراین در مدتی که ۰/۴ مول کلسیم‌فسفات مصرف می‌شود، در همان مدت، ۰/۲ مول P_4 تشکیل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:
- **گزینهٔ «۱»:** اگر نسبت مول به ضریب دو یا چند ماده از یک واکنش، یکسان باشد، سرعت متوسط مصرف یا تولید آن‌ها نیز یکسان خواهد بود.

ماده	C	P_4	CO
مول	$\frac{10}{12}$	$\frac{9/3}{124}$	$\frac{21}{28}$
ضریب	$\frac{10}{10}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{10}{10}$
	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{3}{40}$

(متفاوت از ۲ مورد دیگر)

- **گزینهٔ «۲»:** سرعت متوسط مصرف SiO_2 با سرعت متوسط تولید $CaSiO_3$، برابر است؛ زیرا ضریب استوکیومتری یکسانی دارند؛ اما سرعت متوسط مصرف یا تولید آن‌ها، ۶ برابر سرعت متوسط واکنش است؛ زیرا ضریب استوکیومتری هریک از آن‌ها، برابر ۶ است.
- **گزینهٔ «۳»:** با فرض ثابت‌بودن سرعت واکنش، با توجه به ضرایب استوکیومتری، $\bar{R}_{CaSiO_3}$ نسبت به $\bar{R}_C$ برابر $\frac{3}{5}$ است؛ پس در مدتی که ۴ مول کربن مصرف می‌شود، در نصف آن مدت‌زمان و با فرض ثابت‌بودن سرعت واکنش، $2\times\frac{3}{5}$ یا ۱/۲ مول $CaSiO_3$ تشکیل می‌شود؛ امّا چون در صورت سؤال، صحبتی از ثابت‌بودن سرعت واکنش نشده، نمی‌توان درستی گزینهٔ «۳» را پذیرفت.

@kotob_konkoria

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

۹۵. گزینهٔ «۳» شیمی ۳ - فصل ۱ - مفاهیم اسید و باز

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۳۴ غلط: ٪۲۲ نزده: ٪۴۴

جعبه‌ابزار:
۱) در دمای ثابت، حاصل‌ضرب $[H_3O^+]$ در $[OH^-]$ در آب و محلول‌های آبی، مقداری ثابت است.
۲) در دمای ثابت، حل‌شدن یک اسید در آب، $[H_3O^+]$ را افزایش می‌دهد و $[OH^-]$ به همان نسبت کمتر می‌شود.
۳) در دمای ثابت، حل‌شدن یک باز موجب افزایش $[OH^-]$ شده و در نتیجه، $[H_3O^+]$ به همان نسبت کمتر می‌شود.
۴) هرچه اسید یا باز ضعیف‌تر باشد، درصد بیشتری از آن در محلول آبی به‌صورت مولکولی حل می‌شود.

HCN (هیدروژن‌سیانید) یک اسید است و به محلول آبی آن، هیدروسیانیک‌اسید گفته می‌شود. حل‌شدن HCN در آب، با تولید یون H_3O^+ همراه است. در دمای ثابت، در آب و محلول‌های آبی داریم:

مقداری ثابت $= [H_3O^+]\cdot[OH^-]$

پس با افزایش $[H_3O^+]$، به همان نسبت، $[OH^-]$ کمتر می‌شود.

همین موضوع در مورد گزینه‌های «۲» و «۴» نیز صادق است؛ زیرا آن‌ها هم اسید می‌باشند؛ اما چون HCN اسید خیلی ضعیف‌تری نسبت به آن دو اسید است، پس با حل‌شدن HCN در آب، مولکول‌های بیشتری از اسید در محلول وجود خواهد داشت؛ چون بخش عمدهٔ HCN در آب، به‌صورت مولکولی حل می‌شود و درصد یونش آن، نه‌تنها از HCl (که اسید قوی و دارای $\alpha = 1$ است)؛ بلکه حتی از HCOOH نیز به مراتب کمتر است.

۹۶. گزینهٔ «۴» شیمی ۳ - فصل ۱ - مفاهیم pH

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۱۸ غلط: ٪۱۵ نزده: ٪۶۷

فرمیک‌اسید در مقایسه با استیک‌اسید، قدرت اسیدی بیشتری دارد. پس اگر دما و غلظت مولی محلول آن‌ها یکسان باشد، درجهٔ یونش فرمیک‌اسید، بیشتر بوده و $[H^+]$ هم در محلول آن بیشتر خواهد بود.

ابتدا درستی گزینهٔ «۴» را نشان می‌دهیم: مقدار NaOH که با یک اسید یک‌ظرفیتی واکنش می‌دهد، به قدرت اسید و دما، ارتباطی نداشته و صرفاً تابع شمار مول اسید است.

شمار مول هر یک از دو اسید در محلول آن‌ها، برابر با حاصل‌ضرب حجم محلول (V) در غلظت مولی محلول (M) است. بنابراین اگر «$M\times V$» برای دو محلول یکسان باشد، با مقدار یکسانی NaOH واکنش خواهند داد. به‌عنوان مثال، ۲ لیتر محلول ۱ مولار فرمیک‌اسید و همین‌طور، یک لیتر محلول ۲ مولار استیک‌اسید، با وجود متفاوت بودن غلظت دو محلول، با مقدار یکسانی از NaOH (یعنی ۲ مول) واکنش می‌دهند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

• **گزینهٔ «۱»:** اگر غلظت مولی دو محلول یکسان و یا غلظت مولی فرمیک‌اسید، بیشتر بود، به دلیل درجهٔ یونش بیشتر فرمیک‌اسید، $[H^+]$ در محلول آن، بیشتر و pH محلول آن، کمتر می‌شد؛ زیرا $[H^+] = \alpha\cdot M$ است و هرچه $[H^+]$ بیشتر باشد، pH محلول کمتر می‌شود. امّا اگر غلظت محلول فرمیک‌اسید کمتر باشد، دیگر نمی‌توان $[H^+]$ را میان دو محلول مقایسه کرد؛ زیرا یکی M بیشتر و دیگری، α بیشتری دارد.

• **گزینهٔ «۲»:** اگر pH دو محلول، برابر باشد، $[H^+]$ آن‌ها نیز یکسان است. از آن‌جا که فرمیک‌اسید، قدرت اسیدی بیشتری دارد، پس غلظت مولی اولیهٔ استیک‌اسید (M) در محلول آن، باید بیشتر باشد تا $[H^+]$ دو محلول یکسان باشد.

اگر غلظت مولی محلول استیک‌اسید از فرمیک‌اسید بیشتر از محلول فرمیک‌اسید باشد، به دو دلیل شمار مولکول‌های اسید در محلول استیک‌اسید بیشتر خواهد بود:

۱) تعداد مول حل‌شده در حجم یکسان از دو محلول، برای استیک‌اسید بیشتر است.

۲) درجهٔ یونش استیک‌اسید از فرمیک‌اسید کمتر است و در مقایسه با فرمیک‌اسید، به نسبت بیشتری به فرم مولکولی حل می‌شود.

• **گزینهٔ «۳»:** اگر غلظت مولی محلول دو اسید، یکسان باشد، اگر به یک اندازه آن‌ها را رقیق‌تر کنیم، درجهٔ یونش (α) آن‌ها، به یک نسبت افزایش می‌یابد؛ زیرا برای اسیدهای ضعیف مثل فرمیک‌اسید و استیک‌اسید، $K_a \simeq \alpha^2\cdot M$، در دمای معین و ثابت، $\alpha^2\cdot M$ مقداری ثابت است و به هر نسبتی که M کمتر شود، مقدار α به نسبت جذر آن نسبت افزایش می‌یابد. به عنوان مثال، اگر هر دو محلول، دارای غلظت ۰/۸ مولار بوده و با رقیق‌کردن، غلظت هردو را ۰/۶ مول بر لیتر کمتر کنیم، غلظت مولی هر دو محلول، $\frac{1}{4}$ برابر شده و α هر دو اسید، $\sqrt{4}$ یعنی ۲ برابر می‌شود.

حالا مثالی از حالتی که غلظت مولی دو محلول، متفاوت باشد، می‌آوریم:

اگر غلظت محلول فرمیک‌اسید، ۰/۸ مولار و غلظت محلول استیک‌اسید، یک مولار باشد و با افزودن آب، غلظت هر دو محلول را ۰/۶ مولار کاهش دهیم، غلظت مولی محلول استیک‌اسید ۰/۴ برابر شده و α، $\sqrt{\frac{1}{4}}$ یعنی $\frac{\sqrt{1}}{2}$ برابر می‌شود. در این حالت، می‌بینید که درجهٔ یونش فرمیک‌اسید دو برابر، امّا درجهٔ یونش استیک‌اسید، $\frac{\sqrt{1}}{2}$ برابر می‌شود.

۹۷. گزینهٔ «۴» شیمی ۳ - فصل ۱ - مسائل pH

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۵ غلط: ٪۶ نزده: ٪۸۹

شمار مول NaOH را حساب می‌کنیم:

$$0/2\ L\times 0/3\ mol.L^{-1} = 0/06\ mol\ NaOH$$

پس شمار مول دو اسید در محلول، در مجموع برابر ۰/۰۶ مول است.

با توجه به pH هر یک از دو محلول، غلظت مولی هر کدام را حساب می‌کنیم:

محلول (۱):

$$\begin{cases} a\ mL \\ pH=1/4 \Rightarrow 1\times M = 10^{-1/4} = 10^{-2}\times(10^{0/3})^2 = 4\times10^{-2}\ mol.L^{-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد مول HA محلول (۱)} = a\times10^{-3}\ L\times 4\times10^{-2}\ mol.L^{-1}$$
$$= 4a\times10^{-5}\ mol$$

محلول (۲):

$$\begin{cases} b\ mL \\ pH=1/7 \Rightarrow 1\times M = 10^{-1/7} = 10^{-2}\times10^{0/3} = 2\times10^{-2}\ mol.L^{-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد مول HA در محلول (۲)} = b\times10^{-3}\ L\times 2\times10^{-2}\ mol.L^{-1}$$
$$= 2b\times10^{-5}\ mol$$

مجموع شمار مول اسید در دو محلول (۱) و (۲) باید برابر ۰/۰۶ باشد. بنابراین:

$$(4a\times10^{-5}) + (2b\times10^{-5}) = 0/06$$

$$(2\times10^{-5})(2a+b) = 0/06 \Rightarrow 2a+b = \frac{0/06}{2\times10^{-5}}$$

$$\Rightarrow 2a+b = 3000\ mL$$

حالا با توجه به گزینه‌ها، مشخص می‌کنیم که $(a+b)$ برابر چه عددی می‌تواند باشد.

بررسی همهٔ گزینه‌ها:

• **گزینهٔ «۱»:** $a+b = 500\ mL$

به دست آمد: $2a+b = 3000\ mL \Rightarrow a+(a+b) = 3000$

$\Rightarrow a+500 = 3000 \Rightarrow a = 2500$ غ ق ق

چون a نمی‌تواند از $a+b$ بیشتر باشد.

• **گزینهٔ «۲»:** $a+b = 1000\ mL$

به دست آمد: $2a+b = 3000\ mL \Rightarrow a+1000 = 3000 \Rightarrow a = 2000$

اینم غیرقابل قبوله؛ چون a نمی‌تواند از $a+b$ بیشتر باشد.

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

• گزینهٔ «۳»:

$a+b=۲۵۰\ mL$

$۲a+b=۳۰۰۰\ mL \Rightarrow a+۲۵۰=۳۰۰۰ \Rightarrow a=۲۷۵۰$

این هم نمی‌شه. a که نمی‌تواند از $a+b$ بیشتر باشد.

• گزینهٔ «۴»:

$a+b=۲۰۰۰\ mL$

$۲a+b=۳۰۰۰\ mL \Rightarrow a+۲۰۰۰=۳۰۰۰ \Rightarrow a=۱۰۰۰$

اینو می‌شه پذیرفت؛ زیرا مقدار به دست آمده برای a، کمتر از مقدار $a+b$ است.

۹۸. گزینهٔ «۳» شیمی ۳ - فصل ۲ - مقایسهٔ قدرت اکسندگی و کاهندگی - واکنش‌های خودبه‌خودی و غیرخودبه‌خودی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۴۳٪ غلط: ۱۲٪ نزده: ۴۵٪

جعبه‌ابزار: اگر $E^\circ(x/y)=AV$ باشد، یعنی توانایی نسبی x برای کاهش‌یافتن (اکسندگی)، برابر A ولت و توانایی y برای اکسیدشدن (کاهندگی)، برابر A− ولت است.

هرچه $E^\circ(x/y)$ بزرگ‌تر باشد، به معنی قوی‌تر بودن x به عنوان اکسنده و ضعیف‌تر بودن y به عنوان کاهنده است.

هرچه $E^\circ(x/y)$ کوچک‌تر باشد، به معنی این است که x اکسندهٔ ضعیف‌تر و y کاهندهٔ قوی‌تری است.

با توجه به این‌که کاهش در کاتد و اکسایش در آند صورت می‌گیرد، $E^\circ_{\text{واکنش}}$ را می‌توان از رابطهٔ زیر به دست آورد:

$E^\circ_{\text{واکنش}} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}}$

اگر $E^\circ_{\text{واکنش}}$ مقداری مثبت باشد، یعنی واکنش به‌طور طبیعی قابل انجام است.

ابتدا درستی گزینهٔ «۳» را نشان می‌دهیم:

با توجه به مقادیر E°، گاز کلر در مقایسه با یون $Sn^{۴+}$ اکسندهٔ قوی‌تری است:

$E^\circ(Cl_۲/۲Cl^-)=\underbrace{+۱/۳۶\ V}_{\text{توانایی گاز کلر برای اکسیدکردن}}, E^\circ(Sn^{۴+}/Sn^{۲+})=\underbrace{+۰/۱۵\ V}_{\text{توانایی یون } Sn^{۴+} \text{ برای اکسیدکردن}}$

پس اگر یون $Sn^{۴+}$ می‌تواند موجب اکسیدکردن فلز X شود، صد البته که $Cl_۲$ هم می‌تواند X را اکسید کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

• گزینهٔ «۱»: با توجه به مقادیر E°، تمایل نسبی Cl^- و $Sn^{۲+}$ برای اکسیدشدن (کاهنده‌بودن) به‌ترتیب برابر $-۱/۳۶\ V$ و $-۰/۱۵\ V$ است. پس Cl^- کاهنده‌ای ضعیف‌تر از $Sn^{۲+}$ است. البته قسمت دوم گزینهٔ «۱»، دقیقاً درست است.

• گزینهٔ «۲»: یون $Sn^{۴+}$ با فلز مس به‌طور طبیعی واکنش نمی‌دهد:

$\underbrace{Sn^{۴+}}_{\text{کاهش در کاتد}} + \underbrace{Cu}_{\text{اکسایش در آند}} \longrightarrow \cdots$

$E^\circ_{\text{واکنش}} = E^\circ(Sn^{۴+}/Sn) - E^\circ(Cu^+/Cu) = ۰/۱۵ - ۰/۵۲ < ۰$

• گزینهٔ «۴»:

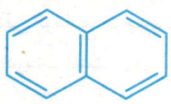
$\underbrace{Cu^+}_{\text{کاهش}} + \underbrace{Cl^-}_{\text{اکسایش}} \longrightarrow \cdots$

$E^\circ_{\text{واکنش}} = E^\circ(Cu^+/Cu) - E^\circ(Cl_۲/۲Cl^-) = ۰/۵۲ - ۱/۳۶ < ۰$

۹۹. گزینهٔ «۱» شیمی ۳ - فصل ۲ - عدد اکسایش

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۱۱٪ غلط: ۹٪ نزده: ۸۰٪

ابتدا مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن را در نفتالن به دست می‌آوریم:



نفتالن $(C_{۱۰}H_۸)$

اگر عددهای اکسایش هر یک از اتم کربن نفتالن را، یک‌به‌یک حساب کرده و سپس جمع کنیم، راه خوبیه امّا بسیار طولانی و زمان‌بره و به درد کنکور نمی‌خوره. راه بسیار کوتاه‌تری داریم: با توجه به این‌که مجموع عددهای اکسایش اتم‌های سازندهٔ هر مولکولی برابر صفر است، پس مجموع عدد اکسایش ۸ اتم هیدروژن موجود در نفتالن، هرچه باشد، مجموع عدد اکسایش ۱۰ اتم کربن نفتالن، قرینهٔ آن است.

$\underbrace{C_{۱۰}}_{\text{مجموع عددهای اکسایش}=+۸\times(+۱)=+۸} \quad \underbrace{H_۸}_{\text{مجموع عددهای اکسایش}=-۸}$

حالا حساب می‌کنیم که اگر یک مول نفتالن به‌طور کامل بسوزد، مجموع تغییر عددهای اکسایش اتم‌های کربن موجود در نفتالن، برابر چه عددی است:

$\underbrace{C_{۱۰}}_{\text{مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن}=-۸} H_۸ \xrightarrow{\text{سوختن کامل}} \underbrace{۱۰CO_۲}_{\text{مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن}=(۱۰\times(+۴))=+۴۰}$

تغییر عدد اکسایش: $+۴۰-(-۸)=+۴۸^\circ$

$\Rightarrow \text{نسبت مورد نظر} = \frac{+۴۸}{-۸} = -۶$

۱۰۰. گزینهٔ «۲» شیمی ۳ - فصل ۲ - استوکیومتری واکنش - سلول گالوانی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۴٪ غلط: ۴٪ نزده: ۹۲٪

تعداد مول الکترون مبادله‌شده را مشخص می‌کنیم:

$\frac{۳/۶۱۲\times۱۰^{۲۴}}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}} = ۶\ mol\ (\text{الکترون})$

به‌ازای مصرف ۲ مول فلز M، ۶ مول الکترون مبادله‌شده. پس هر مول فلز M، ۳ مول الکترون از ۲ دست‌داده‌وبه‌یون $M^{۳+}$ تبدیل می‌شودودرمقابل، $Cu^{۲+}$ با گرفتن ۲ الکترون به Cu تبدیل می‌شود. به‌ازای هر ۱ گرم مصرف فلز M، ۱/۸۴ گرم فلز مس تولید شده است.

$۲M(s)+۳Cu^{۲+}(aq)\longrightarrow ۲M^{۳+}(aq)+۳Cu(s)$

اگر جرم مولی فلز M را x گرم بر مول در نظر گرفته و نسبت مول به ضریب M و $Cu^{۲+}$ را برابر هم قرار دهیم:

$\frac{\text{mol M}}{۲} = \frac{\text{mol } Cu^{۲+}}{۳}$

$\Rightarrow \frac{۱}{۲\times x} = \frac{۱/۸۴}{۳\times۶۴} \Rightarrow x \simeq ۵۲\ g.mol^{-۱}$

توضیح محاسبات:

در انتهای حل مسئله به عددهای ناهنجاری می‌رسیم:

$x = \frac{۳\times\overset{۳۲}{\cancel{۶۴}}}{۱/۸۴\times\cancel{۲}} = \frac{\overset{+۹}{\overbrace{\cancel{۹۶}}}}{\underset{+۱۶}{\underbrace{۱۸۴}}}\times۱۰۰ \xrightarrow{\text{رُنداسیون}} \frac{۱۰۵}{۲۰۰}\times۱۰۰ = ۵۲/۵$

توضیح رُنداسیون: ۹۶ از نصف ۱۸۴ اندکی بیشتر است. پس اگر به ۱۸۴، ۱۶ واحد اضافه کردیم، به ۹۶ از نصف ۱۶ یعنی ۸، اندکی بیشتر اضافه کردیم، یعنی ۹ واحد.

۱۰۱. گزینهٔ «۱» شیمی ۳ - فصل ۳ - تیتانیم و فولاد

نتایج آماری داوطلبان: درست: ۶۳٪ غلط: ۹٪ نزده: ۲۸٪

عبارت‌های (الف) و (ب) درست‌اند.

نقطهٔ ذوب تیتانیم، بالاتر از فولاد است. مقاومت تیتانیم در برابر خوردگی هم، بیشتر از فولاد است.

بررسی سایر عبارت‌ها: • (پ): مقاومت تیتانیم در برابر واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا، بیشتر از فولاد است.

• (ت): تیتانیم برای ساختن پروانهٔ کشتی، مناسب‌تر از فولاد است.

@kotob_konkoria

بخاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتابها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو عضو شوید@kotob_konkoria

۱۰۲. گزینهٔ «۴» شیمی ۱ - فصل ۳ - ویژگی‌های مولکول‌ها / شیمی ۳ - فصل ۳ - آنتالپی فروپاشی ترکیبات یونی

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۳۳ غلط: ٪۱۷ نزده: ٪۵۰

مقایسهٔ انجام‌شده در عبارت‌های (پ) و (ت) درست است.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

• (الف): نماد شیمیایی D، ${}_{3}Li$ است.

آنتالپی فروپاشی LiBr در مقایسه با LiF کمتر است؛ زیرا یون F^- در مقایسه با یون Br^-، شعاع کوچک‌تری دارد و هرچه شعاع یونی یون‌های سازندهٔ ترکیب یونی، کوچک‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی ترکیب یونی بیشتر است.

جور دیگری هم می‌شود مقایسه کرد: بار کاتیون‌های دو ترکیب و نیز، بار آنیون‌های دو ترکیب، یکسان است. پس آن‌که مجموع شمارهٔ دورهٔ عناصر سازنده‌اش، کمتر است، آنتالپی فروپاشی بیشتری دارد. چون لیتیم در دو ترکیب مشترک است، پس آنتالپی فروپاشی LiF بیشتر از LiBr است؛ زیرا شمارهٔ دورهٔ فلوئور، کمتر از برم است.

• (ب): نقطهٔ جوش CH_4 در مقایسه با CO_2 کمتر است؛ زیرا جرم مولی CH_4 به میزان قابل‌توجهی، کمتر است.

• (پ): به نماد شیمیایی عنصرهای Z، E، A و G توجه کنید:

حرف	Z	E	A	G
نماد شیمیایی	${}_{8}O$	${}_{6}C$	${}_{1}H$	${}_{35}Br$

ترکیب حاصل از ${}_{6}C$ و ${}_{8}O$، می‌تواند CO یا CO_2 باشد.

ترکیب حاصل از ${}_{1}H$ و ${}_{35}Br$، دارای فرمول مولکولی HBr است.

CO مولکولی قطبی است و HBr هم قطبی است. آشکار است که مقایسهٔ گشتاور دوقطبی دو مولکول قطبی دواتمی که اتم مشترکی هم ندارند، ممکن نیست. پس منظور طراح تست از ترکیب حاصل از ${}_{6}C$ و ${}_{8}O$، مولکول CO_2 بوده که ناقطبی بوده و گشتاور دوقطبی آن برابر صفر است. واضح است که گشتاور دوقطبی HBr بیشتر از CO_2 است.

• (ت): نماد شیمیایی J، ${}_{9}F$ (فلوئور) است.

ترکیب حاصل از ${}_{9}F$ و ${}_{1}H$، HF و ترکیب حاصل از ${}_{35}Br$ و ${}_{8}O$ می‌تواند OBr_2 (یا Br_2O_3 یا Br_2O_5 یا Br_2O_7) باشد. مشکلی نیست! هر کدام از ترکیب‌های حاصل از ${}_{35}Br$ و ${}_{8}O$ را هم در نظر بگیرید، شمار پیوند اشتراکی بیشتری نسبت به HF دارند.

• نقد کنکور: از دو عنصر کربن و اکسیژن، دو مولکول مختلف CO و CO_2 می‌تواند تشکیل شود که یکی قطبی و دیگری ناقطبی است. پس مقایسهٔ قطبیت و گشتاور دوقطبی ترکیب حاصل از ${}_{6}C$ و ${}_{8}O$ با HBr، برای دانش‌آموزان، سردرگم‌کننده خواهد بود، به‌ویژه این‌که، این مقایسه در گزینهٔ درست تست اتفاق افتاده است.

۱۰۳. گزینهٔ «۳» شیمی ۳ - فصل ۴ - فرایند هابر

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۴۷ غلط: ٪۲۱ نزده: ٪۳۲

به معادلهٔ واکنش تهیهٔ آمونیاک مطابق فرایند هابر توجه کنید:

$$N_2(g)+3H_2(g)\rightleftharpoons 2NH_3(g)+q$$

اگر فشار کاهش داده شود، دو تا مشکل پیش می‌آید که هر کدام، به سهم خود موجب کاهش تولید آمونیاک در واحد زمان می‌شوند: ۱ کاهش فشار موجب کاهش سرعت پیشرفت واکنش شده و آمونیاک کندتر تولید می‌شود. ۲ در فشار پایین‌تر، میزان پیشرفت واکنش تا حالت تعادل، کمتر می‌شود. حتی اگر واکنش به تعادل رسیده باشد، با کاهش فشار، واکنش در جهت برگشت، پیشروی کرده و به عبارتی، تعادل از راست به چپ جابه‌جا شده و از مقدار NH_3 در سامانهٔ تعادلی کاسته می‌شود.

جعبه اسرار: فرایند هابر

• مطابق این فرایند، آمونیاک در شرایط بهینه با انجام واکنش زیر تولید می‌شود:

$$N_2(g)+3H_2(g)\rightleftharpoons 2NH_3(g),\ \Delta H<0$$

• شرایط بهینه مطابق بررسی‌های هابر: دمای ۴۵۰°C، فشار ۲۰۰ اتمسفر، استفاده از آهن به عنوان کاتالیزگر

• هابر پس از پیشرفت واکنش و برقراری تعادل، دمای مخلوط گازی (شامل گازهای N_2، H_2 و NH_3) را تا پایین‌تر از نقطهٔ جوش NH_3 کاهش داد تا آمونیاک به حالت مایع درآمده و به بیرون از ظرف منتقل شود و گازهای N_2 و H_2 باقی‌مانده به محفظهٔ انجام واکنش، باز گردانده شوند.

• در واکنش گازهای N_2 و H_2 برای تولید آمونیاک، اگر دما در ظرف واکنش، کمتر باشد، ثابت تعادل، بزرگ‌تر و میزان پیشرفت واکنش تا حالت تعادل، بیشتر خواهد بود، امّا فایده‌ای نداره! چون در دمای پایین، سرعت واکنش کم بوده و زمان زیادی طول می‌کشد تا واکنش پیش‌رفته و به تعادل برسد. اگر دما خیلی افزایش داده شود، واکنش سریع پیش می‌رود، امّا میزان پیشرفت واکنش تا برقراری تعادل، کاهش می‌یابد. هابر برای حل این چالش، دما را ۴۵۰°C تنظیم‌کرده و در عوض، فشار را تا جای ممکن، افزایش داد؛ زیرا در فشار بالاتر، علاوه بر افزایش سرعت واکنش، بر میزان پیشرفت واکنش در جهت تولید آمونیاک نیز افزوده می‌شود.

• استفاده از کاتالیزگر آهن، موجب افزایش سرعت واکنش می‌شود، امّا در میزان پیشرفت واکنش تا حالت تعادل، بی‌تأثیر است.

۱۰۴. گزینهٔ «۲» شیمی ۳ - فصل ۴ - مسائل تعادل

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۱۲ غلط: ٪۶ نزده: ٪۸۲

اگر شمار مول هر یک از گازهای X و Y در آغاز واکنش را A مول در نظر بگیریم، به‌ازای مصرف x مول Y، ۴x مول X مصرف می‌شود.

$$\begin{vmatrix} X: A-4x=0/02 \\ Y: A-x=0/08 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} x=0/02 \\ A=0/1 \end{vmatrix}$$

بنابراین از آغاز واکنش تا لحظهٔ تعادل، ۰/۰۲ مول Y مصرف شده است. با توجه به ضرایب استوکیومتری، تا لحظهٔ تعادل، ۰/۰۴ مول گاز M و ۰/۰۴ مول گاز Z تولید شده است.

$$4X(g)+Y(g)\rightleftharpoons 2M(g)+2Z(g)$$

شمار مول در تعادل ← 0/02 0/08 0/04 0/04

اگر حجم ظرف را V لیتر در نظر گرفته و غلظت مولی هر یک از مواد را در رابطهٔ K قرار دهیم:

$$K=\frac{(\frac{0/04}{V})^2\times(\frac{0/04}{V})^2}{\frac{0/08}{V}\times(\frac{0/02}{V})^4}=25\Rightarrow V=0/125\ L\equiv 125\ mL$$

۱۰۵. گزینهٔ «۱» شیمی ۳ - فصل ۴ - اصل لوشاتلیه

نتایج آماری داوطلبان: درست: ٪۳۶ غلط: ٪۱۰ نزده: ٪۵۴

در فشار بالاتر، غلظت هر یک از گازها از جمله AD بیشتر است. بنابراین، از آنجا که [AD] در فشار P_2 بیشتر است، $P_2>P_1$ است.

با افزایش دما، [AD] کمتر می‌شود؛ یعنی تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. می‌توان نتیجه گرفت که واکنش در جهت رفت، گرماده است.

در واکنش‌های تعادلی گرماده، هرچه دما کمتر باشد، مقدار K بیشتر است؛ بنابراین گزینهٔ «۱» درست است.

@kotob_konkoria