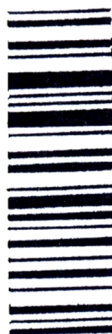




شماره داوطلب  
نام خانوادگی و نام  
-----  
خراسان رضوی  
شهر



سروش اندیشه  
مؤسسه فرهنگی هنری

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۱/۲۸

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود. جمهوری اسلامی ایران  
وزارت فرهنگ و ارشاد  
اسلامی مؤسسه سروش  
اندیشه حیات

## پاسخنامه آزمون شبیه ساز امتحان نهایی دوازدهم

### گروه آزمایشی علوم ریاضی

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی:

مدت پاسخگویی: ۲۷۰ دقیقه

تعداد سوال: عدد ۷۲

#### عنوان مواد امتحانی تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ادبیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
۲	گسسته	۱۶	۱	۱۶	۱۰۰ دقیقه
۳	فیزیک	۱۶	۱	۱۶	۱۰۰ دقیقه

برای مشاهده پاسخنامه آزمون به سایت مؤسسه مراجعه نمایید



سؤالات تشریحی درس: فارسی	رشته: تجربی	مدت امتحان: ۸۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۲/۱۳	تعداد صفحات: ۳

ردیف	پاسخ‌ها	نمره
۱	گزینه ج (۰/۲۵) (یا: غضب)	۰/۲۵ (صفحه ۱۰۹ کتاب درسی)
۲	گزینه ب (۰/۲۵) (یا: معنی)	۰/۲۵ (صفحه ۱۷۴ کتاب درسی)
۳	گزینه ج (۰/۲۵) (یا: تجرید)	۰/۲۵ (صفحه ۱۲۳ کتاب درسی)
۴	زیور (۰/۲۵) (یا: زینت)	۰/۲۵ (صفحه ۱۳ کتاب درسی)
۵	گزینه ب (۰/۲۵) (یا: در راه ذولجلال چو بی پا و سرشوی)	۰/۲۵ (صفحه ۲۳ کتاب درسی)
۶	گزینه ب (۰/۲۵) (یا: ثمن: نوعی درخت گل)	۰/۲۵ (صفحه ۱۰۴ کتاب درسی)
۷	الف طبلسان (۰/۲۵)      ب اهتزاز (۰/۲۵)	۰/۵ (صفحه های ۶۱ و ۱۶۱ کتاب درسی)
۸	سریر (۰/۲۵) / ذی حیات (۰/۲۵)	۰/۵ (صفحه های ۶۲، ۷۹، ۱۳۷، ۱۳۹ و ۱۵۴ کتاب درسی)
۹	گزینه د (۰/۲۵) (یا: آقای مصطفی خان با کمال متانت، تعارفات معمولی را برگذار کرده و بر سر میز قرار گرفت.)	۰/۲۵ (صفحه ۱۳۷ کتاب درسی)
۱۰	صد (۰/۲۵)	۰/۲۵ (صفحه ۱۲۲ کتاب درسی)
۱۱	الف مفعول (۰/۲۵)      ب مضاف الیه (۰/۲۵)	۰/۵ (صفحه های ۱۵ و ۳۵ کتاب درسی)
۱۲	الف این ملک (۰/۲۵)      ب خون ضعیفان (۰/۲۵)	۰/۵ (صفحه ۶۲ کتاب درسی)
۱۳	گزینه ج (۰/۵) (یا: زین و برگ را بر گرده کُهرها و گُرندها نهادند.)	۰/۵ (صفحه های ۷۹ و ۸۱ کتاب درسی)
۱۴	الف کاووس (۰/۲۵) (یا: فرزند شاه خیره سر کیانی)	۰/۵ (ب) نابردار (۰/۲۵) (یا: آن نابردار) (صفحه های ۱۰۰ و ۱۱۳ کتاب درسی)
۱۵	گزینه د (۰/۲۵) (یا: عمویم پس از پایان تحصیل، باز راه اجداد خویش را به سوی کویر پیش گرفت و به مزینان بازگشت) مضافه‌الیه مضاف‌الیه (۰/۲۵)	۰/۵ (صفحه ۷۱ کتاب درسی)



آزمون شبیه‌سازی امتحانات نهایی - کانون فرهنگی آموزش (قلم‌چی)

کل کتاب - صفحات ۷ تا ۱۸۱

سؤالات تشریحی درس: فارسی	رشته: تهرنی	مدت امتحان: ۸۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۲/۱۳	تعداد صفحات: ۳

ردیف	پاسخ‌ها	نمره
۱۶	الف) آماده شد. (۰/۲۵) ب) وارد شد. (۰/۲۵) (صفحه ۱۰۴ کتاب درسی)	۰/۵
۱۷	الف) نشانه جمع (۰/۲۵) ب) صفت فاعلی (۰/۲۵) (صفحه‌های ۱۱۲ و ۱۵۳ کتاب درسی)	۰/۵
۱۸	الف) حذف به قرینه معنایی (۰/۲۵) (یا: معنایی، یا: معنوی) ب) حذف به قرینه لفظی (۰/۲۵) (یا: قرینه لفظی، یا: لفظی) (صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۵۱ کتاب درسی)	۰/۵
۱۹	الف) ماه آمده به دیدن خورشید، صبح زود (۰/۵) ب) دیوار زندگی را زین گونه یادگاران (۰/۵) (صفحه‌های ۵۷ و ۹۶ کتاب درسی)	۱
۲۰	یوهان کریستف فریدریش شیلر (۰/۲۵) (یا: شیلر) (صفحه ۱۵۴ کتاب درسی)	۰/۲۵
۲۱	نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۱۶۲ کتاب درسی)	۰/۲۵
۲۲	قصه شیرین فرهاد: احمد عربلو (۰/۲۵) تمهیدات: عین القضاة همدانی (۰/۲۵) (صفحه‌های ۴۳ و ۵۳ کتاب درسی)	۰/۵
۲۳	مجاز (۰/۲۵) (صفحه ۶۲ کتاب درسی)	۰/۲۵
۲۴	گزینه د (۰/۲۵) (یا: اسلوب معادله) (صفحه ۱۲۳ کتاب درسی)	۰/۲۵
۲۵	گزینه د (۰/۲۵) (یا: ایهام) (صفحه‌های ۵۳ و ۱۰۴ کتاب درسی)	۰/۲۵
۲۶	معشوق زمینی (۰/۲۵) (یا: معشوق مجازی) (صفحه ۱۲۱ کتاب درسی)	۰/۲۵
۲۷	الف) تضاد (۰/۲۵) ب) استعاره (۰/۲۵) (صفحه‌های ۴۷ و ۶۵ کتاب درسی)	۰/۵
۲۸	الف) حسن تعلیل (۰/۲۵) ب) آوردن دلیل غیرواقعی یا شاعرانه (۰/۲۵) (یا: آوردن علت غیرواقعی و ادبی برای امری، یا .....) (صفحه‌های ۲۶، ۴۸، ۴۹ کتاب درسی)	۰/۵
۲۹	الف) ۵ (۰/۲۵) (یا: مجاز) ج) ۳ (۰/۲۵) (یا: اسلوب معادله) ب) ۴ (۰/۲۵) (یا: استعاره) د) ۱ (۰/۲۵) (یا: تلمیح) (صفحه‌های ۲۳، ۴۹، ۸۴، ۱۰۴ کتاب درسی)	۱



سؤالات تشریحی درس: فارسی	رشته: تجربی	مدت امتحان: ۸۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
نام و نام خانوادگی:	بایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۲/۱۳	تعداد صفحات: ۳

ردیف	پاسخ‌ها	نمره
۳۰	انسان کامل (۰/۲۵) (یا: رهبر، یا: مرشد)	۰/۲۵ (صفحه ۶۲ کتاب درسی)
۳۱	پرچم شیلی (۰/۲۵) (یا: پرچم کشور شیلی)	۰/۲۵ (صفحه ۱۵۱ کتاب درسی)
۳۲	گزینه ب (۰/۵) (یا: ما عرفناک حق معرفتک)	۰/۵ (صفحه ۱۷ کتاب درسی)
۳۳	کمال بخش بودن عشق الهی (۰/۵) (یا: عشق موجب ارزشمند شدن انسان می‌شود / یا عشق، کمال بخش است.)	۰/۵ (صفحه ۲۲ کتاب درسی)
۳۴	الف (۰/۵) (یا: صبر بر داغ دل سوخته باید چون شمع / لایق صحبت بزم تو شدن آسان نیست)	۰/۵ (صفحه ۵۶ کتاب درسی)
۳۵	گزینه ج (۰/۵) (یا: ۱ و ۳)	۰/۵ (صفحه ۱۲۷ کتاب درسی)
۳۶	شعر شاعربه زیبایی توجه نمی‌کند (۰/۲۵) اما دارای پیام و محتوا است. (۰/۲۵)	۰/۵ (صفحه ۱۱۰ کتاب درسی)
۳۷	الف) توحید (۰/۲۵) (ب) طلب (۰/۲۵) (صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۷ کتاب درسی)	۰/۵
۳۸	الف) حیات بخش بودن عشق (۰/۲۵) (ب) ارزشمند بودن دل به واسطه عشق (۰/۲۵)	۰/۵ (صفحه‌های ۵۶ و ۱۶۳ کتاب درسی)
۳۹	الف) روزگاری همه مردم (یا: کشورها) به روم توجه داشتند (۰/۲۵) و از آن حساب می‌بردند (۰/۲۵) (یا: از قدرتش می‌ترسیدند.) ب) رسیدن به زیبایی (۰/۲۵)، تنها به وسیله عشق امکان پذیر است. (۰/۲۵) ج) خودداری می‌کردید (۰/۲۵) اما اصرارهای همراه با التماس من شما را مجاب و راضی کرد. (۰/۲۵) د) از این کار پشیمان شدم (یا: توبه کردم) (۰/۲۵) که دیگر به فکر ارتقای رتبه نباشم. (۰/۲۵)	۲ (صفحه‌های ۵۲، ۶۲، ۸۹ و ۱۴۰ کتاب درسی)
۴۰	الف) در گذر روزگار ملتی که نویسنده و شاعر (توانا) نداشته باشد، (۰/۲۵) فراموش می‌شود. (۰/۲۵) ب) این روسری سفید (برف) را از سرت بردار (۰/۲۵) (یا: ناتوانی را کنار بگذار) بر تخت پادشاهی بنشین (یا: تکیه کن) (۰/۲۵) ج) چاهی که بی‌شرمی آن (۰/۲۵) مانند پهنا و عمق آن باور نکردنی بود. (۰/۲۵) د) (ای معشوق) خنده زیبای تو به هنگام پاییز (۰/۲۵) در ساحل و کرانه دریا، موج‌های کف‌آلود دریا را باید برافراز (یا: بلند کند.) (۰/۲۵)	۲ (صفحه‌های ۲۷، ۳۵، ۱۱۲، ۱۴۰، ۱۵۰ و ۱۵۱ کتاب درسی)



پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) یکنواخت      ب) تغییر سرعت      ج) خطی      د) مکان

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

پاسخ سؤال ۲: (۱/۲۵ نمره)

الف) شتاب لحظه‌ای (۲۵/۰ نمره)      ب)  $t_p$  (۲۵/۰ نمره)  
ج) صفر تا  $t_1$  و  $t_4$  تا  $t_3$  (۵/۰ نمره)      د) خلاف جهت محور X (۲۵/۰ نمره)

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

پاسخ سؤال ۳: (۱/۵ نمره)

با توجه به معادله مکان - زمان داده شده شتاب و سرعت اولیه را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = t^2 - 2t \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}, v_0 = -2 \text{ (نمره } 0.5)$$

با داشتن شتاب، سرعت اولیه و سرعت ثانویه مدت زمان خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -2 \frac{m}{s} \Rightarrow v = a\Delta t + v_0 \Rightarrow 0 = 2\Delta t - 2 \Rightarrow \Delta t = 1s \text{ (نمره } 1) \\ v = 0 \frac{m}{s} \\ \Delta t = ? \end{cases}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۲۱)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

نیروی مرکزگرا، نیروی اصطکاک ایستایی است:

$$\begin{aligned} 54 \frac{km}{h} \div 3.6 &= 15 \frac{m}{s} \text{ (نمره } 0.25) \\ f_{smax} = F_{netc} \text{ (نمره } 0.25) &\Rightarrow \mu_s F_N = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow mg\mu_s = m \frac{v^2}{R} \\ \Rightarrow g\mu_s = \frac{v^2}{R} &\Rightarrow 10\mu_s = \frac{225}{5} \Rightarrow 10\mu_s = 45 \Rightarrow \mu_s = 0.45 \text{ (نمره } 0.5) \end{aligned}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

پاسخ سؤال ۵: (هر مورد ۷۵/۰ نمره)

الف) آسانسور در حال پایین آمدن و حرکت تندشونده است:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow 500 - F_N = 100 \Rightarrow F_N = 400N$$

ب) آسانسور در حال پایین آمدن و حرکت کندشونده است:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow 500 - F_N = -150 \Rightarrow F_N = 650N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

پاسخ سؤال ۶: (۱/۵ نمره)

ابتدا با توجه به دوره، طول آونگ را حساب می‌کنیم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{9.8}} \Rightarrow L = 1m = 100cm \text{ (نمره } 0.5)$$

طول آونگ ۱۹cm کاهش یافته:  $L' = L - 19 = 81cm$  (نمره ۰/۲۵)

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}} \Rightarrow T' = \frac{2\pi \times 0.9}{\sqrt{9.8}} = 1.8s \text{ (نمره } 0.75)$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

پاسخ سؤال ۷: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

الف) افزایش      ب) کاهش

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۰۴)



## پاسخ سؤال ۸: (۱/۵ نمره)

بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{900}{4}} = \frac{450}{2} = 225 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

بیشینه تندی از رابطه  $A\omega$  به دست می‌آید:

$$vA = 12 \text{ cm} \Rightarrow A = 6 \text{ cm} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$v_m = A\omega \Rightarrow v_m = \frac{6}{100} \times 225 = 13/5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{نمره } 0/75)$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

## پاسخ سؤال ۹: (۱ نمره)

اختلاف تراز شدت صوت برابر است با:

$$\Delta\beta = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 10 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = 1 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

## پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)

طول موج در محیط (۱) و (۲) با توجه به شکل مشخص است:

$$\lambda_1 = 60 \text{ nm}, \lambda_2 = 45 \text{ nm}$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{45}{60} = \frac{\sin \theta_2}{0/8} \Rightarrow \sin \theta_2 = 0/6 \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۴ تا ۹۹)

## پاسخ سؤال ۱۱: (۱ نمره)

ابتدا بسامد اصلی را حساب می‌کنیم:

$$f = \frac{nv}{2L} = \frac{1 \times 280}{2 \times 0/28} = 1000 \text{ Hz} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

حال طول موج صوت را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{350}{1000} = 0/35 \text{ m} \quad (\text{نمره } 0/5)$$

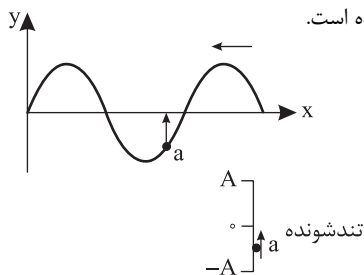
(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

## پاسخ سؤال ۱۲: (هر مورد ۰/۵ نمره)

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

الف) طول موج

ب) دامنه موج

ج) با توجه به جهت پیشروی موج ذره  $a$  رو به بالا در حال حرکت است و حرکت آن تندشونده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

## پاسخ سؤال ۱۳: (هر جای خالی ۰/۲۵ نمره)

ج) پروتون - نوترون

ب) بتا

الف) آلفا

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)



## پاسخ سؤال ۱۴: (هر مورد ۰/۷۵ نمره)

الف) سومین تراز برانگیخته، الکترون در تراز  $n = 4$  است:

$$r_n = n^2 a_0 \Rightarrow r_n = 16a_0$$

ب)

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \Rightarrow E_n = \frac{-13.6}{16} = -0.85 \text{ eV}$$

ج) کمترین انرژی گسیل شده مربوط به گذار از تراز ۴ به تراز ۳ است:

$$hf = E_U - E_L \Rightarrow hf = \frac{-E_R}{16} - \frac{-E_R}{9} = \frac{7E_R}{144}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۰)

## پاسخ سؤال ۱۵: (۱/۲۵ نمره)

با توجه به رابطه  $m = m_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)^n$  است:

$$8 \times 10^{20} = 64 \times 10^{20} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)^n \Rightarrow n = 3$$

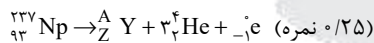
در مدت ۱۲h، ۳ تا نیمه عمر رخ داده است:

$$n = \frac{t}{T} \Rightarrow 3 = \frac{12}{T} \Rightarrow T = 4h$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

## پاسخ سؤال ۱۶: (۱/۲۵ نمره)

معادله واپاشی را می‌نویسیم:



$$237 = A + 4 + 0 \Rightarrow A = 229 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

$$93 = Z + 2 - 1 \Rightarrow Z = 92 \quad (\text{نمره } 0/5)$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)



-۱

نکته: حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.  
الف) نادرست؛ زیرا با توجه به نکته، اگر عدد گویا برابر صفر باشد، حاصل ضرب، گویا خواهد شد.

$$\text{نکته: اگر } a \mid b, \text{ آن گاه } (a, b) = |a| \text{ و } [a, b] = |b|$$

ب) درست

نکته: تعداد رئوس فرد هر گراف عددی زوج است. اما تعداد رئوس زوج هر گراف می تواند عددی زوج یا فرد باشد.

ج) نادرست

نکته: عدد احاطه‌گری گراف‌های  $P_n$  و  $C_n$  از فرمول  $\left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$  به دست می آید.

د) درست؛ زیرا با توجه به نکته، داریم:

$$\gamma(P_{10}) = \left\lfloor \frac{10}{3} \right\rfloor = 4$$

$$\gamma(C_{12}) = \left\lfloor \frac{12}{3} \right\rfloor = 4$$

-۲

نکته: اگر  $\gamma(G) = 1$  باشد، آن گاه حداکثر تعداد یال‌ها زمانی حاصل می شود که گراف، کامل باشد و این تعداد یال برابر  $q_{\max} = \frac{p(p-1)}{2}$  است.

الف) ۴۵؛ زیرا با توجه به نکته، داریم:

$$q_{\max} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

نکته: مجموع درایه‌های هر سطر یا هر ستون یک مربع لاتین مرتبه  $n$  برابر  $\frac{n(n+1)}{2}$  است.

ب) ۱۲۶؛ زیرا با توجه به نکته، داریم:

$$\text{مجموع کل درایه‌ها} = 6 \times \frac{6 \times 7}{2} = 6 \times 21 = 126$$

نکته: تعداد توابع پوشا از یک مجموعه  $m$  عضوی به یک مجموعه  $3$  عضوی برابر  $3^m - 3 \times 2^m + 3$  است.

ج) ۱۵۰؛ زیرا با توجه به نکته، داریم:

$$3^5 - 3 \times 2^5 + 3 = 243 - 3 \times 32 + 3 = 150$$

-۳

نکته: در اثبات برخی نامساوی‌های ریاضی، ابتدا عبارت را تا حد امکان ساده می کنیم تا به یک عبارت همیشه درست برسیم. آن گاه با بازگشت از مسیر طی شده به نامساوی اولیه می رسیم و از آنجایی که همه عملیات‌های مسیر رفت، بازگشت پذیرند به این نوع اثبات، اثبات بازگشتی می گوئیم.

با توجه به نکته، داریم:

$$2a^2 + 2b^2 + 2bc \geq 2ab - c^2 - 4 \Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + c^2 + 2bc - 2ab + 4 \geq 0 \Leftrightarrow (a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 + 2bc + c^2) + a^2 + 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a-b)^2 + (b+c)^2 + a^2 + 4 \geq 0 \text{ همیشه درست}$$

-۴

نکات: به ازای اعداد صحیح  $a, b, c$  و  $m$  داریم:

۱)  $a \mid b \Rightarrow a \mid mb$

۲)  $a \mid b, a \mid c \Rightarrow a \mid b - c$

۳)  $a \mid b \Rightarrow a$  شمارنده  $b$  است

با توجه به نکات، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} a \mid 6k + 4 \xrightarrow{\times 4} a \mid 24k + 16 \\ a \mid 4k + 6 \xrightarrow{\times 6} a \mid 24k + 36 \end{array} \right\} \xrightarrow{(-)} a \mid 20 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } 2 \text{ یا } 4 \text{ یا } 5 \text{ یا } 10 \text{ یا } 20$$

اما از آنجایی که اعداد  $6k + 4$  و  $4k + 6$  زوج هستند و  $a$  مقسوم علیه مشترک آنهاست،  $a$  نمی تواند عددی فرد باشد، پس  $a$  یکی از اعداد مجموعه  $\{2, 4, 10, 20\}$  خواهد بود و تعداد ۴ مقدار صحیح و نامنفی برای  $a$  وجود دارد.





-۵

نکته: مطابق با قضیه تقسیم، به ازای هر عدد صحیح  $a$  و عدد طبیعی  $b$ ، اعداد صحیح و منحصر به فرد  $q$  و  $r$  موجودند به طوری که  $a = bq + r$  و  $0 \leq r < b$  که در آن  $a$  را مقسوم،  $b$  را مقسوم علیه،  $q$  را خارج قسمت و  $r$  را باقی مانده می نامیم.  
با توجه به نکته، داریم:

$$\begin{aligned} a &= 5q + 2 \xrightarrow{\times 6} 6a = 30q + 12 \\ a &= 6q' + 4 \xrightarrow{\times 5} 5a = 30q' + 20 \\ 6a - 5a &= 30(q - q') - 8 \Rightarrow a = 30(q - q') - 30 + 22 \Rightarrow a = 30 \underbrace{(q - q' - 1)}_k + 22 \\ \Rightarrow a &= 30k + 22 \Rightarrow r = 22 \end{aligned}$$

-۶

نکته: برای حل معادله سیاله  $ax + by = c$  با شرط  $(a, b) | c$ ، معادله  $ax \equiv c$  (یا  $by \equiv c$ ) را حل کرده و جواب کلی  $x$  (یا  $y$ ) را به دست آورده، در معادله اولیه جای گذاری کرده و جواب کلی  $y$  (یا  $x$ ) را به دست می آوریم.  
با توجه به نکته، داریم:

$$\begin{aligned} 12x + 17y &= 5 ; (12, 17) = 1 | 5 \quad \checkmark \\ 12x &\equiv 5 \Rightarrow 12x - 12x \equiv 5 \Rightarrow -5x \equiv 5 \xrightarrow{(\Delta, 17)=1} x \equiv -1 \Rightarrow x = 17k - 1 \\ k = 5 &\Rightarrow x = 17 \times 5 - 1 = 84 \end{aligned}$$

با جای گذاری  $x$  در معادله، داریم:

$$\begin{aligned} 12(17k - 1) + 17y &= 5 \Rightarrow 17y = -12 \times 17k + 12 + 5 \Rightarrow 17y = -12 \times 17k + 17 \Rightarrow y = -12k + 1 \\ k = -9 &\Rightarrow y = -12(-9) + 1 = 109 \end{aligned}$$

راه حل دوم:

$$\begin{aligned} 12x + 17y &= 5 \Rightarrow 17y \equiv 5 \Rightarrow 17y - 12y \equiv 5 \Rightarrow 5y \equiv 5 \xrightarrow{(\Delta, 12)=1} y \equiv 1 \Rightarrow y = 12k + 1 \\ k = 9 &\Rightarrow y = 12 \times 9 + 1 = 109 \end{aligned}$$

با جای گذاری  $y$  در معادله داریم:

$$\begin{aligned} 12x + 17(12k + 1) &= 5 \Rightarrow 12x + 17 \times 12k + 17 = 5 \Rightarrow 12x = -17 \times 12k - 12 \xrightarrow{+12} x = -17k - 1 \\ k = -5 &\Rightarrow x = -17 \times (-5) - 1 = 84 \end{aligned}$$

-۷

نکته ۱: در هر گراف  $k$ -منتظم از مرتبه  $p$  و اندازه  $q$ ، داریم:  $2q = pk$

نکته ۲: در هر گراف کامل از مرتبه  $p$ ، داریم:  $q = \frac{p(p-1)}{2}$

با توجه به نکات، داریم:

$$\begin{aligned} 2q = 3p &\Rightarrow q = \frac{3p}{2} \\ 3 + 6 = q & \text{ کامل} \Rightarrow \frac{3p}{2} + 6 = \frac{p(p-1)}{2} \xrightarrow{\times 2} 3p + 12 = p^2 - p \Rightarrow p^2 - 4p - 12 = 0 \\ \Rightarrow (p-6)(p+2) &= 0 \Rightarrow p = 6 \Rightarrow q = \frac{3 \times 6}{2} = 9 \end{aligned}$$

-۸

نکته: مجموعه همسایگی باز رأس  $a$  را با  $N_G(a)$  نمایش داده و عبارت است از مجموعه رئوسی که با  $a$  مجاورند.

الف)  $N_G(j) = \{i\}$

نکته: دنباله  $v_1 v_2 v_3 \dots v_n v_1$  از رئوس دوبه دو متمایز که در آن هر رأس با رأس بعدی مجاور است را یک دور به طول  $n$  می نامیم.

ب)  $feghif$  یا  $febcdf$  یا  $fdcbef$  یا  $fihgfe$

نکته: اگر  $\bar{G}$  مکمل گراف  $G$  باشد، داریم:  $\deg_G(a) + \deg_{\bar{G}}(a) = p - 1$

ج) ۵: زیرا:

$$\deg_G(e) + \deg_{\bar{G}}(e) = p - 1 \Rightarrow 4 + \deg_{\bar{G}}(e) = 10 - 1 \Rightarrow \deg_{\bar{G}}(e) = 5$$

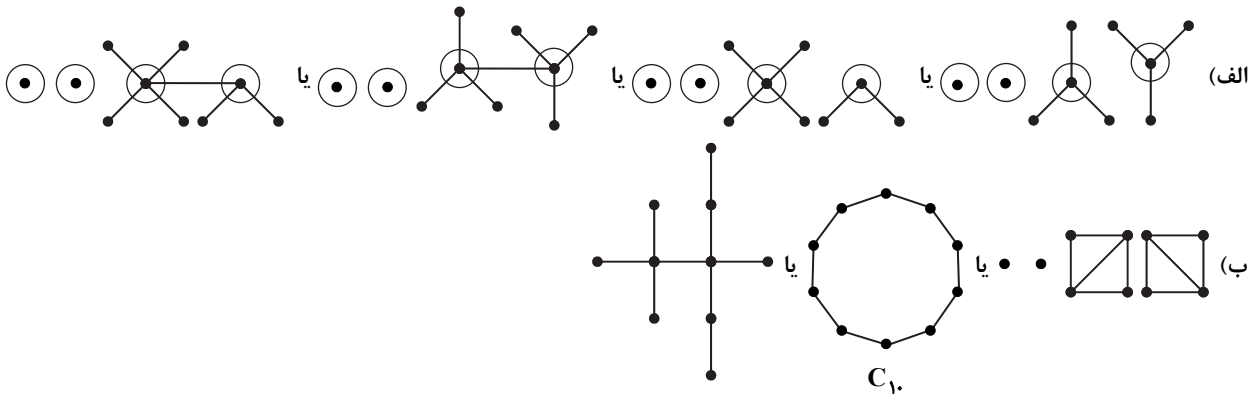


-۹

نکته: یک مجموعه احاطه گر را که با حذف هر یک از رئوس دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر مینیمال می نامیم.  
 نکته: در بین تمام مجموعه های احاطه گر گراف  $G$ ، مجموعه یا مجموعه های احاطه گری که کمترین تعداد عضو را دارند مجموعه احاطه گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه ای را عدد احاطه گری گراف  $G$  می نامیم و آن را با  $\gamma(G)$  نمایش می دهیم.  
 الف)  $\{c, d, e, f, g, a\}$  یا  $\{c, d, e, f, h, a\}$  یا  $\{c, d, e, i, g, a\}$  یا ...  
 ب)  $\{a, d, f\}$  یا  $\{a, d, i\}$  یا  $\{g, d, i\}$  یا  $\{h, d, i\}$  یا ...  
 ج) یال  $di$  یا یال  $ad$  یا یال  $hd$  یا ...

-۱۰

نکته: در بین تمام مجموعه های احاطه گر گراف  $G$ ، مجموعه یا مجموعه های احاطه گری که کمترین تعداد عضو را دارند مجموعه احاطه گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه ای را عدد احاطه گری گراف  $G$  می نامیم و آن را با  $\gamma(G)$  نمایش می دهیم.



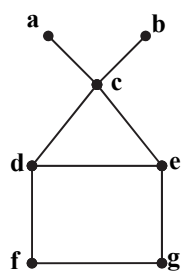
-۱۱

نکته: در بین تمام مجموعه های احاطه گر گراف  $G$ ، مجموعه یا مجموعه های احاطه گری که کمترین تعداد عضو را دارند مجموعه احاطه گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه ای را عدد احاطه گری گراف  $G$  می نامیم و آن را با  $\gamma(G)$  نمایش می دهیم.

نکته: اگر  $G$  یک گراف  $n$  رأسی با ماکزیمم درجه  $\Delta$  باشد، عدد  $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$  یک کران پایین برای عدد احاطه گری گراف  $G$  است؛ یعنی:

$$\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$$

الف) اولاً داریم:



$$n = 7, \Delta = 4$$

$$\Rightarrow \gamma \geq \left\lceil \frac{7}{4+1} \right\rceil = 2$$

$$\Rightarrow \gamma \geq 2$$

همچنین مجموعه  $\{c, f\}$  احاطه گر است، پس:  $\gamma \leq 2$  و از طرفی چون  $\gamma \geq 2$ ، بنابراین  $\gamma = 2$  است.

ب)  $\{c, g\}, \{c, f\}$

-۱۲

$$\binom{4}{2} = 6 \text{ دو رقم از } A \text{ انتخاب می کنیم:}$$

$$\binom{6}{4} = 15 \text{ چهار حرف از } B \text{ انتخاب می کنیم:}$$

اینک حروف را یک دسته در نظر گرفته و جایگشت آن ها را حساب می کنیم:  $4! = 24$

و در نهایت جایگشت دسته حروف را همراه با دو رقم حساب می کنیم:  $3! = 6$

پس تعداد رمزهای ۶ کارا کتری با شرایط گفته شده برابر است با:  $6 \times 15 \times 24 \times 6 = 12960$



-۱۳

نکته: تعداد جواب‌های صحیح و مثبت معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_k = n$  برابر  $\binom{n-1}{k-1}$  است.

به  $x_3$  مقادیر مناسب می‌دهیم، سپس در هر حالت، تعداد جواب‌های معادله را حساب می‌کنیم و در نهایت جواب‌ها را با هم جمع می‌کنیم:

$$\begin{cases} x_3 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 = 8 : \binom{8-1}{2-1} = \binom{7}{1} = 7 \\ x_3 = 2 \Rightarrow x_1 + x_2 = 7 : \binom{7-1}{2-1} = \binom{6}{1} = 6 \\ x_3 = 3 \Rightarrow x_1 + x_2 = 6 : \binom{6-1}{2-1} = \binom{5}{1} = 5 \\ \vdots \\ x_3 = 8 \Rightarrow x_1 + x_2 = 1 : \binom{1-1}{2-1} = \binom{0}{1} = 1 \end{cases}$$

معادله ۸ جواب صحیح و مثبت دارد.  $7+1=8$

غیرممکن  $x_3 = 3 \Rightarrow x_1 + x_2 = -8$

-۱۴

نکته: فرض کنید A و B دو مربع لاتین هم‌رتبه باشند به طوری که از کنار هم قرار دادن درایه‌های نظیر از این دو مربع، مربع جدیدی از همان مرتبه حاصل شود که هر خانه آن حاوی یک عدد دورقمی است که تمام رقم‌های سمت چپ مربوط به مربع A و تمام رقم‌های سمت راست مربوط به مربع B (و یا برعکس) است. در این صورت گوییم دو مربع لاتین A و B «متعامدند» هرگاه هیچ یک از اعداد دورقمی موجود در خانه‌های مربع جدید تکرار نشده باشند.

با توجه به نکته، بایستی دو مربع لاتین متعامد مرتبه ۳ رسم کنیم که سطرهای آن‌ها بیانگر سه روز آخر هفته، ستون‌های آن‌ها بیانگر سه برادر و درایه‌های دو مربع، یکی بیانگر موتورسیکلت‌ها و دیگری بیانگر بیست‌ها باشد، بنابراین داریم:

	برادر ۱	برادر ۲	برادر ۳
چهارشنبه	۱	۲	۳
پنج‌شنبه	۳	۱	۲
جمعه	۲	۳	۱

موتورسیکلت‌ها

	برادر ۱	برادر ۲	برادر ۳
چهارشنبه	۱	۳	۲
پنج‌شنبه	۳	۲	۱
جمعه	۲	۱	۳

بیست‌ها

 $\Rightarrow$ 

۱۱	۲۳	۳۲
۳۳	۱۲	۲۱
۲۲	۳۱	۱۳

-۱۵

نکته:  $|\overline{A \cap B}| = |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|)$

کل اعداد چهاررقمی  $|S| = 5^4 = 625$

A را مجموعه اعداد چهاررقمی فاقد رقم ۱ و B را مجموعه اعداد چهاررقمی فاقد رقم ۹ در نظر می‌گیریم.

$|A| = 4^4 = 256$  ,  $|B| = 4^4 = 256$

اعداد چهاررقمی فاقد ارقام ۱ و ۹:  $|A \cap B| = 3^4 = 81$

خواسته سؤال  $|\overline{A \cap B}|$  است که داریم:

$|\overline{A \cap B}| = |S| - |A| - |B| + |A \cap B| = 625 - 256 - 256 + 81 = 194$

-۱۶

نکته: بر طبق تعمیم اصل لانه کبوتری اگر  $kn + 1$  یا بیشتر کبوتر در  $n$  لانه قرار گیرند، آن‌گاه حداقل یک لانه وجود خواهد داشت که در آن حداقل  $k + 1$  کبوتر جای گرفته است.

با توجه به نکته، داریم:

$k + 1 = 6 \Rightarrow k = 5$

$n = 12 \times 7 = 84$ : تعداد حالات ماه و روز هفته

$kn + 1 = 5 \times 84 + 1 = 421$

بنابراین، طبق اصل لانه کبوتری، حداقل ۴۲۱ نفر باید حضور داشته باشند.