سروش اندیشه
مؤسسه فرهنگی هنری

کد آزمون ۱۱۸۷

شماره داوطلب

نام خانوادگی و نام

_ _ _

خراسان رضوی

شهر

0513845369O

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی موسسه سروش اندیشه حیات

دفترچه شماره ۱

پاسخنامه آزمون شبیه ساز کنکور

گروه آزمایشی علوم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۱۰۵عدد	مدت پاسخگویی: ۱۴۵دقیقه

عنوان مواد امتحانی تعداد،شماره سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

برای مشاهده پاسخنامه آزمون به سایت موسسه مراجعه نمایید

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴

اگر a, b, c سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند، آنگاه: $b^۲ = a \cdot c$

روش اول:

$$a+۳d, a+۵d, a+۱۱d \Rightarrow (a+۵d)^۲ = (a+۳d)(a+۱۱d) \Rightarrow a^۲ + ۲۵d^۲ + ۱۰ad = a^۲ + ۱۴ad + ۳۳d^۲$$

$$\Rightarrow -۴ad = ۸d^۲ \xrightarrow[d \neq ۰]{\text{جملات دنباله متمایزند}} \Rightarrow -۴a = ۸d \Rightarrow a = -۲d \Rightarrow q = \frac{a+۵d}{a+۳d} \Rightarrow q = \frac{۳d}{d} = ۳$$

روش دوم: نکته: اگر جملات a_k, a_m, a_n از یک دنبالهٔ حسابی به‌ترتیب سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی باشند، آنگاه:

قدر نسبت دنبالهٔ هندسی $q = \dfrac{k-m}{m-n}$

بنابراین:

$$q = \frac{۱۲-۶}{۶-۴} = \frac{۶}{۲} = ۳$$

۲ - گزینه ۱ شرط آنکه معادلهٔ درجه دوم $۲x^۲ + (m+۱)x + \frac{۱}{۲}m + ۲ = ۰$ فاقد ریشهٔ حقیقی باشد، آن است که دلتای معادله، منفی باشد. پس داریم:

$$\Delta < ۰ \Rightarrow b^۲ - ۴ac < ۰ \Rightarrow (m+۱)^۲ - ۴(۲)(\frac{۱}{۲}m + ۲) = (m^۲ + ۲m + ۱) - ۴m - ۱۶$$

$$= m^۲ - ۲m - ۱۵ = (m-۵)(m+۳) < ۰$$

با توجه به جدول تعیین علامت زیر پاسخ مسئله بازهٔ $(-۳, ۵)$ است:

m	$-\infty$		-۳		۵		$+\infty$
$(m-۵)(m+۳)$		$+$	۰	$-$	۰	$+$	

$$\Rightarrow -۳ < m < ۵$$

۳ - گزینه ۳ می‌دانیم در تابع $y = a\sin bx + c$ بیشترین مقدار تابع، برابر $|a| + c$ است.

$$Max = \sqrt{۳} \rightarrow |b| + a = \sqrt{۳} \xrightarrow[\text{است، } b>۰ \text{ است.}]{\text{چون شکل فرمت خود سینوس}} b + a = \sqrt{۳}$$

نقطهٔ $(\pi, -\frac{۳}{۲})$ در تابع صدق می‌کند، پس:

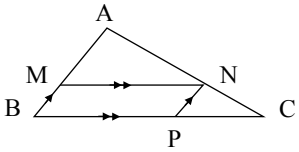
$$\begin{vmatrix} \pi \\ -\frac{۳}{۲} \end{vmatrix} \rightarrow -\frac{۳}{۲} = a + b\sin(\pi + \frac{\pi}{۳}) \rightarrow -\frac{۳}{۲} = a - b\sin\frac{\pi}{۳} \rightarrow -\frac{۳}{۲} = a - \frac{\sqrt{۳}}{۲}b \rightarrow -۳ = ۲a - \sqrt{۳}b$$

$$-۲ \begin{cases} b + a = \sqrt{۳} \\ ۲a - \sqrt{۳}b = -۳ \end{cases} \rightarrow -۲b - \sqrt{۳}b = -۲\sqrt{۳} - ۳ \rightarrow ۲b + \sqrt{۳}b = ۲\sqrt{۳} + ۳$$

$$\rightarrow (۲ + \sqrt{۳})b = ۲\sqrt{۳} + ۳ \rightarrow b = \frac{۲\sqrt{۳}+۳}{۲+\sqrt{۳}} \times \frac{۲-\sqrt{۳}}{۲-\sqrt{۳}} = \frac{۴\sqrt{۳} - ۶ + ۶ - ۳\sqrt{۳}}{۴-۳} = \sqrt{۳}$$

۴ - گزینه ۱

$MNPB$ متوازی‌الاضلاع است، بنابراین $NP||AB$, $MN||BC$ و داریم:



$$\frac{AM}{MB} = \frac{۳}{۲} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AM}{AB} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \frac{BM}{AB} = \frac{۲}{۵} \quad (۱)$$

$$MN||BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{۳}{۵} \xrightarrow{MN=BP} \frac{BP}{BC} = \frac{۳}{۵} \quad (۲)$$

$$\frac{S_{MNPB}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{MB \times BP \times \sin\hat{B}}{\frac{1}{2}AB \times BC \times \sin\hat{B}} \overset{(1),(2)}{=\!=} \frac{\frac{2}{5}AB \times \frac{3}{5}BC}{\frac{1}{2}AB \times BC} = \frac{12}{25} = 0/48 = 48\%$$

۵ - گزینه ۴ باتوجه به جدول تعیین علامت، $f(x) = 0$ دارای ۲ ریشه می‌باشد، بنابراین $\Delta > 0$ می‌باشد. ازطرفی، با رجوع کردن به جدول، مابین دو ریشه، علامت مثبت می باشد که طبق این مطلب باید ضریب x^2، منفی باشد.

$$I)\ \Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 4(m^2 - m - 2)(\frac{1}{4}) > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m + 1 - m^2 + m + 2 > 0 \Rightarrow -m + 3 > 0 \Rightarrow m < 3 \quad (I)$$

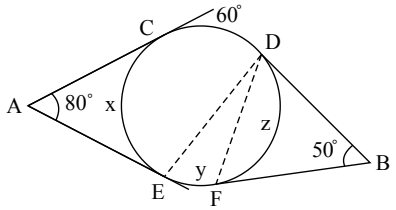
$$II)\ a < 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 < 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) < 0 \Rightarrow -1 < m < 2 \quad (II)$$

از اشتراک (I) و (II) به جواب $m \in (-1, 2)$ می‌رسیم.

۶ - گزینه ۳

می‌دانیم اگر طول وتری از یک دایره برابر شعاع آن دایره باشد، اندازهٔ کمان متناظر با آن وتر برابر 60° است، پس $\overset{\frown}{CD} = 60^\circ$. با توجه به فرض و شکل داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \hat{B} = \frac{(60^\circ + x + y) - z}{2} = 50^\circ \Rightarrow x + y - z = 40^\circ \\ \hat{A} = \frac{(60^\circ + y + z) - x}{2} = 80^\circ \Rightarrow y + z - x = 100^\circ \end{array}\right\}$$



$$\xrightarrow[\text{را جمع می‌کنیم}]{\text{طرفین دو تساوی}} 2y = 140^\circ \Rightarrow y = 70^\circ \Rightarrow (\text{محاطی})\ E\hat{D}F = \frac{y}{2} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$$

۷ - گزینه ۲ طبق صورت سؤال باید نامعادلهٔ $f(x) < 1$ را حل کنیم.

$$\left|\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 4x + 3}\right| < 1 \rightarrow \frac{|x^2 - 3x + 2|}{|x^2 + 4x + 3|} < 1 \rightarrow |x^2 - 3x + 2| < |x^2 + 4x + 3|$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} (x^2 - 3x + 2)^2 < (x^2 + 4x + 3)^2 \rightarrow (x^2 - 3x + 2)^2 - (x^2 + 4x + 3)^2 < 0$$

$$\xrightarrow{\text{مزدوج}} \Big((x^2 - 3x + 2) + (x^2 + 4x + 3)\Big)\Big((x^2 - 3x + 2) - (x^2 + 4x + 3)\Big) < 0$$

$$\rightarrow \underbrace{(2x^2 + x + 5)}_{\substack{\text{همواره مثبت} \\ a>0\ ,\ \Delta<0}}(-7x - 1) < 0 \rightarrow -7x - 1 < 0 \rightarrow -7x < 1 \rightarrow x > \frac{-1}{7} \rightarrow x \in (-\frac{1}{7}, +\infty)$$

پس کمترین مقدار a برابر $-\frac{1}{7}$ است.

۸ - گزینه ۴ طرفین رابطهٔ داده شده را در ماتریس $(A - I)$ ضرب می‌کنیم:

$$A^3 + A^2 + A + I = \overline{O} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین در } A-I} (A - I)(A^3 + A^2 + A + I) = \overline{O}$$

$$A^4 - I = \overline{O} \rightarrow A^4 = I \xrightarrow{\text{طرفین به توان } 25} A^{100} = I$$

۹ - گزینه ۳

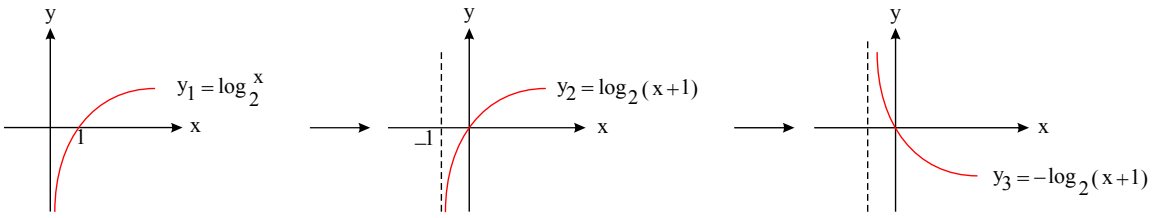
$$3x^2 + 5x + 2 < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -1 < x < -\frac{2}{3}$$

$$\begin{cases} x \notin \mathbb{Z} \to [x] + [-x] = -۱ \to [-x] = -[x] - ۱ \\ -۱ < x < -\frac{۲}{۳} \to -۳ < ۳x < -۲ \to [۳x] = -۳ \end{cases}$$

پس: $\frac{۳^{-[x]}}{۳^{[-x]}} + [۳x] = \frac{۳^{-[x]}}{۳^{-[x]-۱}} - ۳ = ۳ - ۳ = ۰$

۱۰ - گزینه ۲ **روش اول:**

نمودار تابع داده‌شده $y = \log_{۲}^{x}$ است که یک واحد به‌سمت چپ برده شده و سپس نسبت به محور xها قرینه شده است.



پس: $y = -\log_{۲}^{(x+۱)} \to y = \log_{۲}^{(x+۱)^{-۱}} \to U(x) = (x+۱)^{-۱}$

روش دوم:

با توجه به شکل، دامنهٔ تابع داده‌شده $x > -۱$ است بنابراین گزینه‌های سوم و چهارم حذف می‌شوند. با توجه به شکل وقتی $x \to (-۱)^{+}$ نمودار تابع به‌سمت $+\infty$ می‌رود.

گزینهٔ اول: $\lim\limits_{x \to (-۱)^{+}} \log_{۲}(x+۱) = \log_{۲} ۰^{+} = -\infty$: نادرست

گزینهٔ دوم: $\lim\limits_{x \to (-۱)^{+}} \log_{۲} \frac{۱}{x+۱} = \log_{۲} \frac{۱}{۰^{+}} = \log_{۲}(+\infty) = +\infty$: درست

توجه کنید اگر $a > ۱$ باشد $\log_a^{۰^{+}} = -\infty$ و $\log_a^{+\infty} = +\infty$ است.

۱۱ - گزینه ۳

روش اول: مخرج کسر را گویا می‌کنیم:

$$\lim_{x \to -۱} \frac{۲x^{۲} + ۵x + ۳}{۲ - \sqrt{۲ + \sqrt{۳ - x}}} = \lim_{x \to -۱} \frac{(x+۱)(۲x+۳)(۲ + \sqrt{۲ + \sqrt{۳ - x}})}{(۴ - ۲ - \sqrt{۳ - x})}$$

$$= \lim_{x \to -۱} \frac{(x+۱)(۱)(۴)(۲ + \sqrt{۳ - x})}{(۲ - \sqrt{۳ - x})(۲ + \sqrt{۳ - x})} = \lim_{x \to -۱} \frac{(x+۱)(۱)(۴)(۴)}{(۴ - ۳ + x)} = ۱۶$$

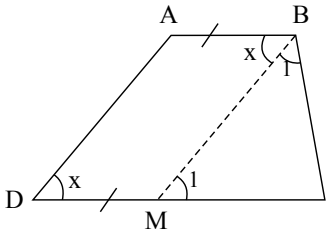
روش دوم: با استفاده از هوپیتال:

$$\lim_{x \to -۱} \frac{۲x^{۲} + ۵x + ۳}{۲ - \sqrt{۲ + \sqrt{۳ - x}}} = \frac{۰}{۰} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \to -۱} \frac{۴x + ۵}{-\frac{-۱}{۲\sqrt{۳-x}}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۴}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۱۶}} = ۱۶$$

۱۲ - گزینه ۲ از B به موازات ساق AD خطی را رسم می‌کنیم. چهارضلعی $ABMD$ متوازی‌الاضلاع است در نتیجه:

$AB = DM \quad (۱)$

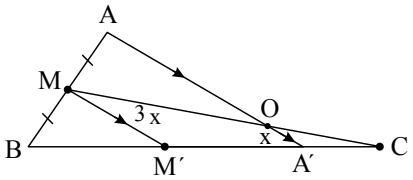
$\Rightarrow BC = MC \Rightarrow \hat{M}_۱ = \hat{B}_۱ = x$ طبق فرض : $AB + BC = DC \cancel{-AB} + BC = \underbrace{DM}_{\cancel{AB}} + MC$



$\hat{M}_۱ + \hat{B}_۱ = ۱۸۰^{\circ} - \hat{C} \Rightarrow ۲x = ۱۸۰^{\circ} - ۸۰^{\circ} = ۱۰۰^{\circ} \Rightarrow x = ۵۰^{\circ} \Rightarrow \hat{A} = ۱۸۰^{\circ} - x = ۱۳۰^{\circ}$

۱۳ - گزینه ۳

از M خطی موازی AA' رسم می‌کنیم تا BA' را در M' قطع کند.



$$\text{فرض}: \frac{OC}{OM} = \frac{۱}{۲} \to \frac{OC}{CM} = \frac{۱}{۳}$$

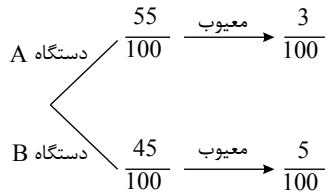
$$\overset{\Delta}{MM'C} : OA' || MM' \xrightarrow{\text{تالس جزء به کل}} \frac{OC}{OM} = \frac{OA'}{MM'} = \frac{۱}{۳} \to \begin{cases} OA' = x \\ MM' = ۳x \end{cases}$$

$$\overset{\Delta}{ABA'} : MM' || AA' \xrightarrow{\text{تالس جزء به کل}} \frac{BM}{BA} = \frac{MM'}{AA'} \to \frac{۱}{۲} = \frac{۳x}{OA + x} \to OA + x = ۶x \to OA = ۵x$$

$$|K| = \frac{OA'}{OA} = \frac{x}{۵x} = \frac{۱}{۵} \xrightarrow{\text{تجانس معکوس است}} K = -\frac{۱}{۵}$$

۱۴ - گزینه ۱

ابتدا نمودار درختی مسئله را رسم می‌کنیم.

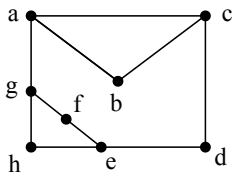


$$P(\text{دستگاه } A \mid \text{کالای معیوب}) = \frac{P(\text{دستگاه } A \cap \text{کالای معیوب})}{P(\text{کالای معیوب})}$$

$$= \frac{\frac{۵۵}{۱۰۰} \times \frac{۳}{۱۰۰}}{\frac{۵۵}{۱۰۰} \times \frac{۳}{۱۰۰} + \frac{۴۵}{۱۰۰} \times \frac{۵}{۱۰۰}} = \frac{\frac{۱۶۵}{۱۰۰۰۰}}{\frac{۳۹۰}{۱۰۰۰۰}} = \frac{۱۶۵}{۳۹۰} = \frac{۱۱}{۲۶}$$

۱۵ - گزینه ۲ نکته: زیرمجموعهٔ D از مجموعهٔ رئوس گراف G را مجموعهٔ احاطه‌گر می‌نامیم، هرگاه هر رأس از گراف یا در D باشد یا حداقل با یکی از رئوس D مجاور باشد.

با توجه به نکتهٔ بالا، هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



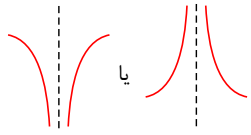
الف) رئوس b و g با a مجاورند و f و h با c مجاورند. پس یک مجموعهٔ احاطه‌گر است.

ب) رأس h در مجموعه نیست و یا هیچ‌یک از اعضای مجموعه هم مجاور نیست، پس مجموعه احاطه‌گر نیست.

پ) رأس d در مجموعه نیست و با هیچ‌یک از اعضای مجموعه نیز مجاور نیست، پس مجموعه احاطه‌گر نیست.

ت) رأس d در مجموعه نیست و با هیچ‌یک از اعضای مجموعه نیز مجاور نیست، پس مجموعه احاطه‌گر نیست.

بنابراین گزینهٔ «۲» پاسخ است.

۱۶ - گزینه ۲ شکل تابع در اطراف ریشهٔ مضاعف مخرج به صورت  یا است.

بنابراین مخرج باید دارای ریشهٔ مضاعف مثبت باشد.

$$\begin{cases} \Delta = ۰ \to b^۲ - ۴ac = ۰ \to b^۲ - ۱۶ = ۰ \to b = \pm ۴ \\ -\frac{b}{۲a} > ۰ \to -\frac{b}{۸} > ۰ \to b < ۰ \end{cases} \to b = -۴$$

چون جواب حد $+\infty$ شده پس صورت کسر به‌ازای ریشهٔ مخرج $(\frac{-b}{۲a})$ یعنی $x = \frac{۱}{۲}$ باید یک عدد مثبت باشد:

$$۲(\frac{۱}{۲}) + a > ۰ \to ۱ + a > ۰ \to a > -۱$$

گزینهٔ دوم می‌تواند صحیح باشد.

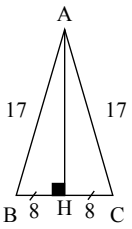
ازمون جامع ریاضی دفترچه ۱ کد ۲

۱۷ - گزینه ۳

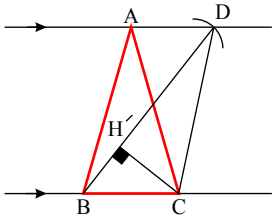
در مثلث‌های ABC, BCD قاعده BC و ارتفاع وارد بر آن، اندازهٔ یکسان دارند؛ بنابراین مساحت این دو مثلث با هم برابر است.

در مثلث ABC ، طول ارتفاع AH برابر است با:

مساحت مثلث BCD را بر اساس ضلع BD می‌نویسیم:



$$\overset{\triangle}{ABH}: AH = \sqrt{۱۷^۲ - ۸^۲} = ۱۵$$

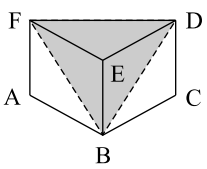


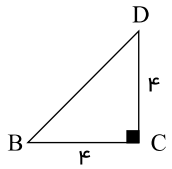
$$\begin{cases} S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۱}{۲} AH \times BC = \frac{۱}{۲} \times ۱۵ \times ۱۶ = ۱۲۰ \\ S_{\overset{\triangle}{BCD}} = S_{\overset{\triangle}{ABC}} = ۱۲۰ \end{cases}$$

$$S_{\overset{\triangle}{BCD}} = \frac{۱}{۲} CH' \times BD \Rightarrow ۱۲۰ = \frac{۱}{۲} \times CH' \times ۲۵ \Rightarrow CH' = ۹/۶$$

۱۸ - گزینه ۲

مطابق شکل و فرض داریم:

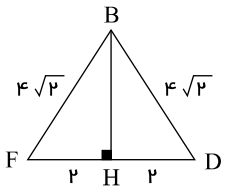




$$DB^۲ = ۴^۲ + ۴^۲ = ۳۲ \rightarrow DB = ۴\sqrt{۲} \rightarrow BF = ۴\sqrt{۲}$$

$$\overset{\triangle}{BHD}: BH = \sqrt{(۴\sqrt{۲})^۲ - ۲^۲} = \sqrt{۳۲ - ۴} = ۲\sqrt{۷}$$

$$\Rightarrow S_{\overset{\triangle}{BFD}} = \frac{۱}{۲} BH \times FD = \frac{۱}{۲} \times ۲\sqrt{۷} \times ۴ = ۴\sqrt{۷}$$



۱۹ - گزینه ۲

B: پیشامد آنکه عدد انتخابی مضارب ۷ باشد A: پیشامد آنکه عدد انتخابی مضارب ۶ باشد

$$\text{جواب} = P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - ۲P(A \cap B)$$

$$= \frac{\left(\left[\frac{۳۰۰}{۶}\right] - \left[\frac{۵۰}{۶}\right]\right) + \left(\left[\frac{۳۰۰}{۷}\right] - \left[\frac{۵۰}{۷}\right]\right) - ۲\left(\left[\frac{۳۰۰}{۴۲}\right] - \left[\frac{۵۰}{۴۲}\right]\right)}{۲۵۰}$$

$$= \frac{۵۰ - ۸ + ۴۲ - ۷ - ۱۴ + ۲}{۲۵۰} = \frac{۲۶}{۱۰۰}$$

۲۰ - گزینه ۳ وقتی $x \rightarrow ۱^+$ میل می‌کند، داخل قدرمطلق، مثبت است و وقتی $x \rightarrow ۱^-$ میل می‌کند، داخل قدرمطلق، منفی است.

$$x \rightarrow ۱^+ : f(x) = x\sqrt{x} + x - ۱ = x^{\frac{۳}{۲}} + x - ۱ \Rightarrow f'(x) = \frac{۳}{۲} x^{\frac{۱}{۲}} + ۱ \Rightarrow f'_+(۱) = \frac{۳}{۲} + ۱ = \frac{۵}{۲}$$

$$x \rightarrow ۱^- : f(x) = x\sqrt{x} - x + ۱ = x^{\frac{۳}{۲}} - x + ۱ \Rightarrow f'(x) = \frac{۳}{۲} x^{\frac{۱}{۲}} - ۱ \Rightarrow f'_-(۱) = \frac{۳}{۲} - ۱ = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow f'_+(۱) + ۳f'_-(۱) = \frac{۵}{۲} + ۳(\frac{۱}{۲}) = \frac{۸}{۲} = ۴$$

۲۱ - گزینه ۴ روش اول:

ابتدا دامنهٔ تعریف دو تابع f , g را به‌دست می‌آوریم:

$$D_f : ۳ - x \geq ۰ \rightarrow x \leq ۳$$

$$D_g : x^۲ + ۲x = x(x+۲) > ۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} x < -۲ \text{ یا } x > ۰$$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \,|\, g(x) \in D_f\} = \{x < -۲ \text{یا} x > ۰ \,|\, \log_{۲}^{x^۲+۲x} \leq ۳\}$$

$$= \{x < -۲ \quad \text{یا} \quad x > ۰ \,|\, x^۲ + ۲x \leq ۲^۳\} = \{x < -۲ \quad \text{یا} \quad x > ۰ \,|\, x^۲ + ۲x - ۸ \leq ۰\}$$

$$= \{x < -۲ \quad \text{یا} \quad x > ۰ \,|\, (x+۴)(x-۲) \leq ۰\} = \{x < -۲ \quad \text{یا} \quad x > ۰ \,|\, -۴ \leq x \leq ۲\}$$

$$= -۴ \leq x < -۲ \quad \text{یا} \quad ۰ < x \leq ۲ \Rightarrow D_{fog} = [-۴, -۲) \cup (۰, ۲]$$

البته می‌توانیم $fog(x)$ را تشکیل داده (تابع را ساده نکنید) سپس دامنه‌ی آن را به‌دست آورید.

روش دوم:

$x = -۱$: در دامنهٔ تعریف g قرار ندارد. بنابراین در دامنهٔ تعریف fog هم نباید باشد، یعنی هر گزینه‌ای که $x = -۱$ دارد نادرست است. پس فقط گزینهٔ چهارم درست است.

۲۲ - گزینه ۳ برای اینکه تابع صعودی باشد مشتق باید همواره مثبت باشد و شرط آنکه یک عبارت درجه دوم، مثبت باشد آن است که $\Delta < ۰$ و ضریب $x^۲$ منفی باشد.

$$y' = ۳x^۲ + ۲ax + ۱ \geq ۰ \rightarrow \begin{cases} x^۲ \text{ ضریب } > ۰ \rightarrow ۳ > ۰ \\ \Delta \leq ۰ \rightarrow ۴a^۲ - ۱۲ \leq ۰ \rightarrow a^۲ \leq ۳ \rightarrow -\sqrt{۳} \leq a \leq \sqrt{۳} \rightarrow |a| \leq \sqrt{۳} \end{cases}$$

۲۳ - گزینه ۳ چون ۲ حرف A باید موجود باشد، پس ۳ حرف دیگر از بین ۶ حرف باقی مانده «K, H, R, Z, M, I» باید انتخاب شود که این کار به طریق زیر امکان‌پذیر است.

$$\binom{۶}{۳} = \frac{۶!}{۳! \times ۳!} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳!}{۳ \times ۲ \times ۱ \times ۳!} = ۲۰$$

از طرفی باید ۵ حرف انتخاب شده کنار هم قرار گیرند و یک جایگشت بسازند و چون حرف A دو بار تکرار شده پس تعداد جایگشت‌ها برابر است با $\frac{۵!}{۲!} = \frac{۱۲۰}{۲} = ۶۰$،

بنابراین طبق اصل شمارش تعداد کلمه‌های مورد نظر برابر است با:

$$۲۰ \times ۶۰ = ۱۲۰۰$$

۲۴ - گزینه ۳ ابتدا ضابطهٔ تابع f را تعیین می‌کنیم، برای این کار معادلهٔ خط گذرنده از نقاط $(۰, ۴)$ و $(۲, ۰)$ و همچنین خط گذرنده از نقاط $(۰, ۴)$ و $(-۴, ۰)$ را به‌دست می‌آوریم.

$$(۰,۴), (۲,۰) \Rightarrow \frac{y-۴}{x} = \frac{۴}{-۲} = -۲ \rightarrow y = -۲x + ۴$$

$$(۰,۴), (-۴,۰) \Rightarrow \frac{y-۴}{x} = \frac{۴}{۴} = ۱ \rightarrow y = x + ۴$$

$$f(x) = \begin{cases} x+۴ & x < ۰ \\ -۲x+۴ & x \geq ۰ \end{cases}, \quad g(x) = \sqrt{۲ - |f(x)|} \Rightarrow ۲ - |f(x)| \geq ۰ \Rightarrow |f(x)| \leq ۲$$

$$\Rightarrow -۲ \leq f(x) \leq ۲$$

$$x < ۰ \Rightarrow -۲ \leq x+۴ \leq ۲ \Rightarrow -۲ - ۴ \leq x \leq ۲ - ۴ \Rightarrow -۶ \leq x \leq -۲ \xrightarrow{x<۰} -۶ \leq x \leq -۲ \quad (۱)$$

$$x \geq ۰ \Rightarrow -۲ \leq -۲x + ۴ \leq ۲ \Rightarrow -۶ \leq -۲x \leq -۲ \xrightarrow{\div(-۲)} ۳ \geq x \geq ۱ \xrightarrow{x \geq ۰} ۱ \leq x \leq ۳ \quad (۲)$$

جواب نهایی : $(۱) \cup (۲) \Rightarrow [-۶, -۲] \cup [۱, ۳]$

۲۵ - گزینه ۲ (۱)

$$\left.\begin{array}{l} ۳a + ۴b \mid ۵a + ۱۱b \xrightarrow{\times ۳} ۳a + ۴b \mid ۱۵a + ۳۳b \\ ۳a + ۴b \mid ۳a + ۴b \xrightarrow{\times ۵} ۳a + ۴b \mid ۱۵a + ۲۰b \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} ۳a + ۴b \mid ۱۳b$$

(۲)

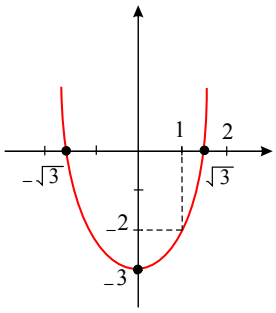
$$\left.\begin{array}{l} ۳a + ۴b \mid ۵a + ۱۱b \xrightarrow{\times ۴} ۳a + ۴b \mid ۲۰a + ۴۴b \\ ۳a + ۴b \mid ۳a + ۴b \xrightarrow{\times ۱۱} ۳a + ۴b \mid ۳۳a + ۴۴b \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} ۳a + ۴b \mid ۱۳a$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow ۳a + ۴b \mid ۱۳(a, b)$$

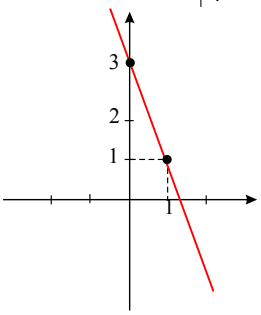
پس $۳a + ۴b$ باید مضرب ۱۳ باشد.

۲۶ - گزینه ۲ برای حل این تست از رسم شکل کمک می‌گیریم.

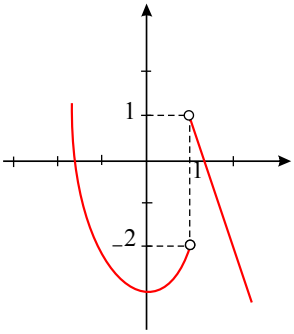
$y = x^۲ - ۳$



$y = ۳ - ۲x \to A\left|\begin{matrix}۱\\۱\end{matrix}\right. \ , \ B\left|\begin{matrix}۰\\۳\end{matrix}\right.$

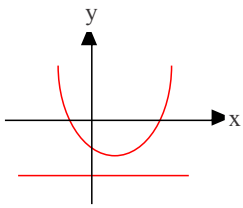


از ترکیب این دو شکل، شکل زیر حاصل می‌گردد.



دقت کنید اگر $a \geq ۱$ باشد در این صورت $x = ۱$ طول Max نسبی است و اگر $a < -۲$ باشد در این صورت $x = ۱$ طول Min نسبی است بنابراین a نمی‌تواند سه مقدار صحیح -۲ و -۱ و ۰ را قبول کند.

۲۷ - گزینه ۲ مکان هندسی موردنظر سهمی با کانون $F(۱,-۱)$ و خط هادی $y = -۲$ می‌باشد. سهمی قائم و دهانهٔ آن رو به بالاست. داریم:



فاصلهٔ کانون تا خط هادی $= ۲a = -۱ - (-۲) = ۱ \to a = \frac{۱}{۲}$

مختصات رأس $S = (۱, \frac{-۱-۲}{۲}) = (۱\ , -\frac{۳}{۲})$

$(x-۱)^۲ = ۴ \times \frac{۱}{۲}(y + \frac{۳}{۲}) \to (x-۱)^۲ = ۲y + ۳$

۲۸ - گزینه ۴ حالت ۱: اگر بزرگ‌ترین درجهٔ صورت چهار باشد داریم:

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{(m^۲-۱)x^۴}{mx} = \lim_{x\to\pm\infty} (\frac{m^۲-۱}{m})x^۳$$

حد فوق در $x \to +\infty$ و $x \to -\infty$ متفاوت می‌باشد زیرا:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} x^۳ = +\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty} x^۳ = -\infty \end{cases}$$

چون حد تابع در $x \to \pm\infty$ فقط برابر $-\infty$ می‌باشد، پس نمی‌تواند بزرگ‌ترین درجهٔ صورت برابر چهار باشد.

حالت ۲: اگر بزرگ‌ترین درجهٔ صورت سه باشد داریم:

$$m^۲ - ۱ = ۰ \Rightarrow m = \pm ۱$$

$$m = ۱ \Rightarrow \lim_{x\to\pm\infty} \frac{۵x^۳ + ۲x^۲ - ۱}{x + ۵} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{۵x^۳}{x} = \lim_{x\to\pm\infty} ۵x^۲ = ۵(\pm\infty)^۲ = +\infty$$

پس $m = ۱$ غیر قابل قبول است.

$$m = -۱ \Rightarrow \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^۳ + ۲x^۲ - ۱}{-x} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^۳}{-x} = \lim_{x\to\pm\infty} (-x^۲) = -(\pm\infty)^۲ = -\infty$$

بنابراین $m = -۱$ قابل قبول است.

۲۹ - گزینه ۱ می‌دانیم $(gof)'(x) = f'(x) \cdot g'(f(x))$ است.

برای آنکه خط مماس بر منحنی تابع gof موازی محور طول‌ها باشد، باید شیب آن برابر صفر باشد، پس باید معادلهٔ $(gof)'(x) = ۰$ را حل کنیم.

$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{۱}{۲\sqrt{x}} \quad , \quad g(x) = \frac{۱}{۳}x^۳ - \frac{۱}{۲}x^۲ - ۶x \Rightarrow g'(x) = x^۲ - x - ۶$$

$$(gof)'(x) = f'(x) \cdot g'(f(x)) = \frac{۱}{۲\sqrt{x}} \times g'(\sqrt{x}) = \frac{g'(\sqrt{x})}{۲\sqrt{x}} = ۰ \Rightarrow g'(\sqrt{x}) = ۰$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x})^۲ - \sqrt{x} - ۶ = ۰ \Rightarrow (\sqrt{x} - ۳)(\sqrt{x} + ۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = -۲ \text{ غ‌ق‌ق} \\ \sqrt{x} = ۳ \Rightarrow x = ۹ \end{cases}$$

پس معادلهٔ $(gof)'(x) = ۰$ فقط یک جواب دارد.

۳۰ - گزینه ۲ یال AB بر روی صفحه عمودبر محور xها به معادلهٔ $x = ۱$ و بر روی صفحه‌ای عمودبر محور zها به معادلهٔ $z = ۲$ قرار دارند و مقادیر y بر روی این یال از نقطهٔ A به عرض $y = ۰$ تا نقطهٔ B به عرض $y = ۳$ متغیر هستند. بنابراین معادلهٔ یال AB به‌صورت $\begin{cases} x = ۱ \\ ۰ \le y \le ۳ \\ z = ۲ \end{cases}$ می‌باشد.

۳۱ - گزینه ۲ دو حالت وجود دارد.

الف) مخرج عبارتی درجه اول باشد یعنی $m = ۱$ که داریم:

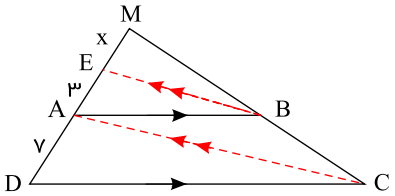
$$f(x) = \frac{۱ - x}{۳x + ۱} \Rightarrow ۳x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -\frac{۱}{۳} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \left\{-\frac{۱}{۳}\right\}$$

ب) مخرج ریشه مضاعف داشته باشد یعنی:

$$(m-۱)x^۲ + ۳x + ۱ = ۰ \Rightarrow \Delta = ۰ \Rightarrow ۹ - ۴(m-۱) = ۰ \Rightarrow ۹ - ۴m + ۴ = ۰ \Rightarrow m = \frac{۱۳}{۴}$$

بنابراین برای m دو مقدار ۱ و $\frac{۱۳}{۴}$ وجود دارد.

۳۲ - گزینه ۲ کافی است دو بار از قضیهٔ تالس استفاده کنیم:



$$\begin{cases} \overset{\Delta}{MAC} : BE \| AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{ME}{AE} = \frac{MB}{BC} \\ \overset{\Delta}{MDC} : AB \| CD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC} \end{cases} \Rightarrow \frac{ME}{AE} = \frac{MA}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{۳} = \frac{x+۳}{۷} \Rightarrow ۷x = ۳x + ۹ \Rightarrow ۴x = ۹ \Rightarrow x = ۲٫۲۵$$

درنتیجه: $MD = ۲٫۲۵ + ۳ + ۷ = ۱۲٫۲۵$

۳۳ - گزینه ۱ طبق صورت سؤال $f(۲+h) - f(۲) = ۳h - h^۲$ است پس:

$$f(۲+h) - f(۲) = h(۳-h) \rightarrow \frac{f(۲+h) - f(۲)}{h} = ۳ - h$$

شیب خط مماس بر منحنی $y = f(x)$ در $x = ۲$ برابر $f'(۲)$ است و می‌دانیم که $\lim_{h \to ۰} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$ است.

پس : $\lim_{h \to ۰} \frac{f(۲+h) - f(۲)}{h} = f'(۲) = \lim_{h \to ۰}(۳ - h) = ۳$

۳۴ - گزینه ۳ رابطهٔ $p \Leftrightarrow q$ زمانی نادرست است که یکی از گزاره‌های q, p درست و دیگری نادرست باشد. درنتیجه $p \vee q$ درست و $p \wedge q$ نادرست می‌باشد، پس $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$ نادرست است. در نتیجه:

عبارت $\equiv r \Leftrightarrow F \equiv \sim r$

r	F	$r \Leftrightarrow F$	$\sim r$
درست	F	نادرست	نادرست
نادرست	F	درست	درست

۳۵ - گزینه ۳ باقی‌ماندهٔ تقسیم $P(x)$ بر $x - ۱$ برابر ۸ است، پس $P(۱) = ۸$ و باقی‌ماندهٔ تقسیم بر $۲x + ۱$ برابر ۵ است پس $P(-\frac{۱}{۲}) = ۵$. باقی ماندهٔ تقسیم $P(x)$ بر $۲x^۲ - x - ۱$ یک چندجمله‌ای درجهٔ اول به‌صورت $mx + n$ است.

$$P(x)=(۲x^۲-x-۱)Q(x)+mx+n \Rightarrow \begin{cases} P(۱)=m+n=۸ \\ P(-\frac{۱}{۲})=-\frac{m}{۲}+n=۵ \end{cases} \Rightarrow m=۲ \ , \ n=۶$$

بنابراین باقی‌ماندهٔ این تقسیم $۲x+۶$ است.

۳۶ - گزینه ۱ باید مشخص کنیم که چه تغییراتی روی یک داده از جامعه‌ی آماری اول انجام می‌شود تا به یک داده از جامعه‌ی آماری دوم تبدیل می‌شود.

$$۲x_۱-۳ \xrightarrow{+۳} ۲x_۱ \xrightarrow{÷۲} x_۱ \xrightarrow{\times ۳} ۳x_۱ \xrightarrow{+۲} ۳x_۱+۲$$

همین تغییرات باید به ترتیب روی میانگین انجام شود.

$$۱۳ \xrightarrow{+۳} ۱۶ \xrightarrow{÷۲} ۸ \xrightarrow{\times ۳} ۲۴ \xrightarrow{+۲} ۲۶$$

بنابراین میانگین داده‌های جامعه‌ی آماری دوم برابر ۲۶ است.

۳۷ - گزینه ۲ تذکر: اعداد به فرم ۲^n را نمی‌توان به‌صورت مجموع چند عدد متوالی نوشت.

بنابراین، عدد ۶۴ کلیت این حکم را نقض می‌کند.

برای سایر گزینه ها داریم:

$$۵۶=۵+۶+۷+۸+۹+۱۰+۱۱ \text{ و } ۷۲=۲۳+۲۴+۲۵ \text{ و } ۷۴=۱۷+۱۸+۱۹+۲۰$$

۳۸ - گزینه ۳ اگر تمام داده‌های آماری را در عددی ضرب کنیم، میانگین نیز در آن عدد ضرب می‌شود و اگر از تمام داده‌های آماری، مقداری ثابت را کم کنیم، از میانگین نیز آن مقدار ثابت کم می‌شود.

$$\text{میانگین}=(۵۷-۱۲)\times ۳=۴۵\times ۳=۱۳۵$$

۳۹ - گزینه ۳ می‌دانیم: $\lim\limits_{h\to ۰^+}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=f'_+(a)$ بنابراین:

$$\lim_{h\to ۰^+}\frac{f(۱+h)-f(۱)}{h}=f'_+(۱)$$

برای محاسبهٔ مشتق ابتدا باید براکت را تعیین عدد و قدرمطلق را تعیین علامت نماییم:

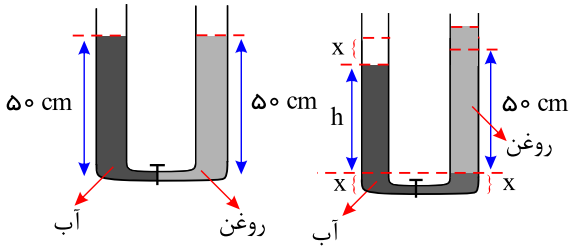
$$f(x)=\sqrt{x^۲-\left[۱^+\right]+x}=\sqrt{x^۲+x-۱}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{۲x+۱}{۲\sqrt{x^۲+x-۱}} \Rightarrow f'_+(۱)=\frac{۳}{۲\sqrt{۱}}=\frac{۳}{۲}$$

۴۰ - گزینه ۴ به بخشی از جامعه که به‌تصادف انتخاب شود نمونه و به هریک از افراد و اشیا که انتخاب می‌شود عضو نمونه گویند.

پاسخنامه تشریحی

۴۱ - گزینه ۲ با باز شدن شیر ارتباط به دلیل اینکه چگالی آب بیشتر از چگالی نفت است، سطح آب در لولهٔ سمت چپ پایین‌تر از سطح نفت در لولهٔ سمت راست قرار می‌گیرد. لذا با انتخاب سطح ترازی مناسب و با استفاده از اصل هم‌فشاری نقاط هم‌تراز، ارتفاع h را محاسبه می‌کنیم:



$$P_{\text{آب}} = P_{\text{روغن}}$$

$$\rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} = \rho_{\text{روغن}} g h_{\text{روغن}} \rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{روغن}} h_{\text{روغن}}$$

$$\rightarrow ۱۰۰۰ \times h_{\text{آب}} = ۸۰۰ \times ۵۰ \rightarrow h_{\text{آب}} = ۴۰cm$$

$$h_{\text{آب}} + ۲x = ۵۰ \rightarrow ۴۰ + ۲x = ۵۰ \rightarrow x = ۵cm$$

بنابراین سطح آب در لولهٔ سمت چپ $۵cm$ پایین می‌آید.

۴۲ - گزینه ۴ دما، جریان الکتریکی و جرم از کمیت‌های اصلی در SI هستند.

۴۳ - گزینه ۱ در اینجا قبل از هرچیز می‌دانیم که اگر حجم کل را V فرض کنیم، $V_۱ = \frac{۱}{۳}V$ و $V_۲ = \frac{۲}{۳}V$ می‌شود. از طرف دیگر چون از جرم حرفی نزده، به جای m از حاصل‌ضرب ρV استفاده می‌کنیم. پس داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲} = \frac{\rho_۱ V_۱ + \rho_۲ V_۲}{V_۱ + V_۲} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_۱ \times \frac{۱}{۳}V + \rho_۲ \times \frac{۲}{۳}V}{V} = \frac{۱}{۳}\rho_۱ + \frac{۲}{۳}\rho_۲ = \frac{\rho_۱ + ۲\rho_۲}{۳}$$

۴۴ - گزینه ۳ آب در $۴^\circ C$ کمترین حجم خود و درنتیجه بیشترین چگالی خود را دارد، پس طبق اصل شناوری، حجم کمتری از مکعب چوبی داخل آب قرار می‌گیرد.

در فاصله‌های دمایی بیشتر نسبت به $۴^\circ C$ حجم آب افزایش یافته و چگالی آن کاهش می‌یابد. به این ترتیب حجم بیشتری از چوب داخل آب قرار می‌گیرد.

۴۵ - گزینه ۳

$$Q = mc\Delta\theta = ۰/۱ \times ۴۰۰ \times (۴۰ - (-۲۰)) = ۲۴۰۰J$$

$$\text{گرمایی که جسم در هر ثانیه گرفته} = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{۲۴۰۰}{۱۲۰} = ۲۰\frac{J}{s}$$

۴۶ - گزینه ۳

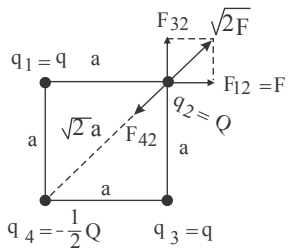
فرآیند ca فرآیندی هم‌فشار است. با استفاده از معادلهٔ حالت و رابطهٔ کار در فرآیند هم‌فشار داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow V = (\frac{nR}{P})T \Rightarrow V_۲ - V_۱ = \frac{nR}{P}(T_۲ - T_۱)$$

$$\Rightarrow W = -P\Delta V = -nR\Delta T \Rightarrow W = -۱ \times ۸ \times (۳۰۰ - ۶۰۰) = ۲۴۰۰J$$

۴۷ - گزینه ۲

اگر فرض کنیم $Q > ۰$ آنگاه:



$$q_۲ = Q > ۰$$

$$q_۴ = -\frac{۱}{۲}Q < ۰$$

و برای خنثی شدن نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 می‌بایستی:

$$q_3 > 0, q_1 > 0 \Rightarrow q > 0$$

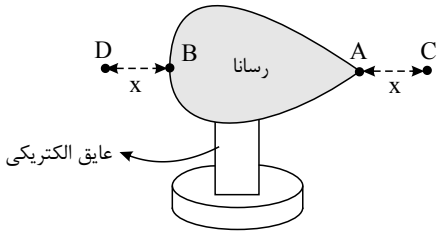
$$\begin{cases} \vec{F_{42}} + \vec{F_{12}} + \vec{F_{32}} = \vec{0} \\ |\vec{F_{12}}| = |\vec{F_{32}}| = F \end{cases} \Rightarrow \vec{F_{42}} = -(\vec{F_{12}} + \vec{F_{32}}) \rightarrow |\vec{F_{42}}| = |-(\vec{F_{12}} + \vec{F_{32}})| \rightarrow \frac{k|q_4||q_2|}{(\sqrt{2}a)^2} = \sqrt{2}F = \sqrt{2}(\frac{kqq_2}{a^2})$$

$$\rightarrow \frac{k\frac{Q}{2}Q}{2a^2} = \frac{\sqrt{2}(kqQ)}{a^2} \rightarrow \frac{Q}{4} = \sqrt{2}q \rightarrow \frac{Q}{q} = 4\sqrt{2}$$

۴۸ - گزینه ۳ برای پاسخ به این تست به موارد زیر توجه می‌کنیم:

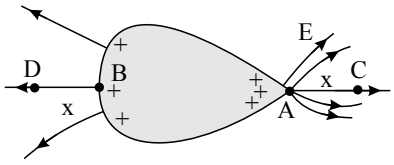
مرحله به مرحله:

۱) در شرایط تعادل الکترواستاتیک پتانسیل الکتریکی در تمام نقاط یک رسانا با هم برابر است: $(*)$ $\boxed{V_A = V_B}$



۲) جسم رسانا دارای بار $+$ است، پس خطوط میدان الکتریکی از آن خارج می‌شود. اما چون چگالی سطحی بار (تجمع بار الکتریکی در واحد سطح) در A بیشتر از B است، میدان در پیرامون A بیشتر از میدان در پیرامون B (بیرون رسانا) است.

بنابراین تراکم خطوط میدان الکتریکی در فضای A تا C بیشتر از تراکم خطوط در فضای B تا D است.



۳) در جهت خطوط میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، بنابراین:

$$\boxed{V_D < V_B \ , \ V_C < V_A} \quad (**)$$

هر چه تراکم خطوط میدان بیشتر باشد با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی با شدت بیشتر کاهش می‌یابد.

بنابراین:

$$V_B - V_D < V_A - V_C \xrightarrow[V_A = V_B]{\text{از طرفی :}} \boxed{V_D > V_C} \quad (***)$$

$$\xrightarrow{(*) \ , \ (**) \ , \ (***)} \boxed{V_A = V_B > V_D > V_C}$$

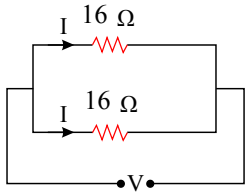
۴۹ - گزینه ۱ چون جرم دو سیم و جنس آن‌ها یکسان است بنابراین حجم آن‌ها یکسان است:

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow R = \rho\frac{LA}{A^2} \rightarrow R = \rho\frac{V}{A^2} \rightarrow \text{حجم} \rightarrow \frac{R_1}{R_2} = (\frac{A_2}{A_1})^2 \rightarrow \frac{R_A}{R_B} = (\frac{A_B}{A_A})^2 \rightarrow \frac{R_A}{10} = (\frac{\pi R_B^2}{\pi R_A^2})^2 \rightarrow \frac{R_A}{10} = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow R_A = 2/5\Omega$$

۵۰ - گزینه ۱

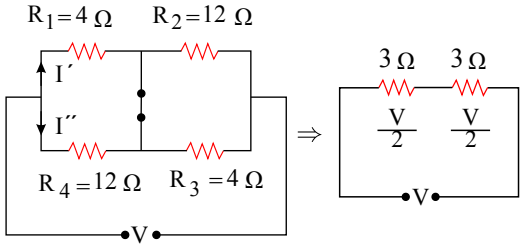
$\Rightarrow$ وقتی کلید باز است



$$V = R_{eq}I_T \Rightarrow V = 8I_T \Rightarrow I_T = \frac{V}{8}$$

جریان کل بین دو مقاومت موازی و برابر **۱۶** اهمی تقسیم می‌شود و به هر شاخه جریان $I = \frac{V}{16}$ می‌رسد.

با بستن کلید نوع اتصال مقاومت‌ها تغییر می‌کند.

وقتی کلید بسته است $\Rightarrow$ 

$$\Rightarrow V = R_{eq} I_T = ۶ I_T \Rightarrow I_T = \frac{V}{۶}$$

و جریان I_T بین مقاومت ۴ و ۱۲ اهمی به نسبت ۳ به ۱ تقسیم می‌شوند و جریان مقاومت ۴Ω برابر $I' = \frac{V}{۸}$ می‌شود.

$$\frac{I' \text{کلید بسته}}{I \text{کلید باز}} = \frac{\frac{V}{۸}}{\frac{V}{۱۶}} = \frac{۱۶}{۸} = ۲$$

۵۱ - گزینه ۲ روش اول: سرعت اولیهٔ متحرک را $v_۰$ در نظر می‌گیریم.

$$\Delta x = \frac{۱}{۲} a t^۲ + v_۰ t \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}(۲)(۲)^۲ + v_۰ \times ۲ = ۴ + ۲v_۰$$

سرعت متحرک بعد از دو ثانیه

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۲ \times ۲ + v_۰ = ۴ + v_۰$$

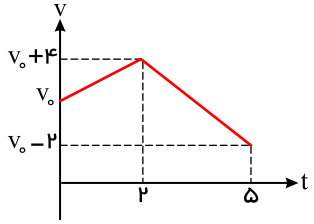
$$\Delta x_۲ = \frac{۱}{۲} a t^۲ + v_۰ t = \frac{۱}{۲} \times (-۲)(۳)^۲ + (۴ + v_۰) \times ۳ \Rightarrow \Delta x_۲ = -۹ + ۱۲ + ۳v_۰ = ۳ + ۳v_۰$$

$$\Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۴ + ۲v_۰ + ۳ + ۳v_۰ = ۷ + ۵v_۰$$

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۶/۴ = \frac{۷ + ۵v_۰}{۵} \Rightarrow ۵v_۰ + ۷ = ۳۲ \Rightarrow ۵v_۰ = ۲۵ \Rightarrow v_۰ = ۵ m/s$$

روش دوم: رسم نمودار $v - t$ از روی نمودار $a - t$:

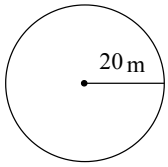
سطح زیر نمودار $v - t$ معرف جابه‌جایی می‌باشد:



$$V_{av} = \frac{S}{\Delta t} \Rightarrow ۶/۴ = \frac{\frac{(v_۰ + v_۰ + ۴) \times ۲}{۲} + \frac{(v_۰ + ۴ + v_۰ - ۲) \times ۳}{۲}}{۵}$$

$$\Rightarrow v_۰ = ۵ m/s$$

۵۲ - گزینه ۴



شعاع دایره : $۲r = ۴۰ \Rightarrow r = ۲۰ m$

محیط $= ۲\pi r = ۲ \times ۳ \times ۲۰ = ۱۲۰ m$

چون تندی ثابت بوده است، می‌توان از رابطهٔ روبه‌رو استفاده کنیم:

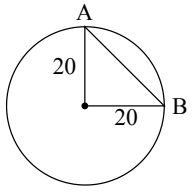
$$\Delta x = v \cdot \Delta t$$

کل مسافت طی‌شده $\Delta x = ۳ \times ۹۰ = ۲۷۰ m$

خودرو در مدت $۹۰ s$ دو دور و یک چهارم دور از محیط دایره را پیموده است:

$$\frac{۲۷۰}{۱۲۰} = ۲\frac{۱}{۴} (۱۲۰ + ۱۲۰ + ۳۰ = ۲۷۰)$$

خودرو از B تا A منتقل می‌شود، یعنی یک چهارم دایره را طی کرده و جابه‌جایی از B تا A برابر وتر AB است.



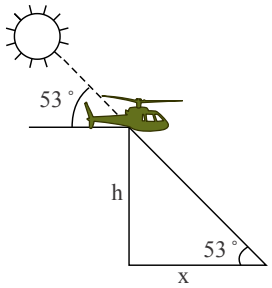
جابه‌جایی $= AB$

$$AB = \sqrt{۲۰^۲ + ۲۰^۲} = \sqrt{۸۰۰} = \sqrt{۴۰۰ \times ۲} = ۲۰\sqrt{۲} m$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۰\sqrt{۲}}{۹۰} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۹} \frac{m}{s}$$

۵۳ - گزینه ۳

با توجه به حرکت عمودی پهپاد و حرکت افقی سایه بر روی سطح زمین می‌توانیم از مفهوم $\tan\alpha$ برای حل این مسئله کمک بگیریم:



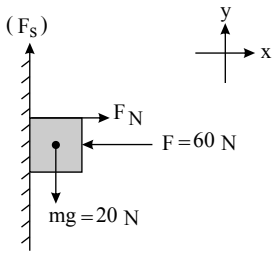
$$h = v_{av}\Delta t = ۵ \times ۴ = ۲۰m$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \tan ۵۳ = \frac{h}{x} \Rightarrow x = \frac{h}{\tan ۵۳^\circ} = \frac{۲۰}{\frac{۴}{۳}} = ۱۵m$$

بنابراین:

$$(v_{av})_{\text{سایه}} = \frac{x}{\Delta t} = \frac{۱۵}{۴} = ۳/۷۵\, m/s$$

۵۴ - گزینه ۴ با توجه به شکل که نیروی وارد بر جسم را در راستای افقی و قائم نشان می‌دهد، داریم:



$$x:\ F_N = ۶۰N \rightarrow (f_s)_{max} = \mu_s F_N = \frac{۶}{۱۰} \times ۶۰ = ۳۶N$$

با افزودن نیروی $۱۰N$ در امتداد و جهت نیروی وزن $(mg + ۱۰N) = ۳۰N < (f_s)_{max} = ۳۶N$ بوده، بنابراین جسم همچنان ساکن می‌ماند. در حالت دوم (پس از افزودن نیروی $۱۰N$)

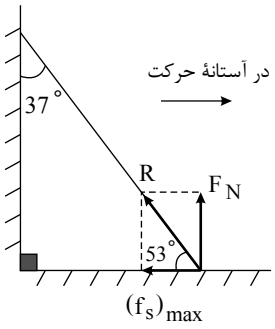
$$y:\ (F_{net})_y = ma_y = ۰ \rightarrow f_s = mg + ۱۰ = ۳۰$$

$$f_s = ۳۰N \quad , \quad F_N = ۶۰N$$

$$R = \sqrt{f_s^۲ + F_N^۲} \Rightarrow R = \sqrt{۳۰^۲ + ۶۰^۲} \Rightarrow R = \sqrt{۹۰۰ + ۳۶۰۰} = \sqrt{۴۵۰۰} = ۳۰\sqrt{۵}$$

۵۵ - گزینه ۳

قدم اول: نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، معادل برآیند نیروی اصطکاک و عمودی تکیه‌گاه است، با رسم نیروی وارد بر نردبان از طرف سطح زمین، داریم:

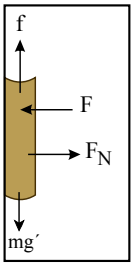


$$\tan ۵۳^\circ = \frac{F_N}{(f_s)_{\max}} = \frac{F_N}{\mu_s F_N} = \frac{۱}{\mu_s} \rightarrow \mu_s = \frac{۱}{\tan ۵۳^\circ} = \frac{۱}{\frac{۴}{۳}} = \frac{۳}{۴} \rightarrow \mu_s = ۰/۷۵$$

ازمون جامع ریاضی دفترچه ۲کد ۲

وزن نردبان تأثیری نداشته است!

۵۶ - گزینه ۴ چون جهت شتاب آسانسور روبه بالا است، نسبت به ناظر ساکن بیرون آسانسور داریم:



$$g' = g + a = ۱۰ + ۲ = ۱۲$$

$$\text{کتاب نسبت به آسانسور ساکن} = F_{net_y} = ۰ \Rightarrow f_s = mg'$$

$$f_{s\,max} = \mu_s F_N = \mu_s \cdot F$$

$$mg' = \mu_s \cdot F \Rightarrow ۰/۵ \times ۱۲ = \mu_s \times ۱۸ \Rightarrow \mu_s = ۰/۳۳$$

۵۷ - گزینه ۳ با توجه به نمودار مقادیر E و A را مشخص کرده و پس از آن بسامد نوسان را محاسبه می‌کنیم.

$$E = ۴۰J\ ,\ A = ۸cm = \frac{۸}{۱۰۰}, m = ۵۰۰g = ۰/۵kg$$

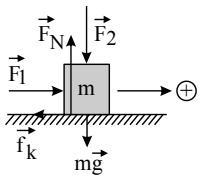
$$E = K_{max} = \frac{۱}{۲}mv_m^۲ = \frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲ = \frac{۱}{۲}mA^۲(۲\pi f)^۲$$

$$\rightarrow E = ۲m\pi^۲A^۲f^۲ \rightarrow ۴۰ = ۲(۰/۵)(۱۰)(\frac{۸}{۱۰۰})^۲ \times f^۲$$

$$\rightarrow ۴۰ = \frac{۶۴}{۱۰۰۰}f^۲ \rightarrow f^۲ = \frac{۴۰۰۰۰}{۶۴} \rightarrow \boxed{f = \frac{۲۰۰}{۸} = ۲۵Hz}$$

۵۸ - گزینه ۴

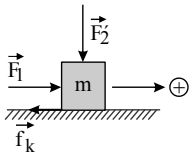
وقتی جسم با تندی ثابت حرکت می‌کند برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است.



$$\text{برایند } F = ma \Rightarrow F_۱ - f_k = ma \xrightarrow[\text{تندی ثابت}]{a=۰} ۲۰ - f_k = ۰$$

$$\Rightarrow \mu_k N = ۲۰ \Rightarrow \mu_k(F_۲ + mg) = ۲۰ \xrightarrow[mg=۲۰N]{F_۲=۱۰N} \mu_k(۱۰ + ۲۰) = ۲۰ \Rightarrow \mu_k = \frac{۲}{۳}$$

وقتی نیروی $F_۲$ افزایش می‌یابد. f_k نیز افزایش می‌یابد و لذا نوع حرکت جسم کندشونده می‌شود.



$$\xrightarrow[\text{حرکت کندشونده}]{} F_۱ - f_k = ma \Rightarrow ۲۰ - \mu_k(F'_۲ + mg) = ۲ \times (-۲) \Rightarrow ۲۰ - \frac{۲}{۳}(F'_۲ + ۲۰) = -۴ \Rightarrow F'_۲ = ۱۶N$$

بنابراین نیروی $F_۲$ باید ۶ نیوتون افزایش یابد.

۵۹ - گزینه ۲ دقت کنید مسافتی که یک ذره از طناب می‌پیماید با مسافتی که موج در طول طناب طی می‌کند متفاوت است. مسافتی که یک ذره از طناب در مدت یک نوسان کامل می‌پیماید برابر $۴A$ است. یعنی:

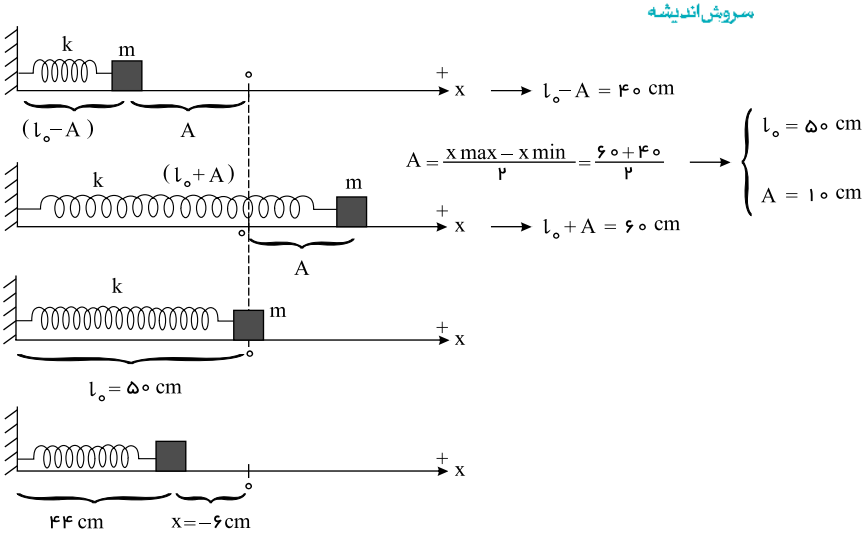
$$۴A = ۴ \times ۲cm = ۸cm$$

$$\text{تعداد نوسان‌ها} : n = \frac{t}{T} \Rightarrow \frac{۱۶}{۸} = \frac{۰/۲}{T} \Rightarrow T = ۰/۱s$$

$$\lambda = vT \Rightarrow ۱/۵ = v \times ۰/۱ \Rightarrow v = ۱۵m/s$$

$$\text{پیشروی قله‌ی موج} : \Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = ۱۵\frac{m}{s} \times ۰/۲s = ۳m$$

۶۰ - گزینه ۱ ابتدا دامنهٔ نوسان و بسامد زاویه‌ای آن را محاسبه می‌کنیم. با توجه به شکل می‌دانیم که:



$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{250}{10}} = 5\,rad/s$$

حال برای تعیین شتاب نوسانگر در لحظه‌ای که از مکان x می‌گذرد داریم:

$$a = -\omega^2 x = -25\left(-\frac{6}{100}\right) = 1{,}5 \rightarrow \boxed{a = 1{,}5 m/s^2}$$

توجه: آهنگ تغییرات سرعت برابر شتاب جسم است.

۶۱ - گزینه ۳ می‌دانیم انرژی یک فوتون طبق رابطهٔ $E = hf$ فقط به بسامد آن وابسته است و بسامد یک موج نیز مستقل از شرایط محیط انتشار آن موج در محیط است.

* نتیجه: انرژی یک فوتون در تمام محیط‌ها دارای مقدار ثابتی است

$$\begin{cases} E = hf \ (1) \\ \lambda = \frac{v}{f} \rightarrow f = \frac{v}{\lambda} \xrightarrow{v=\frac{c}{n}} f = \frac{c}{n\lambda} \ (2) \end{cases}$$

$$(1), (2) \Rightarrow E = \frac{hc}{n\lambda} = 6{,}6 \times 10^{-34} \times \frac{3 \times 10^8}{\frac{5}{4} \times 440 \times 10^{-9}} = \frac{6{,}6 \times 3}{\frac{5}{4} \times 440} \times 10^{-17}$$

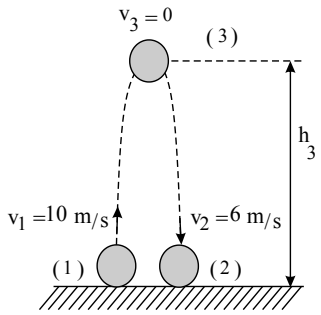
$$\rightarrow E = \frac{19{,}8}{550} \times 10^{-17} = 0{,}036 \times 10^{-17} = 3{,}6 \times 10^{-19} J \rightarrow E = 3{,}6 \times 10^{-19} J$$

۶۲ - گزینه ۲ نکتهٔ اول این‌که عنوان شده الکترون‌ها از سطح فلز جدا شده‌اند. پس فوتون‌های نور بنفش این توانایی را داشته‌اند.

در چنین شرایطی افزایش شدت نور یعنی افزایش تعداد فوتون‌های نور بنفشِ تابیده بر سطح فلز. آهنگ تعداد فوتون‌ها برابر می‌شود با تعداد فوتوالکترون‌های کنده شده از سطح فلز در واحد زمان. گفتیم تعداد فوتون‌های تابشی به سطح فلز با افزایش شدت نور بنفش افزایش می‌یابد، بنابراین بدیهی است تعداد فوتوالکترون‌های بیشتری از سطح فلز جدا شوند، یعنی آهنگ جدا شدن فوتوالکترون‌ها از سطح فلز افزایش یابد. ولی فقط تعداد فوتون‌ها افزایش یافته نه انرژی هر یک، پس انرژی فوتوالکترون‌ها تغییر نمی‌کند.

۶۳ - گزینه ۳

با در نظرگرفتن سطح زمین به عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی و استفاده از قانون پایستگی انرژی داریم:



$$W_{(\text{مقاوم(صعود)})} = W_{(\text{مقاوم(سقوط)})} = \frac{1}{2}W_{\text{مقاوم}} \Rightarrow W_{\text{مقاوم}} = E_2 - E_1 = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1)$$

$$= (\frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2) - (\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1) \xrightarrow{h_1=0\ ,\ h_2=0} W_{\text{مقاوم}} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times (6^2 - 10^2) = -64J \Rightarrow W_{(\text{مقاوم(صعود)})} = W_{(\text{مقاوم(صعود)})} = -32J$$

اگر حرکت جسم را فقط در هنگام صعود در نظر بگیریم:

$$W_{(\text{مقاوم(صعود)})} = E_3 - E_1 = (K_3 + U_3) - (K_1 + U_1)$$

$$= (\frac{1}{2}mv_3^2 + mgh_3) - (\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1) \xrightarrow{v_3=0\ ,\ h_1=0} W_{(\text{مقاوم(صعود)})} = mgh_3 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow -32 = 2 \times 10 \times h_3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 \Rightarrow -32 = 20h_3 - 100 \Rightarrow h_3 = 3/4m$$

روش دوم: قضیهٔ کار و انرژی را دوبار می‌نویسیم:

در رفت: $W_f + W_g = K_{\text{اوج}} - K_1 \rightarrow -mgh + W_f = -K_1$

در برگشت: $W_f + W_g = K_2 - K_{\text{اوج}} \rightarrow mgh + W_f = K_2$

با کم کردن دو رابطه از هم داریم:

$$2mgh = K_2 + K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 + v_1^2) \rightarrow 2 \times 10 \times h = \frac{1}{2}(36 + 100) \rightarrow h = 3/4m$$

۶۴ - گزینه ۳ فشار وارد بر ته ظرف به حجم ظرف و سطح مقطع ظرف بستگی ندارد و تنها طبق رابطه‌ی $P = \rho gh$ به ارتفاع مایع درون ظرف بستگی دارد و چون در این دو ظرف جنس و ارتفاع یکسان است پس $P_1 = P_2$

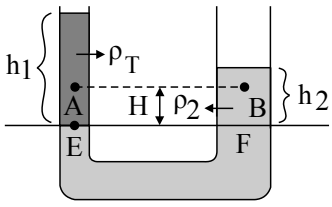
اما نیرویی که ظرف‌ها بر سطح افقی وارد می‌کنند برابر مجموع وزن مایع‌ها و ظرف است که در هر دو شکل یکسان است و $F_1 = F_2$

۶۵ - گزینه ۳ چون اصطکاک نداریم ($W_f = 0$) می‌توان از اصل پایستگی انرژی بین نقطهٔ پرتاب و نقطهٔ موردنظر استفاده کرد:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = U_2 + \frac{1}{2}U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{3}{2}U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times m(30)^2 = \frac{3}{2} \times mgh \Rightarrow h = 30m$$

۶۶ - گزینه ۴



*نکته: فشار در نقاط هم‌تراز درون یک مایع ساکن برابر است؛ بنابراین چون دو نقطهٔ C و D هم‌تراز و در درون یک مایع ساکن‌اند، پس: $P_C = P_D$

اما دو نقطهٔ A و B هم تراز هستند ولی در داخل دو مایع ساکن قرار دارند. در این حالت فشار دو نقطه در درون مایع‌ها از رابطهٔ $P = \rho gh$ مقایسه می‌شود. با توجه به هم‌فشاری دو نقطهٔ E و F داریم:

$$\begin{cases} P_E = P_A + \rho_1 gh \\ P_F = P_B + \rho_2 gh \end{cases} \xrightarrow{P_E=P_F} P_A + \rho_1 gh = P_B + \rho_2 gh \Rightarrow P_A = P_B + (\rho_2 - \rho_1)gh \xrightarrow{\rho_2>\rho_1} P_A > P_B$$

نکته: به‌طور کلی، در مقایسهٔ فشار دو نقطهٔ هم‌تراز در دو مایع مخلوط نشدنی مرتبط در حال تعادل، نقطه‌ای که در مایع چگالتر قرار دارد، دارای فشار کمتری است. یعنی در اینجا، فشار نقطهٔ B که در مایع چگالتر است، کمتر از فشار نقطهٔ A است. ($P_A > P_B$)

* البته با توجه به گزینه‌ها و بدون حل هم می‌توان فهمید که گزینهٔ ۴ درست است. چون حتماً $P_C = P_D$ ، $P_A \neq P_B$ که این شرط فقط در گزینهٔ ۴ برقرار است.

۶۷ - گزینه ۴ بار الکتریکی یک جسم همواره مضرب صحیحی از بار پایه (e) است و اندازهٔ آن از رابطهٔ $q = \pm ne$ به‌دست می‌آید و داریم:

ازمون جامع ریاضی دفترچه ۲کد ۲

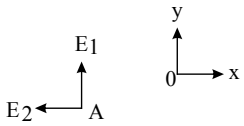
$$q = ne \rightarrow ۱ \times ۱۰^{-۶} = n \times ۱٫۶ \times ۱۰^{-۱۹} \rightarrow n = \frac{۱۰^{-۶}}{۱٫۶ \times ۱۰^{-۱۹}} = ۶٫۲۵ \times ۱۰^{۱۲}$$

بنابراین باید تعداد $۶٫۲۵ \times ۱۰^{۱۲}$ الکترون از سکه خنثی خارج شود تا بار الکتریکی آن $+۱\mu C$ شود.

۶۸ - گزینه ۱

چون جریان ورودی به رئوستا از C خارج می‌شود، (و نه از B) بنابراین جای لغزنده تأثیری در طول سیمی که جریان از آن عبور می‌کند ندارد. یعنی مقاومت رئوستا و در نتیجه مقاومت معادل مدار با حرکت لغزنده ثابت می‌ماند.

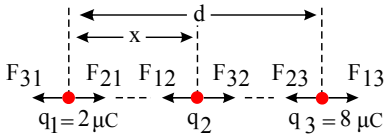
۶۹ - گزینه ۴ با توجه به نوع و اندازهٔ بارها، میدان هریک در رأس A را پیدا می‌کنیم.



$$\begin{cases} E_۱ = \frac{k|q_۱|}{r^۲} = \frac{(۹ \times ۱۰^{۹})(۴ \times ۱۰^{-۶})}{(۰٫۳)^۲} = ۴ \times ۱۰^{۵} N/C \\ E_۲ = \frac{k|q_۲|}{r_۲^۲} = \frac{(۹ \times ۱۰^{۹})(۸ \times ۱۰^{-۶})}{(۰٫۴)^۲} = ۴٫۵ \times ۱۰^{۵} N/C \end{cases}$$

$$\rightarrow \vec{E_A} = -۴٫۵ \times ۱۰^{۵}\vec{i} + ۴ \times ۱۰^{۵} j$$

۷۰ - گزینه ۳ با توجه به اینکه برایند نیروهای الکترواستاتیکی وارد بر هر یک از بارها برابر صفر است، پس علامت بار $q_۲$ منفی می‌باشد.



$$F_{۱۲} = F_{۳۲} \Rightarrow k\frac{۲ \times q_۲}{x^۲} = k\frac{۸ \times q_۲}{(d-x)^۲} \Rightarrow ۴x^۲ = (d-x)^۲ \quad (۱)$$

$$F_{۲۱} = F_{۳۱} \Rightarrow k\frac{۲ \times q_۲}{x^۲} = k\frac{۲ \times ۸}{d^۲} \Rightarrow q_۲ = ۸\frac{x^۲}{d^۲} \quad (۲)$$

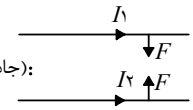
$$(۱) \text{ رابطهٔ } \Rightarrow ۲x = d - x \Rightarrow ۳x = d \Rightarrow x = \frac{d}{۳}$$

$$(۲) \text{ رابطهٔ } \Rightarrow q_۲ = ۸\frac{x^۲}{d^۲} = ۸\frac{\frac{d^۲}{۹}}{d^۲} = \frac{۸}{۹}\mu C$$

چون بار $q_۲$ منفی است، پس $q_۲ = -\frac{۸}{۹}\mu C$ است.

۷۱ - گزینه ۱

سیم‌های موازی حامل جریان در صورتی که دارای جریان‌های همسو باشند یکدیگر را می‌ربایند، بنابراین جهت $\vec{F}_۱$ به سوی پایین و جهت $\vec{F}_۲$ به سوی بالاست. از طرفی مطابق قانون سوم نیوتن (هر عملی را عکس‌العملی است مساوی و خلاف جهت) دو سیم نیروهایی برابر و خلاف جهت به یکدیگر وارد می‌کنند.

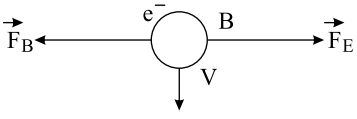


۷۲ - گزینه ۱ چون میلهٔ MN به‌طرف چپ حرکت می‌کند، شار مغناطیسی کاهش می‌یابد و طبق قانون لنز برای مخالفت با این کاهش شار، باید میدان مغناطیسی القایی (B') در جهت B اصلی باشد. طبق قانون دست راست جهت جریان القایی از M به N خواهد بود، از طرفی چون میله با شتاب ثابت حرکت داده می‌شود، پس با گذشت زمان سرعت آن مرتب افزایش می‌یابد. در نتیجه جریان القایی نیز افزایش می‌یابد.

$$\uparrow I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BLv\uparrow}{R}$$

۷۳ - گزینه ۲ نکته: نیروی الکتریکی وارد بر بار $q < ۰$، خلاف جهت $\vec{E}$ است و نیروی مغناطیسی وارد بر $q < ۰$ برعکس قانون دست راست است.

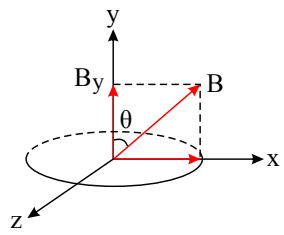
با توجه به قانون دست راست نیروی مغناطیسی وارد بر الکترون‌ها را به‌دست می‌آوریم، و نیروی الکتریکی وارد بر الکترون‌ها نیز به‌دست می‌آوریم، اگر این ۲ نیرو خلاف جهت یکدیگر باشند (و هم‌اندازه) برآیند نیروهای وارد بر الکترون صفر می‌شود و الکترون مسیر حرکت خود را حفظ می‌کند، در گزینهٔ (۲) داریم:



۷۴ - گزینه ۴ برای تعیین بزرگی میدان مغناطیسی می‌توان نوشت:

ازمون جامع ریاضی دفترچه ۲کد ۲

$$\vec{B} = ۰/۳\vec{i} + ۰/۴\vec{j} \Rightarrow B = \sqrt{۰/۳^۲ + ۰/۴^۲} \Rightarrow B = ۰/۵T$$



با توجه به تعریف شار مغناطیسی عبوری از یک سطح، تنها مؤلفه‌ای ازمیدان که عمود بر سطح است (در اینجا B_y) در تعیین مقدار شار عبوری مغناطیسی سهم دارد و مؤلفه‌ای از میدان که موازی سطح است (در اینجا B_x) سهمی در شار مغناطیسی ندارد، بنابراین داریم:

$$\Phi = BA\cos\theta \xrightarrow{B\cos\theta = B_y} \Phi = B_y A = ۰/۴ \times ۲۰۰ \times ۱۰^{-۴}$$
$$\Rightarrow \Phi = ۸ \times ۱۰^{-۳} Wb$$

۷۵ - گزینه ۳

معادلهٔ مستقل از شتاب : $\Delta x = \frac{v + v_۰}{۲}\Delta t \Rightarrow ۰ - ۱۲ = \frac{۰ + v_۰}{۲} \times ۴ \Rightarrow v_۰ = -۶m/s$

با توجه به شکل سهمی و اینکه رأس سهمی در $t = ۴$ است، سرعت در $t = ۸s$، هم‌اندازهٔ سرعت در لحظهٔ صفر است، پس: $v = +۶m/s$

۷۶ - گزینه ۴ ابتدا فراوانی ایزوتوپ ^{۵۲}X که ایزوتوپ سبک‌تر است را تعیین می‌کنیم:

$$\bar{M} = \frac{M_۱F_۱ + M_۲F_۲}{F_۱ + F_۲}$$
$$۵۳/۲ = \frac{۵۲F_۱ + ۵۴(۱۰۰ - F_۱)}{۱۰۰} \Rightarrow F_۱ = \%۴۰$$

روش اول:

$$?\, atom^{۵۲}X = ۱۵۰g\ X\text{نمونه} \times \frac{۱amu}{۱/۶۶ \times ۱۰^{-۲۴}g} \times \frac{۱atom\,X}{۵۳/۲amu\,X} \times \frac{۴۰atom^{۵۲}X}{۱۰۰atom\,X} \simeq ۶۷/۹ \times ۱۰^{۲۲}atom$$

روش دوم:

$$?\, atom^{۵۲}X = ۱۵۰g \times \frac{۱mol}{۵۳/۲g} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}atom}{۱mol} \times \frac{۴۰atom\ ^{۵۲}X}{۱۰۰atom} \simeq ۶۷/۹ \times ۱۰^{۲۲}atom$$

۷۷ - گزینه ۲

$$A \text{ جرم اتمی میانگین} = \frac{(۴۵ \times ۱۰) + (۴۷ \times ۹۰)}{۱۰۰} = ۴۶/۸amu$$

$$X \text{ جرم اتمی میانگین} = \frac{(۳۵ \times ۲۰) + (۳۷ \times ۸۰)}{۱۰۰} = ۳۶/۶amu$$

$$M_{A_۲X_۳} = ۲(۴۶/۸) + ۳(۳۶/۶) = ۹۳/۶ + ۱۰۹/۸ = ۲۰۳/۴amu$$

۷۸ - گزینه ۲ موارد «آ» و «ت» نادرست است.

تعداد الکترون‌های اتم‌های خنثی M و N با هم برابر نیست، پس پروتون‌های برابر هم ندارند و نمی‌توانند ایزوتوپ یک عنصر باشند. تعداد پروتون‌های اتم M، به اندازهٔ بار آنیون N از پروتون‌های N بیش‌تر است.

چون عدد جرمی که مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها است، در هر دو برابر است، پس باید تعداد نوترون‌های M به اندازهٔ بار آنیون N از نوترون‌های N کم‌تر باشد.

مجموع تعداد تمام ذرات موجود در اتم M با مجموع تعداد تمام ذرات موجود در آنیون عنصر N برابرند.

۷۹ - گزینه ۲ ابتدا همهٔ اتم‌ها را هشت‌تایی می‌کنیم:

$$[:\ddot{N} \equiv \ddot{N} - \ddot{N} \equiv \ddot{N} - \ddot{N}:]^q$$

این ترکیب از ۵ اتم نیتروژن (N) تشکیل شده است و هر اتم نیتروژن در حالت خنثی ۵ الکترون در لایهٔ ظرفیت دارد، بنابراین این گونه در حالت خنثی باید دارای $۵ \times ۵ = ۲۵$ الکترون باشد. با شمارش تعداد الکترون‌ها، مشاهده می‌شود که این گونه فقط ۲۴ الکترون دارد، بنابراین بار الکترکی این یون (q) برابر ۱+ است.

بار یون = مجموع شمار الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها − مجموع شمار الکترون‌های به کار رفته در ساختار لوویس $\Rightarrow q = (۵ \times ۵) - ۲۴ = +۱$

۸۰ - گزینه ۱ ابتدا معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش‌ها را می‌نویسیم:

ازمون جامع ریاضی دفترچه ۲ کد ۲

$$۲C_۲H_۶ + ۷O_۲ \rightarrow ۴CO_۲ + ۶H_۲O \text{ و } ۲C_۳H_۶ + ۹O_۲ \rightarrow ۶CO_۲ + ۶H_۲O$$

فرض می‌کنیم جرم هریک از گازهای اتان و پروپن a گرم است:

$$agC_۲H_۶ \times \frac{۱molC_۲H_۶}{۳۰gC_۲H_۶} \times \frac{۲۲/۴LC_۲H_۶}{۱molC_۲H_۶} = \frac{۲۲/۴a}{۳۰}LC_۲H_۶$$
$$agC_۳H_۶ \times \frac{۱molC_۳H_۶}{۴۲gC_۳H_۶} \times \frac{۲۲/۴LC_۳H_۶}{۱molC_۳H_۶} = \frac{۲۲/۴a}{۴۲}LC_۳H_۶$$

این گازها حجمی معادل **۸۹/۶** لیتر دارند:

$$\frac{۲۲/۴a}{۳۰} + \frac{۲۲/۴a}{۴۲} = ۸۹/۶ \Rightarrow a = ۷۰g$$

حال به‌صورت جداگانه حجم $CO_۲$ حاصل از سوختن آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} ۷۰gC_۲H_۶ \times \frac{۱molC_۲H_۶}{۳۰gC_۲H_۶} \times \frac{۴molCO_۲}{۲molC_۲H_۶} \times \frac{۲۲/۴LCO_۲}{۱molCO_۲} \simeq ۱۰۴/۵LCO_۲ \\ ۷۰gC_۳H_۶ \times \frac{۱molC_۳H_۶}{۴۲gC_۳H_۶} \times \frac{۶molCO_۲}{۲molC_۳H_۶} \times \frac{۲۲/۴LCO_۲}{۱molCO_۲} = ۱۱۲LCO_۲ \end{cases}$$
$$\Rightarrow ۱۱۲ - ۱۰۴/۵ = ۷/۵L$$

۸۱ - گزینه ۴

$$۲H_۲S(g) + ۳O_۲(g) \rightarrow ۲SO_۲(g) + ۲H_۲O(g)$$

مجموع ضریب‌های استوکیومتری مواد: $۲ + ۳ + ۲ + ۲ = ۹$

$$۴NH_۳(g) + ۵O_۲(g) \rightarrow ۴NO(g) + ۶H_۲O(g)$$

مجموع ضریب‌های استوکیومتری مواد: $۴ + ۵ + ۴ + ۶ = ۱۹$

تفاوت مجموع ضریب‌های استوکیومتری مواد در دو معادله: $۱۹ - ۹ = ۱۰$

۸۲ - گزینه ۲

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{درصد جرمی} \times \text{چگالی} \times ۱۰}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \frac{۱۰ \times ۴۹ \times ۱/۲۵}{۹۸} = ۶/۲۵\, mol \cdot L^{-۱}$$

۸۳ - گزینه ۲

از فرمول طلایی زیر استفاده می‌کنیم که در آن، a درصد جرمی، d چگالی و M جرم مولی است.

فرمول مولکولی اتانول: $C_۲H_۵OH$

$$C_m = \frac{۱۰ad}{M} = \frac{۱۰ \times ۲۳ \times ۰/۹}{۴۶} = ۴/۵M$$

۸۴ - گزینه ۲ به‌دلیل انحلال‌پذیری ناچیز گازها در آب، چگالی محلول را می‌توان یک در نظر گرفت و از سوی دیگر، حجم محلول با حجم آب برابر است.

$$\begin{cases} ۰/۰۱mol\ NO \times \frac{۳۰g\ NO}{۱mol\ NO} = ۰/۳g\ NO \\ ۱L_{\text{محلول}} \times \frac{۱L_{\text{آب}}}{۱L_{\text{محلول}}} \times \frac{۱۰۰۰g_{\text{آب}}}{۱L_{\text{آب}}} = ۱۰۰۰gH_۲O \end{cases}$$

انحلال‌پذیری به ازای ۱۰۰ گرم آب تعریف می‌شود:

$$\text{انحلال‌پذیری} = ۰/۰۳\frac{g}{۱۰۰gH_۲O}$$

با توجه به نمودار داده‌شده، انحلال‌پذیری NO در فشار **۴/۴** اتمسفر، برابر با **۰/۰۳** گرم است.

۸۵ - گزینه ۴

$$CuO(s) + H_۲(g) \xrightarrow{\Delta} Cu(s) + H_۲O(g)$$

کاهش جرم نمونه مربوط به اکسیژن ترکیب است یعنی:

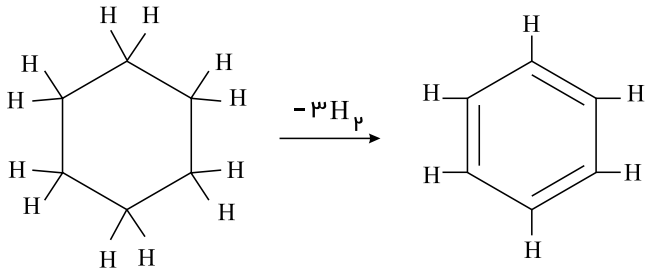
$$CuO \text{ خالص } g = ۱٫۲gO \times \frac{۱molO}{۱۶gO} \times \frac{۸۰gCuO}{۱molO} = ۶g \text{ خالص } CuO$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم خالص}}{\text{جرم ناخالص}} \times ۱۰۰ = \frac{۶}{۸} \times ۱۰۰ = ۷۵$$

روش دوم:

$$\frac{۸gCuO \times a}{۱ \times ۸۰} = \frac{۱٫۲gO}{۱ \times ۱۶} \Rightarrow a = ۷۵\%$$

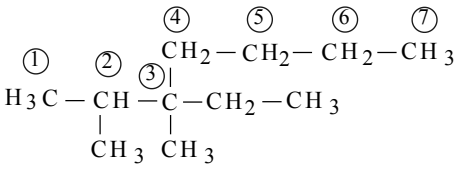
۸۶ - گزینه ۲



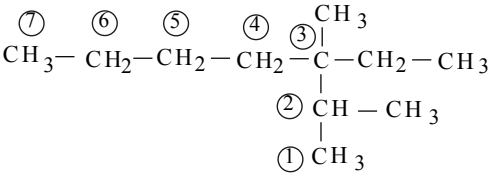
سیکلو هگزان $(C_۶H_{۱۲})$ بنزن $(C_۶H_۶)$

۸۷ - گزینه ۲ ترکیب‌های آ و ت هر دو، **۳**-اتیل- **۲**، **۳**-دی‌متیل هپتان نام دارند.

ترکیب آ)



ترکیب ت)



۸۸ - گزینه ۲ از ترکیبی می‌توان به عنوان مونومر سازندهٔ یک پلی‌آمید استفاده کرد که ساختار آن یک دی آمین یا یک دی اسید باشد و یا ترکیبی باشد که شامل هر دو گروه عاملی اسید و آمین و ... است(آمینواسیدها). بنابراین فقط ترکیب های اول (دی آمین) و سوم (دارای یک گروه اسیدی و یک گروه آمینی) چنین ویژگی دارند.

۸۹ - گزینه ۲ واکنش سوختن یک مول متان $(CH_۴)$ و اتان $(C_۲H_۶)$ را نوشته و موازنه می‌کنیم:

$$CH_۴(g) + ۲O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) + ۲H_۲O(g)$$

$$C_۲H_۶(g) + \frac{۷}{۲}O_۲(g) \rightarrow ۲CO_۲(g) + ۳H_۲O(g)$$

در اثر سوختن یک مول متان $(CH_۴)$، یک مول گاز $CO_۲$ تولید می‌شود؛ بنابراین گرمای آزادشده به ازای تولید یک مول $CO_۲$ برابر $۸۹۰kJ$ است. در سوختن یک مول اتان $(C_۲H_۶)$، ۲ مول گاز $CO_۲$ تولید می‌شود که به ازای تولید یک مول $CO_۲$، $\frac{۲۲۲۰kJ}{۲} = ۱۱۱۰kJ$ گرما تولید می‌شود؛ بنابراین گرمای آزادشده به ازای تولید یک مول $CO_۲$ در اثر سوختن اتان، $۲۲۰kJ$ $(۱۱۱۰ - ۸۹۰ = ۲۲۰)$ بیشتر است.

۹۰ - گزینه ۳ در روش محاسبهٔ آنتالپی یک واکنش با استفاده از مقادیر آنتالپی پیوند، می‌توان از رابطهٔ زیر نیز استفاده کرد:

$$\Delta H = (\text{مجموع آنتالپی پیوندهای شکسته شده}) - (\text{مجموع آنتالپی پیوندهای تشکیل شده})$$

که با توجه به مقایسهٔ ساختار گستردهٔ مواد واکنش‌دهنده و فرآورده، می‌توان نتیجه گرفت که فقط یک مول پیوند $C - C$ و یک مول پیوند $H - H$ تشکیل شده و دو مول پیوند $C - H$ شکسته شده است:

$$\Delta H = (۲ \times ۴۱۲) - (۳۴۸ + ۴۳۶) = +۴۰kJ$$

با توجه به مقدار مثبت آنتالپی واکنش، می‌توان نتیجه گرفت که هگزان از سیکلوهگزان پایدارتر است.

۹۱ - گزینه ۲ عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

بررسی همهٔ عبارت‌ها:

عبارت اول: با توجه به واکنش: $۳O_۲(g) + q \rightarrow ۲O_۳(g)$، درست است.

عبارت دوم: به‌طور کلی میانگین تندی و انرژی جنبشی ذرات یک ماده در حالت گازی، بیشتر از حالت مایع و در حالت مایع بیشتر از حالت جامد است.

عبارت سوم: فتوسنتز یک واکنش شیمیایی گرماگیر است؛ علامت ΔH در واکنش‌های گرماگیر مثبت است.

عبارت چهارم: سطح انرژی آلوتروپ‌های مختلف یک ماده یکسان نیست؛ پس با تغییر آلوتروپ، ΔH واکنش دچار تغییر می‌شود.

۹۲ - گزینه ۳ کلرواتان ($\overset{Cl}{\overset{|}{C}}H_۲ - CH_۳$) پیوند دوگانه ندارد، بنابراین نمی‌تواند به پلیمر پلی وینیل‌کلرید تبدیل شود. پلی وینیل‌کلرید از پلیمرشدن کلرواتن $H_۲C = CHCl$ ایجاد می‌شود.

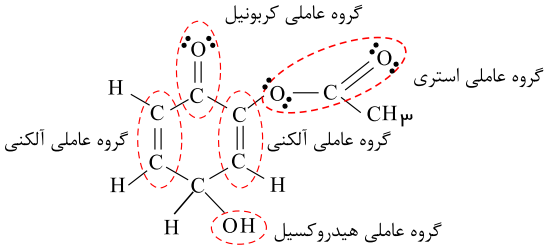
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) فرمول مولکولی سیانواتن و پروپن به‌ترتیب $H_۲C = CHCN$ و $C_۳H_۶$ است و اختلاف جرم آن ۱۱ گرم بر مول می‌باشد.

گزینهٔ ۲) فرمول مولکولی ۲ - هگزن، $C_۶H_{۱۲}$ و مشابه سیکلوهگزان است.

گزینهٔ ۴) فرمول مولکولی ۱، ۲- دی بروموواتان، $C_۲H_۴Br_۲$ و فرمول تجربی آن، $CH_۲Br$ است.

۹۳ - گزینه ۳ گروه‌های عاملی ترکیب داده‌شده به‌صورت زیر است:



این ساختار دارای گروه‌های عاملی کربونیل ($R - \overset{O}{\overset{\|}{C}} - R'$)، هیدروکسیل ($R - OH$) و استری ($R - \overset{O}{\overset{\|}{C}} - O - R'$) است.

۹۴ - گزینه ۱ جرم گوگرد را در ۱kg سوخت پیدا می‌کنیم.

$$ppm = \frac{\text{جرم } S}{\text{جرم سوخت}} \times ۱۰^۶$$

$$۶۴۰۰ = \frac{\text{جرم } S}{۱۰۰۰g} \times ۱۰^۶ \Rightarrow \text{جرم } S = ۶/۴g$$

$$S \xrightarrow{O_۲} SO_۳ \xrightarrow{H_۲O} H_۲SO_۴$$

$$\frac{۶/۴g}{۳۲} = \frac{x\,mol}{۱} \quad x = ۰/۲\,mol \Rightarrow C_m = \frac{۰/۲}{۱۰۰۰} = ۲ \times ۱۰^{-۴}\,\frac{mol}{L}$$

$$[H^+] = ۲ \times ۱۰^{-۴} \times ۲ \times ۱ = ۴ \times ۱۰^{-۴} \Rightarrow pH = -\log^{۴\times۱۰^{-۴}} = ۴ - ۲\log ۲ = ۳/۴$$

پس pH آب از ۷ به ۳/۴ می‌رسد یعنی ۳/۶ واحد کم می‌شود.

۹۵ - گزینه ۳ بررسی عبارت‌ها:

آ) نادرست؛ اتیلن گلیکول دارای فرمول شیمیایی $C_۲H_۶O_۲$ است.

ب) درست؛ به جز نمک خوراکی بقیه در هگزان حل می‌شود.چون بنزین، وازلین و روغن زیتون همگی غیرقطبی هستند و در حلال غیرقطبی هگزان حل می شوند.

پ) نادرست؛ در ساختار لوویس باید جفت الکترون‌های ناپیوندی نیز نمایش داده شود.

N یک جفت و O دو جفت الکترون ناپیوندی دارند.

ت) درست؛ تعداد هیدروژن در وازلین ۵۲ و در روغن زیتون ۱۰۴ است.

۹۶ - گزینه ۲ فرمول صابون جامد ۲۰ کربنه به‌صورت $C_{۱۹}H_{۳۹}COO^-Na^+$ می‌باشد و واکنش این صابون با منیزیم کلرید به‌صورت زیر است:

$$۲C_{۱۹}H_{۳۹}COONa(aq) + MgCl_۲(aq) \rightarrow (C_{۱۹}H_{۳۹}COO)_۲Mg(s) + ۲NaCl(aq)$$

از غلظت نمک خوراکی ($NaCl$) حاصل به مقدار صابون شرکت‌کرده در واکنش می‌رسیم:

$$?g\ \text{صابون} = ۴L\ \text{محلول} \times \frac{۲/۵ \times ۱۰^{-۳}molNaCl}{۱L\ \text{محلول}} \times \frac{۲mol\ \text{صابون}}{۲molNaCl} \times \frac{۳۳۴g\ \text{صابون}}{۱mol\ \text{صابون}} = ۳/۳۴g\ \text{صابون}$$

$$\text{درصد صابون شرکت‌نکرده در واکنش} = \frac{۱۶/۷ - ۳/۳۴}{۱۶/۷} \times ۱۰۰ = ۸۰\%$$

۹۷ - گزینه ۳ همه عبارت‌ها به جز عبارت (آ) درست‌اند.

با توجه به شکل و لایه‌های الکترونی، لایهٔ اول و دوم پرشده، در لایهٔ سوم **۱۳** الکترون و در لایهٔ چهارم **۲** الکترون وجود دارد. در نتیجه آرایش الکترونی این اتم به شکل زیر است.

$$X = ۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۶ ۳s^۲ ۳p^۶ ۳d^۵ ۴s^۲$$

با توجه به این‌که این اتم **۲۵** الکترون دارد، در نتیجه تعداد پروتون‌ها و عدد اتمی آن برابر با **۲۵** است و عنصر منگنز است.

بررسی موارد:

آ) این عنصر یک فلز واسطه از گروه **۷** است.

ب) برخی از ترکیب‌های عنصرهای دستهٔ d رنگی هستند.

پ) بالاترین عدد اکسایش عنصرهای گروه هفتم جدول دوره‌ای، $+۷$ است.

ت)

$۳s^۲ ۳p^۶ ۳d^۵$: لایهٔ سوم

۹۸ - گزینه ۴

$$\text{قدرت اکسندگی} \begin{cases} \text{واکنش ۱}: & Sn^{۴+} > H^+ \\ \text{واکنش ۲}: & H^+ > Sn^{۲+} \\ \text{واکنش ۳}: & Fe^{۳+} > Sn^{۴+} \end{cases} \Rightarrow Fe^{۳+} > Sn^{۴+} > H^+ > Sn^{۲+}$$

۹۹ - گزینه ۱

$$H_۲SO_۴ \Rightarrow ۲(+۱) + S + ۴(-۲) = ۰ \Rightarrow S = +۶$$
$$HOBr \Rightarrow +۱ + O + ۱ = ۰ \Rightarrow O = -۲$$
$$NBr_۳ \Rightarrow N + ۳(+۱) = ۰ \Rightarrow N = -۳$$
$$HCOOH \Rightarrow +۱ + C + ۲(-۲) + ۱ = ۰ \Rightarrow C = +۲$$

توجه: الکترونگاتیوی $Br < N < O$ است پس Br به N و O الکترون می‌دهد و عدد اکسایش آن $+۱$ است.

۱۰۰ - گزینه ۴ اگر فرض کنیم تغییر عدد اکسایش $V^{۵+}$ برابر n باشد، معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش:

$$۲V^{۵+} + (n)Zn \rightarrow ۲V^{(۵-n)+} + nZn^{۲+}$$

$$\frac{\text{حجم}\,(ml) \times \text{غلظت مولی}}{۱۰۰۰ \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \rightarrow \frac{۰/۰۲۵ \times ۲۰۰}{۲ \times ۱۰۰۰} = \frac{۳۲۵ \times ۱۰^{-۳}}{(۵-n) \times ۶۵} \Rightarrow n = ۲$$

تغییر عدد اکسایش وانادیم $+۲$ و یون تولیدشده، وانادیم (III)، سبزرنگ خواهد بود.

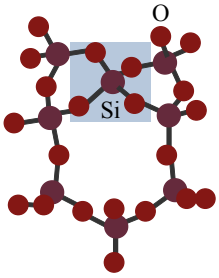
۱۰۱ - گزینه ۴ بررسی موارد:

آ) نادرست. از دو عنصر کربن و سیلیسیم که دو عنصر اول گروه **۱۴** جدول دوره‌ای هستند؛ هیچ یون تک‌اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده است؛ امّا در ساختار یون‌های چند اتمی مانند $CO_۳^{۲-}$ و $SiO_۴^{۴-}$ وجود دارند.

ب) نادرست. فرمول تجربی (نه مولکولی) سیلیس مشابه فرمول مولکولی کربن دی‌اکسید است.

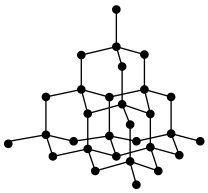
پ) نادرست. هر اتم سیلیسیم با چهار اتم اکسیژن پیوند اشتراکی دارد.

ت) درست.

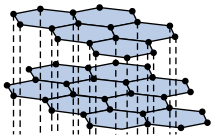


۱۰۲ - گزینه ۱

طول پیوند کربن – کربن در الماس بلندتر از گرافیت است. زیرا در الماس همهٔ پیوندها یگانه هستند اما در گرافیت، پیوند دوگانه نیز وجود دارد.



(1)



(2)

۱۰۳ - گزینه ۳ عبارت‌های اول تا چهارم درست‌اند.

مورد اول: گشتاور دوقطبی مولکول‌های H_2O و H_2S به‌ترتیب برابر با $1/85D$ و $0/97D$ است. این کمیت نشان می‌دهد که میزان قطبیت مولکول‌های آب و قدرت نیروهای بین مولکولی آن نزدیک به دو برابر مولکول‌های هیدروژن سولفید است.

مورد چهارم: نیروی جاذبه میان یون‌ها قوی‌تر است، درنتیجه مواد یونی نسبت به مواد مولکولی، در گسترهٔ دمایی بیشتری به‌حالت مایع باقی می‌مانند.

مورد پنجم: مولکول SO_2 قطبی است و نسبت به CO_2 ناقطبی، سریع‌تر مایع می‌شود.

۱۰۴ - گزینه ۲ عبارت‌های اول و چهارم دست‌اند.

گشتاور دو قطبی آب از هیدروژن سولفید (H_2S) بیشتر است. همچنین اتین یک مولکول ناقطبی است (گشتاور دو قطبی آن صفر است.)

مورد دوم: شارهٔ $NaCl$ مناسب‌تر است؛ زیرا اختلاف دمای ذوب و جوش آن بیشتر است.

مورد سوم: اتم مرکزی گوگرد تری‌اکسید، گوگرد است و می‌توان به آن بار جزئی مثبت نسبت داد، زیرا خاصیت نافلزی کمتری نسبت به اتم‌های اکسیژن دارد.

مورد چهارم:

$$\text{شعاع } {}_8O^{2-} > {}_9F^{-} > {}_{11}Na^{+} > {}_{12}Mg^{2+}$$

۱۰۵ - گزینه ۱ آنتالپی فروپاشی شبکه با بار یون‌های تشکیل‌دهندهٔ ترکیب یونی، رابطهٔ مستقیم و با شعاع یون‌ها رابطهٔ عکس دارد. در این جدول f بیشترین آنتالپی فروپاشی و a کمترین آنتالپی فروپاشی را دارد.

آنتالپی فروپاشی شبکهٔ d (MgO) به‌دلیل شعاع آنیون و کاتیون بیشتر، از $e(AlF_3)$ کمتر است.