سروش اندیشه
مؤسسه فرهنگی هنری

کد آزمون ۱۱۸۴

شماره داوطلب
نام خانوادگی و نام
- - -
خراسان رضوی
شهر

0513845369O

دفترچه شماره ۱

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی موسسه سروش اندیشه حیات

پاسخنامه آزمون شبیه ساز کنکور

گروه آزمایشی علوم ریاضی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

تعداد سوال: ۱۰۵عدد مدت پاسخگویی: ۱۴۵دقیقه

عنوان مواد امتحانی تعداد،شماره سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

برای مشاهده پاسخنامه آزمون به سایت موسسه مراجعه نمایید

ریاضیات

۱- **گزینهٔ «۱»** *(کامیار علّیون)*

ابتدا A را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$A=\frac{۲^{۶}\times(۳^{۳}\times۲\times۵)^{\frac{۱}{۲}}}{۳(۳^{۲}\times۵^{۲})^{\frac{۱}{۴}}}=\frac{۲^{۶}\times۳^{\frac{۳}{۲}}\times۲^{\frac{۱}{۲}}\times۵^{\frac{۱}{۲}}}{۳\times۳^{\frac{۱}{۲}}\times۵^{\frac{۱}{۲}}}=۲^{\frac{۱۳}{۲}}$$

پس ریشه سیزدهم $۲^{\frac{۱۳}{۲}}$ برابر است با $\sqrt[۱۳]{۲^{\frac{۱۳}{۲}}}=۲^{\frac{۱}{۲}}=\sqrt{۲}$.

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱)

۲- **گزینهٔ «۱»** *(امیرمحمد باقری نصرآبادی)*

از قوانین لگاریتم استفاده می‌کنیم تا پس از ساده کردن، a و b را به هم ربط دهیم:

$$a=\log_{۲}۴۲=\log_{۲}۲\times۲۱=\log_{۲}۲+\log_{۲}۲۱=۱+\log_{۲}۲۱$$
$$\Rightarrow\log_{۲}۲۱=a-۱$$

$$b=\log_{۲۱}۳=\log_{۲}۳\times\log_{۲۱}۲=\log_{۲}۳\times\left(\frac{۱}{a-۱}\right)$$

$$\Rightarrow\log_{۲}۳=b(a-۱)\Rightarrow\log_{۳}۲=\frac{۱}{b(a-۱)}$$

حال حاصل $\log_{۹}۸$ را حساب می‌کنیم:

$$\log_{۹}۸=\log_{۳^{۲}}۲^{۳}=\frac{۳}{۲}\log_{۳}۲=\frac{۳}{۲b(a-۱)}$$

(حسابان ۱- تابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

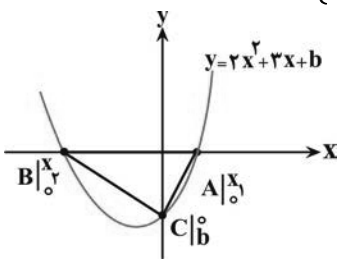
۳- **گزینهٔ «۴»** *(سروش موئینی)*

مثلث ABC قائم‌الزاویه است پس $CA\perp CB$

و داریم: $m_{CA}\times m_{CB}=-۱$

$$\frac{b-۰}{۰-x_{۱}}\times\frac{b-۰}{۰-x_{۲}}=-۱$$

$$\Rightarrow\frac{b^{۲}}{x_{۱}x_{۲}}=-۱\Rightarrow b^{۲}=-x_{۱}x_{۲}=\frac{-b}{۲}\Rightarrow\begin{cases}b=۰\\ b=-\frac{۱}{۲}\end{cases}$$



واضح است که b صفر نیست پس $b=\frac{-۱}{۲}$ و داریم:

$$y=۲x^{۲}+۳x-\frac{۱}{۲}$$

$$x_{S}=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۳}{۴}$$

$$y_{S}=۲(\frac{-۳}{۴})^{۲}+۳(\frac{-۳}{۴})-\frac{۱}{۲}$$

$$=\frac{۹}{۸}-\frac{۹}{۴}-\frac{۱}{۲}=\frac{-۹}{۸}-\frac{۴}{۸}=\frac{-۱۳}{۸}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحهٔ ۳۱)

۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمد سبار پیشوایی)*

با توجه به اینکه عبارت‌های زیر رادیکال معکوس هم هستند داریم:

$$\frac{۴x+۳}{۷+۶x}=A\Rightarrow\sqrt{A}+\sqrt{\frac{۱}{A}}=\frac{۵}{۲}\xrightarrow{\times۲\sqrt{A}}۲A+۲=۵\sqrt{A}$$

$$\xrightarrow{\text{توان }۲}۴A^{۲}+۸A+۴=۲۵A\Rightarrow۴A^{۲}-۱۷A+۴=۰$$

$$\Delta=۲۸۹-۴(۴)(۴)=۲۲۵\Rightarrow A_{۱},A_{۲}=\frac{۱۷\pm۱۵}{۲(۴)}\begin{cases}۴\\ \frac{۱}{۴}\end{cases}$$

$$(۱)\ \frac{۴x+۳}{۷+۶x}=۴\Rightarrow۲۸+۲۴x=۴x+۳\Rightarrow۲۰x=-۲۵$$

$$x_{۱}=-\frac{۲۵}{۲۰}=-\frac{۵}{۴}=-۱/۲۵$$

$$(۲)\ \frac{۴x+۳}{۷+۶x}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow۱۶x+۱۲=۷+۶x\Rightarrow۱۰x=-۵\Rightarrow x_{۲}=-\frac{۱}{۲}$$

$$x_{۱}+x_{۲}=-۱/۲۵+(-۰/۵)=-۱/۷۵$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۵- **گزینهٔ «۲»** *(دانیال ابراهیمی)*

ابتدا شیب دو خط داده شده را به‌دست می‌آوریم. با توجه به اینکه دو ضلع مجاور مستطیل عمود بر هم هستند، داریم:

$$\begin{cases}ay+۴x=۳\Rightarrow m_{۱}=-\frac{۴}{a}\\ y=(a+۱)x-۳\Rightarrow m_{۲}=a+۱\end{cases}\Rightarrow m_{۱}\times m_{۲}=\frac{-۴a-۴}{a}=-۱$$

$$\Rightarrow-۴a-۴=-a\Rightarrow a=-\frac{۴}{۳}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}-\frac{۴}{۳}y+۴x-۳=۰\\ y+\frac{۱}{۳}x+۳=۰\end{cases}$$

فاصلهٔ محل برخورد قطرها از ضلع‌های مجاور مستطیل، یک بار برابر با نصف عرض و یک بار برابر با نصف طول مستطیل است. پس داریم:

$$d_{۱}=\frac{|-\frac{۴}{۳}(۱)+۴(۱)-۳|}{\sqrt{\frac{۱۶}{۹}+۱۶}}=\frac{|-\frac{۱}{۳}|}{\sqrt{\frac{۱۰(۱۶)}{۹}}}=\frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۴}{۳}\sqrt{۱۰}}=\frac{۱}{۴\sqrt{۱۰}}$$

$$\Rightarrow۲d_{۱}=\frac{۱}{۲\sqrt{۱۰}}$$

$$d_۲=\frac{|(۱)+\frac{۱}{۳}(۱)+۳|}{\sqrt{۱+\frac{۱}{۹}}}=\frac{\frac{۱۳}{۳}}{\frac{۱}{۳}\sqrt{۱۰}}=\frac{۱۳}{\sqrt{۱۰}}$$

$$\Rightarrow ۲d_۲=\frac{۲۶}{\sqrt{۱۰}}\Rightarrow S=\frac{۲۶}{\sqrt{۱۰}}\times\frac{۱}{۲\sqrt{۱۰}}=\frac{۱۳}{۱۰}=۱/۳$$

(حسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶)

۶- **گزینهٔ «۲»** *(دانیال ابراهیمی)*

ابتدا حدود m را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{-۳}{۲}<m-\frac{۹}{۲}<\frac{۳}{۲}\Rightarrow ۳<m<۶$$

دقت کنید که ضابطهٔ بالایی $(f_۱)$، یک سهمی با $x_S=\frac{m}{۲}$ و دهانه رو به بالا، و ضابطهٔ پایین $(f_۲)$ یک سهمی با $x_S=m$ و دهانهٔ رو به پایین است. با توجه به اینکه $۳<m<۶$، رأس هیچ‌کدام از دو سهمی در بازه‌های داده شده قرار نمی‌گیرد. پس برای اینکه برد تابع برابر با $\mathbb{R}$ شود، کم‌ترین مقدار سهمی بالا باید کم‌تر یا مساوی با بیشترین مقدار سهمی پایین باشد، بنابراین داریم:

$$f_۱(۳)\le f_۲(۳)\Rightarrow ۱۳-۳m\le ۶m-۲۴\Rightarrow ۳۷\le ۹m$$

$$\Rightarrow \frac{۳۷}{۹}\le m$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک با } ۳<m<۶}\frac{۳۷}{۹}\le m<۶$$

در بازهٔ داده شده فقط یک عدد $m=۵$ طبیعی است.

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمدسجاد پیشوایی)*

در ضابطهٔ $f(x)$، رادیکال اول را a و رادیکال دوم را b قرار می‌دهیم پس داریم:

$$y=(a+b)$$

طرفین عبارت را به توان ۳ می‌رسانیم:

$$(a+b)^۳=a^۳+b^۳+۳ab(a+b)$$

$$y^۳=\underbrace{x^۳+\sqrt{x^۶+۱}}_{a^۳}+\underbrace{x^۳-\sqrt{x^۶+۱}}_{b^۳}+۳\underbrace{\sqrt[۳]{-۱}}_{ab}(y)$$

$$y^۳=۲x^۳-۳y\Rightarrow y^۳+۳y=۲x^۳\Rightarrow \frac{y^۳+۳y}{۲}=x^۳$$

$$\Rightarrow \sqrt[۳]{\frac{y^۳+۳y}{۲}}=x\Rightarrow f^{-۱}(x)=\sqrt[۳]{\frac{x^۳+۳x}{۲}}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۸- **گزینهٔ «۴»** *(داود بوالحسنی)*

ابتدا ضابطهٔ $y=fof(x)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$fof(x)=\begin{cases}(-x-۲)^۲+۱ & , x\ge ۰\\ -x^۲-۳ & , x<۰\end{cases}$$

حال نقاط تلاقی $g(x)$ و $fof(x)$ را به‌دست می‌آوریم:

$$x\ge ۰:(-x-۲)^۲+۱=-x^۲+۱۱\Rightarrow ۲x^۲+۴x-۶=۰\rightarrow\begin{cases}x=۱ & \checkmark\\ x=-۳ & \times\end{cases}$$

$$x<۰:-x^۲-۳=-x-۴\Rightarrow x^۲-x-۱=۰\rightarrow\begin{cases}x=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲} & \times\\ x=\frac{۱-\sqrt{۵}}{۲} & \checkmark\end{cases}$$

مجموعهٔ جواب: $(\frac{۱-\sqrt{۵}}{۲},۰)\cup(۱,+\infty)$

$$a=\frac{۱-\sqrt{۵}}{۲},b=۰,c=۱\Rightarrow ۲a+b-c=۱-\sqrt{۵}+۰-۱=-\sqrt{۵}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱)

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۹- **گزینهٔ «۳»** *(پویان طهرانیان)*

$x=\frac{۱}{۲}$ در معادله صدق می‌کند پس:

$$\log_۲^{\frac{۱}{y}}-\log_{\frac{۱}{۲}}^{k}=۳\Rightarrow \log_۲^{۲^{-۱}}-\log_{۲^{-۱}}^{k}=۳\Rightarrow -۱+\log_۲^{k}=۳$$

$$\log_۲^{k}=۴\Rightarrow k=۲^۴=۱۶$$

حال ریشهٔ دیگر را با نوشتن مجدد معادله پیدا می‌کنیم.

$$\log_۲^{x}-\log_{x}^{۱۶}=۳\Rightarrow \log_۲^{x}-۴\log_{x}^{۲}=۳\xrightarrow{\log_۲^{x}=t}$$

$$t-۴(\frac{۱}{t})=۳\xrightarrow{\times t}t^۲-۳t-۴=۰\lessdot\begin{matrix}t=-۱\\ t=۴\end{matrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\log_۲^{x}=-۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}\\ \log_۲^{x}=۴\Rightarrow x=۱۶\end{cases}$$

بنابراین ریشهٔ دیگر معادله برابر $x=۱۶$ است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱۰- **گزینهٔ «۳»** *(سید جواد نظری)*

$$A=(۱+\sin\frac{\pi}{۱۲})(۱+\sin\frac{۵\pi}{۱۲})(۱+\sin\frac{۱۳\pi}{۱۲})(۱+\sin\frac{۱۷\pi}{۱۲})$$

$$\Rightarrow A=(۱+\sin\frac{\pi}{۱۲})(۱+\sin\frac{۵\pi}{۱۲})(۱+\sin(\pi+\frac{\pi}{۱۲}))(۱+\sin(\pi+\frac{۵\pi}{۱۲}))$$

$$\Rightarrow A=(۱+\sin\frac{\pi}{۱۲})(۱+\sin\frac{۵\pi}{۱۲})(۱-\sin\frac{\pi}{۱۲})(۱-\sin\frac{۵\pi}{۱۲})$$

$$=(۱-\sin^۲\frac{\pi}{۱۲})(۱-\sin^۲\frac{۵\pi}{۱۲})$$

حال به کمک رابطهٔ $\cos^2\alpha = 1-\sin^2\alpha$، داریم:

$$A=(\cos^2\frac{\pi}{12})(\cos^2\frac{5\pi}{12})=(\cos^2\frac{\pi}{12})(\sin^2\frac{\pi}{12})$$
$$=\frac{1}{4}(\sin^2\frac{\pi}{6})=\frac{1}{4}(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{16}$$

(حسابان ۱- مثلثات؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱۱- **گزینهٔ ۲»** (مهرداد استقلالیان)

طبق شکل نصف دوره تناوب برابر ۳ است یعنی $T=6$.

$$T=6\Rightarrow\frac{2\pi}{\frac{\pi}{a}}=6\Rightarrow 2a=6\Rightarrow a=3$$

$$f(0)=-1, B\Big|_{-1}^{0}\Rightarrow -2\cos(0)+b=-1\Rightarrow -2+b=-1\Rightarrow b=1$$

$$\Rightarrow f(x)=-2\cos(\frac{\pi}{3}x)+1$$

تابع f در نقطهٔ A، ماکزیمم دارد یعنی عبارت $\cos(\frac{\pi}{3}x)$ برای اولین بار بعد از صفر برابر ۱- شده است یعنی:

$$\frac{\pi}{3}x_A=\pi\Rightarrow x_A=3\ ,\ y_A=3$$

$$f(x)=0\Rightarrow -2\cos(\frac{\pi}{3}x)+1=0\Rightarrow\cos(\frac{\pi}{3}x)=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow\frac{\pi}{3}x=\frac{\pi}{3}\ ,\ 2\pi-\frac{\pi}{3}\Rightarrow x_C=1\ ,\ x_D=5\Rightarrow CD=4$$

$$A(3,3), B(0,-1)\Rightarrow AB=\sqrt{(3-0)^2+(3+1)^2}=5$$

$$\frac{CD}{AB}=\frac{4}{5}=0/8$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۱۲- **گزینهٔ «۴»** (سؤال ۷ خرداد ۱۴۰۰)

به جای عبارت $\cos^2 x$، $1-\sin^2 x$ قرار می‌دهیم:

$$2(1-\sin^2 x)=\sin x-1\Rightarrow 2\sin^2 x+\sin x-3=0$$

با تغییر متغیر $t=\sin x$، معادلهٔ بالا به یک معادله درجه دوم تبدیل می‌شود. البته می‌دانیم که $-1\le t\le 1$. پس داریم:

$$2t^2+t-3=(t-1)(2t+3)=0\xrightarrow{-1\le t\le 1}t=1$$

$$\Rightarrow\sin x=1=\sin\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=2k\pi+\frac{\pi}{2}$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۳- **گزینهٔ «۲»** (توحید اسدی)

چون حاصل حد برابر $+\infty$ است بنابراین مخرج کسر در $x\to\frac{\pi}{2}$ برابر صفر می‌گردد.

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} a\sin x-b=0\to a\sin\frac{\pi}{2}-b=0\to a=b$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{b+3}{b\sin x-b}=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{b+3}{b}\times\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\sin x-1}$$
$$=\frac{b+3}{b}\times-\infty=+\infty$$

بنابراین:

$$\frac{b+3}{b}<0\to -3<b<0\to -3<a<0$$

a شامل دو مقدار صحیح است.

(حسابان ۲- حد نامتناهی و حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۴)

۱۴- **گزینهٔ «۴»** (علیرضا فیضیان)

در حد تابع اول، مخرج به ازای $x=1$ برابر صفر می‌شود. پس صورت هم باید به ازای $x=1$ صفر شود.

$$\Rightarrow 2+2^{a-1}-6=0\Rightarrow 2^{a-1}=4\Rightarrow a-1=2\Rightarrow a=3$$

$$\lim_{x\to1}\frac{2^x+2^{3-x}-6}{2^{x-1}-1}=\frac{0}{0}\xrightarrow[\substack{x\to1\\t\to2}]{2^x=t}\lim_{t\to2}\frac{t+\frac{8}{t}-6}{\frac{t}{2}-1}\xRightarrow[\text{ضرب در }t]{\text{صورت و مخرج}}$$

$$\lim_{t\to2}\frac{t^2-6t+8}{\frac{t^2}{2}-t}=\lim_{t\to2}\frac{2(t-2)(t-4)}{t(t-2)}=-2\ \Rightarrow b=-2$$

بنابراین: $\lim_{x\to b}\frac{\sqrt{x+a+3}+b}{x^3-b^3}\xrightarrow{\substack{a=3\\b=-2}}\lim_{x\to-2}\frac{\sqrt{x+6}-2}{x^3+8}\times\frac{\sqrt{x+6}+2}{\sqrt{x+6}+2}$

$$=\lim_{x\to-2}\frac{x+2}{(x+2)(x^2-2x+4)(\sqrt{x+6}+2)}=\frac{1}{48}$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۱۵- **گزینهٔ «۳»** (سروش موئینی)

در $x=n\in\mathbb{Z}$ داریم:

$$f(x)=\frac{-n+1}{(-n)^2+1}$$

$$\lim_{x\to n^-}f(x)=\frac{-n+1}{(-n)^2+1}\ ,\lim_{x\to n^+}f(x)=\frac{-n-1+1}{(-n-1)^2+1}$$

پس شرط پیوستگی این است که:

$$\frac{-n+1}{n^2+1}=\frac{-n}{n^2+2n+2}$$

$$\Rightarrow(-n+1)(n^2+2n+2)=-n(n^2+1)$$

$$\Rightarrow -n^3-2n^2-2n+n^2+2n+2=-n^3-n$$

$$\Rightarrow 0=n^2-n-2$$

پس: $n=-1$ یا $n=2$

و دو نقطه مورد نظر $A(2,\frac{-1}{5})$ و $B(-1,1)$ هستند.

$$AB=\sqrt{(-1-2)^2+(1-\frac{-1}{5})^2}=\sqrt{9+\frac{36}{25}}=\sqrt{\frac{261}{25}}=\frac{\sqrt{261}}{5}$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۱۶- **گزینهٔ «۲»** (محمدحسن سلامی‌حسینی)

نقاط گوشه‌ای تابع عبارتند از: $x=0$ و $x=2$ که در $x=0$ معادلهٔ نیم‌مماس چپ و در $x=2$ معادلهٔ نیم‌مماس راست را می‌یابیم.

$$A\Big|_{0}^{0} \xrightarrow{\text{مشتق چپ}} y=|x^2-2x|=x^2-2x \to y'=2x-2$$

$$\xrightarrow{x=0} m=-2$$

معادلهٔ نیم‌مماس چپ در $x=0$: $y=-2x$

$$B\Big|_{0}^{2} \xrightarrow{\text{مشتق راست}} y=|x(x-2)|=x^2-2x \to y'=2x-2$$

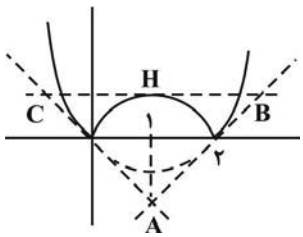
$$\xrightarrow{x=2} m=2$$

معادلهٔ نیم‌مماس راست در $x=2$: $y-0=2(x-2) \to y=2x-4$

حال با هم قطع می‌دهیم تا مختصات نقطهٔ A بدست آید:

$$\begin{vmatrix} y=-2x \\ y=2x-4 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} x=1 \\ y=-2 \end{vmatrix} \Rightarrow A\Big|_{-2}^{1}$$

چون نقطه $x=1$ رأس این سهمی است لذا مماس در $x=1$ خط افقی است. که $y=1$ معادلهٔ آن است حال باید با نیم‌مماس‌ها قطع دهیم تا نقاط B و C تولید شود.



$$\left.\begin{cases} y=-2x \Rightarrow C\Big|_{1}^{-\frac{1}{2}} \\ y=1 \end{cases}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \text{قاعدهٔ مثلث} = BC = 3 \\ \text{ارتفاع مثلث} = AH = 3 \end{cases}$$

$$\left.\begin{cases} y=2x-4 \Rightarrow B\Big|_{1}^{\frac{5}{2}} \\ y=1 \end{cases}\right\}$$

$$\Rightarrow S=\frac{3\times 3}{2}=4/5$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۱۷- **گزینهٔ «۱»** (رضا علی نواز)

با محاسبه مشتق $g(x)$ داریم:

$$g'(x)=\frac{f'(x).x^2-2xf(x)}{x^4}.f'\left(\frac{f(x)}{x^2}\right)$$

از طرفی $f'(x)=\frac{-1}{2\sqrt{x+3}}$ است پس با جایگذاری $x=1$ داریم:

$$g'(1)=\frac{f'(1).(1)-2f(1)}{1}.f'\left(\frac{f(1)}{1}\right)=\frac{-\frac{1}{4}-2(0)}{1}.f'(0)$$

$$=\frac{-1}{4}\times\frac{-1}{2\sqrt{3}}=\frac{1}{8\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{24}$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۱۸- **گزینهٔ «۲»** (سهیل ساسانی)

$$f(3)=-\frac{25}{3} \Rightarrow 27a-9-9+b=-\frac{25}{3} \Rightarrow 27a+b=\frac{29}{3}(*)$$

$$f'(3)=0 \Rightarrow 3ax^2-2x-3=0 \Rightarrow 27a-9=0 \Rightarrow a=\frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{*} 9+b=\frac{29}{3} \Rightarrow b=\frac{2}{3}$$

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+\frac{2}{3}$$

نقطه ماکزیمم نسبی B:

$$f'(x)=x^2-2x-3=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=3 \end{cases} \Rightarrow B\left(-1,\frac{7}{3}\right)$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۹- **گزینهٔ «۲»** (عادل حسینی)

تابع هموگرافیک $y=\frac{x}{1-x}$ نقطه عطف ندارد و تابع درجهٔ سوم $y=x^3-x^2+x$ در $x=\frac{1}{3}$ دارای نقطه عطف است. پس تا اینجا $x=\frac{1}{3}$ یکی از نقاط عطف نمودار تابع f است. در این تابع دو ضابطه‌ای نقطهٔ مرزی بین ضابطه‌ها را نیز باید بررسی کنیم:

$$f'(x)=\begin{cases} \frac{1}{(x-1)^2} & ; \ x<0 \\ 3x^2-2x+1 & ; \ x\geq 0 \end{cases}$$

تابع f در $x=0$ مشتق‌پذیر است و $f(0)=0$ است. حال اگر f'' در آن تغییر علامت دهد، نقطه عطف نیز حساب می‌شود:

$$f''(x)=\begin{cases} \frac{-2}{(x-1)^3} & ; \ x<0 \\ 6x-2 & ; \ x>0 \end{cases}$$

که $f''_-(0)>0$ و $f''_+(0)<0$ است. در نتیجه $x=0$ طول دیگر نقطه عطف نمودار تابع f است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۸ و ۱۴۱ تا ۱۴۳)

۲۰- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

گزارهٔ $p \Rightarrow (p \wedge q)$ نادرست است، پس p درست و $p \wedge q$ نادرست است که با توجه به درست بودن p، q لزوماً نادرست است. هر دو گزارهٔ $\sim p$ و q نادرست هستند، پس ترکیب فصلی آن‌ها یعنی $\sim p \vee q$ نادرست است. از طرفی هر دو گزارهٔ p و $\sim q$ درست هستند، پس ترکیب عطفی آن‌ها یعنی $p \wedge \sim q$ درست است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۲۱- **گزینهٔ «۴»** *(سوگند روشنی)*

$$(A-B)\cup[(B\cap C)'\cap((B'\cup A)-B)]$$

$$=(A\cap B')\cup[(B'\cup C')\cap\underbrace{((B'\cup A)\cap B')}_{\text{جذب: }B'}]$$

$$=(A\cap B')\cup\underbrace{[(B'\cup C')\cap B']}_{\text{جذب: }B'}=(A\cap B')\cup B'=B'$$

که طبق مطلوب سؤال، متمم آن مجموعهٔ B است.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات؛ صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۲۲- **گزینهٔ «۱»** *(امیرهوشنگ خمسه)*

طبق رابطهٔ احتمال شرطی و با فرض $P(A\cap B)=x$ داریم:

$$P(B\mid A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{۳}{۷}\Rightarrow P(A)=\frac{۷}{۳}x$$

$$P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow P(B)=\frac{۳}{۲}x$$

$$P(A)-P(B)=\frac{۱}{۶}\Rightarrow\frac{۷}{۳}x-\frac{۳}{۲}x=\frac{۱}{۶}$$

$$\Rightarrow\frac{۵}{۶}x=\frac{۱}{۶}\Rightarrow x=\frac{۱}{۵}$$

$$P(A\mid B')=\frac{P(A\cap B')}{P(B')}=\frac{P(A)-P(A\cap B)}{۱-P(B)}$$

$$=\frac{\frac{۷}{۳}x-x}{۱-\frac{۳}{۲}x}=\frac{\frac{۴}{۳}x}{۱-\frac{۳}{۲}x}=\frac{\frac{۴}{۳}\times\frac{۱}{۵}}{۱-\frac{۳}{۲}\times\frac{۱}{۵}}=\frac{\frac{۴}{۱۵}}{\frac{۷}{۱۰}}=\frac{۸}{۲۱}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۲۳- **گزینهٔ «۲»** *(مهدی نیک‌زاد)*

$$\begin{cases}\text{انتخاب کیسهٔ اول}\xrightarrow{\frac{۱}{۳}}\text{انتخاب دو مهرهٔ غیرهمرنگ}\xrightarrow{}\frac{\binom{۴}{۱}\binom{۲}{۱}}{\binom{۶}{۲}}=\frac{۸}{۱۵}\\ \text{انتخاب کیسهٔ دوم}\xrightarrow{\frac{۱}{۳}}\text{انتخاب دو مهرهٔ غیرهمرنگ}\xrightarrow{}\frac{\binom{۲}{۱}\binom{۳}{۱}}{\binom{۵}{۲}}=\frac{۶}{۱۰}\\ \text{انتخاب کیسهٔ سوم}\xrightarrow{\frac{۱}{۳}}\text{انتخاب دو مهرهٔ غیرهمرنگ}\xrightarrow{}\frac{\binom{۵}{۱}\binom{۱}{۱}}{\binom{۶}{۲}}=\frac{۵}{۱۵}\end{cases}$$

اگر پیشامد همرنگ نبودن دو مهره را A و پیشامد خارج شدن از کیسهٔ اول را B بنامیم، داریم:

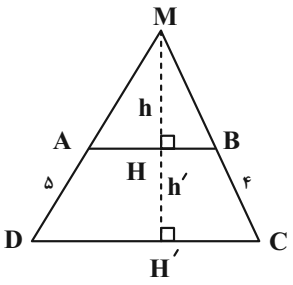
$$P(A)=\frac{۱}{۳}\times\frac{۸}{۱۵}+\frac{۱}{۳}\times\frac{۶}{۱۰}+\frac{۱}{۳}\times\frac{۵}{۱۵}=\frac{۲۲}{۴۵}$$

$$P(A\cap B)=\frac{۱}{۳}\times\frac{۸}{۱۵}=\frac{۸}{۴۵}$$

$$P(B\mid A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{۸}{۴۵}}{\frac{۲۲}{۴۵}}=\frac{۴}{۱۱}$$

(آمار و احتمال- احتمال؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۲۴- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*



دو مثلث MAB و MCD متشابه‌اند و نسبت ارتفاع‌ها در این دو مثلث برابر نسبت تشابه است، پس داریم:

$$\frac{MH}{MH'}=\frac{AB}{CD}\Rightarrow\frac{h}{h+h'}=\frac{۶}{۹}$$

$$\xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}}\frac{h}{h'}=\frac{۶}{۳}=۲$$

$$\frac{S_{MAB}}{S_{ABCD}}=\frac{\frac{۱}{۲}h\times AB}{\frac{۱}{۲}h'(AB+CD)}=\frac{h}{h'}\times\frac{AB}{AB+CD}=۲\times\frac{۶}{۶+۹}=\frac{۱۲}{۱۵}=۰/۸$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۵)

۲۵- **گزینهٔ «۱»** *(مهیر محمدی‌نویسی)*

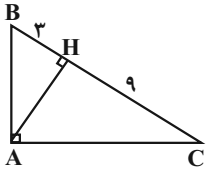
$$AB \parallel DE \Rightarrow \overset{\Delta}{ABF} \sim \overset{\Delta}{EDF} \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BF}{DF}$$
$$BG \parallel AD \Rightarrow \overset{\Delta}{BGF} \sim \overset{\Delta}{DAF} \Rightarrow \frac{BG}{AD} = \frac{BF}{DF}$$
$$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BG}{AD}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۰}{۱۲} = \frac{BG}{۵} \Rightarrow BG = \frac{۵۰}{۱۲} = \frac{۲۵}{۶}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۲۶- **گزینهٔ «۲»** *(نریمان فتح‌اللهی)*

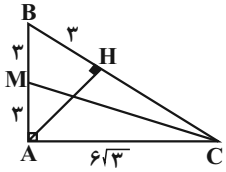
با توجه به اندازه‌های مشخص شده و روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع‌های AB و AC به‌دست می‌آیند.



$$AB^۲ = BH \times BC = ۳ \times ۱۲ = ۳۶ \Rightarrow AB = ۶$$

$$AC^۲ = CH \times CB = ۹ \times ۱۲ = ۱۰۸ \Rightarrow AC = ۶\sqrt{۳}$$

بزرگترین میانهٔ مثلث، میانه وارد بر کوچکترین ضلع مثلث است، بنابراین داریم:



$$(CM)^۲ = (۳)^۲ + (۶\sqrt{۳})^۲ = ۱۱۷ \Rightarrow CM = \sqrt{۱۱۷}$$ **بزرگترین میانه**

کوچک‌ترین ارتفاع مثلث، ارتفاع وارد بر وتر است، داریم:

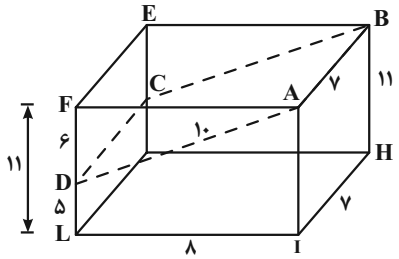
$$AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{۶ \times ۶\sqrt{۳}}{۱۲} = ۳\sqrt{۳}$$

$$\frac{\text{بزرگترین میانه}}{\text{کوچکترین ارتفاع}} = \frac{\sqrt{۱۱۷}}{۳\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳۹}}{۳}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(سید جواد نظری)*

می‌دانیم سطح مقطع صفحه ABCD با مکعب مستطیل برابر ۷۰ واحد مربع است، پس:



$$\begin{cases} AB = HI = ۷ \\ S_{ABCD} = ۷۰ \end{cases} \Rightarrow ۷ \times AD = ۷۰ \Rightarrow AD = ۱۰$$

از طرفی به کمک قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه AFD داریم:

$$\begin{cases} AF = LI = ۸ \\ AD = ۱۰ \end{cases} \Rightarrow FD = ۶ \xrightarrow{FL=۱۱} DL = ۵$$

در نتیجه:

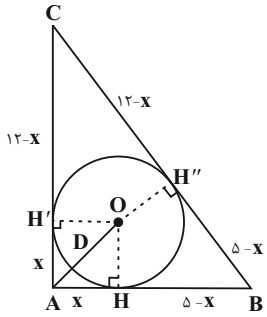
$$\text{حجم جزء بزرگتر} : \frac{۱}{۲} \times (DL + AI) \times LI \times HI = \frac{۱}{۲} \times (۵ + ۱۱) \times ۸ \times ۷$$

$$= ۴۴۸$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۲۸- **گزینهٔ «۴»** *(سرژ یقیازاریان تبریزی)*

با توجه به اینکه اعداد ۵، ۱۲ و ۱۳ فیثاغورسی هستند، می توان نتیجه گرفت که مثلث ABC قائم‌الزاویه است. اگر از A به مرکز O وصل کنیم تا دایره را در نقطهٔ D قطع کند، آنگاه AD نزدیک‌ترین فاصلهٔ A تا نقاط دایره است. با توجه به شکل داریم:



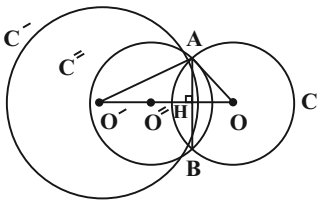
$$CH'' + BH'' = BC \Rightarrow (۱۲ - x) + (۵ - x) = ۱۳ \Rightarrow x = ۲$$

$$\overset{\Delta}{OAH} : OA^۲ = OH^۲ + AH^۲ = ۲^۲ + ۲^۲ = ۸ \Rightarrow OA = ۲\sqrt{۲}$$

$$AD = OA - OD = ۲\sqrt{۲} - ۲ = ۲(\sqrt{۲} - ۱)$$

(هندسه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۲۹- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*



مطابق شکل در مثلث OAO' ، $OO' = ۵$ ، $OA = ۳$ و $O'A = ۴$ است. با توجه به اینکه طول اضلاع این مثلث در قضیهٔ فیثاغورس صدق می‌کند، پس این مثلث قائم‌الزاویه است و طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ داریم:

$$OA^۲ = OH \times OO' \Rightarrow ۹ = OH \times ۵ \Rightarrow OH = \frac{۹}{۵}$$

اگر O'' مرکز دایرهٔ C'' باشد، با توجه به طولپایی بازتاب داریم:

$$O''H = OH = \frac{۹}{۵} \Rightarrow O'O'' = ۵ - ۲ \times \frac{۹}{۵} = \frac{۷}{۵}$$

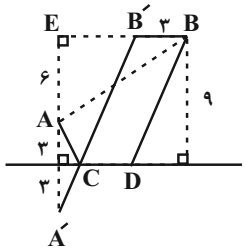
شعاع دایرهٔ C'' برابر شعاع دایرهٔ C است، پس طول مماس مشترک خارجی دایره‌های C' و C'' برابر است با:

$$\sqrt{O'O''^2-(R'-R'')^2}=\sqrt{\left(\frac{7}{5}\right)^2-(4-3)^2}=\sqrt{\frac{24}{25}}=\frac{2\sqrt{6}}{5}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(معصومه اکبری‌صمت)*

نقطهٔ B را به اندازهٔ ۳ کیلومتر (برابر طول CD) موازی با CD به سمت چپ انتقال می‌دهیم تا نقطهٔ B' حاصل شود.



چهار ضلعی $B'BDC$ متوازی‌الاضلاع است، پس $B'C=BD$ است. طبق مسئلهٔ هرون برای پیداکردن کوتاه‌ترین مسیر بین A و B' داریم:

$$\overset{\Delta}{AEB}: BE^2=AB^2-AE^2=100-36=64\Rightarrow BE=8$$

$$B'E=BE-BB'=8-3=5$$

$$\overset{\Delta}{A'EB'}: A'B'^2=A'E^2+B'E^2=12^2+5^2=169$$

$$\Rightarrow A'B'=13$$

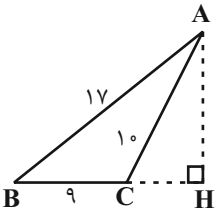
$$\Rightarrow A'C+CB'=13\Rightarrow AC+BD=13$$

$$\text{طول کوتاه‌ترین جاده}=AC+CD+BD=13+3=16$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحهٔ ۵۵)

۳۱- **گزینهٔ «۲»** *(سید محمدرضا حسینی‌فرد)*

ابتدا به کمک رابطهٔ هرون، مساحت مثلث ABC را به دست می‌آوریم:



$$P=\frac{17+10+9}{2}=18\Rightarrow S=\sqrt{18(18-17)(18-10)(18-9)}$$

$$=\sqrt{18\times8\times9}=36$$

$$S=\frac{AH\times BC}{2}\Rightarrow 36=\frac{AH\times 9}{2}\Rightarrow AH=8$$

$$\overset{\Delta}{ACH}: CH=\sqrt{AC^2-AH^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث؛ صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۳۲- **گزینهٔ «۳»** *(کیوان دارابی)*

شرط آنکه دستگاه معادلات $\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$ فاقد جواب باشد، آن است که $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$ باشد، بنابراین داریم:

$$\frac{m+1}{-m+1}=\frac{2m-1}{-5m-1}\neq\frac{3m+2}{-4m+2}$$

$$\Rightarrow -5m^2-6m-1=-2m^2+3m-1\Rightarrow 3m^2+9m=0$$

$$\Rightarrow 3m(m+3)=0\Rightarrow\begin{cases}m=0\\m=-3\end{cases}$$

اما به ازای هر دو مقدار $m=0$ و $m=-3$، کسر سوم نیز با دو کسر دیگر برابر است، یعنی دستگاه بی‌شمار جواب دارد. پس برای m مقداری وجود ندارد که به ازای آن دستگاه تنها یک جواب داشته باشد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحهٔ ۲۶)

۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(کیوان دارابی)*

$$(1,2)\in\text{دایره}\Rightarrow a(1+4)+b(1+2)=0\Rightarrow b=\frac{-5}{3}a$$

$$\Rightarrow a(x^2+y^2)-\frac{5}{3}a(x+y)=0\xrightarrow{a\neq0}x^2+y^2-\frac{5}{3}x-\frac{5}{3}y=0$$

$$\Rightarrow O=\left(\frac{5}{6},\frac{5}{6}\right)\Rightarrow R=\sqrt{\frac{25}{36}+\frac{25}{36}}=\frac{5\sqrt{2}}{6}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۳۴- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

ابتدا معادلهٔ سهمی را به فرم استاندارد می‌نویسیم:

$$y^2-2y-4x+5=0\Rightarrow y^2-2y+1=4x-4\Rightarrow(y-1)^2=4(x-1)$$

مختصات رأس سهمی برابر $(1,1)$ و $a=1$ است و چون سهمی رو به راست باز می‌شود، مختصات کانون آن به صورت $F(2,1)$ است. بنابراین معادلهٔ دایره به مرکز کانون و شعاع ۵ برابر خواهد بود با:

$$(x-2)^2+(y-1)^2=25$$

حال نقاط تقاطع سهمی و دایره را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases}(x-2)^2+(y-1)^2=25\\(y-1)^2=4(x-1)\end{cases}\Rightarrow 25-(x-2)^2=4(x-1)$$

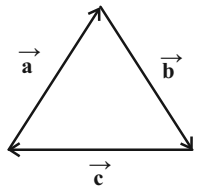
$$\Rightarrow 25-x^2+4x-4=4x-4\Rightarrow x^2=25\Rightarrow\begin{cases}x=5\\x=-5\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

$$(y-1)^2=4(5-1)=16\Rightarrow\begin{cases}y-1=4\Rightarrow y=5\\y-1=-4\Rightarrow y=-3\end{cases}$$

بنابراین نقاط $M(5,5)$ و $N(5,-3)$، نقاط تقاطع دایره و سهمی هستند که نقطهٔ N در ربع چهارم قرار دارد.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵)

۳۵- **گزینهٔ «۱»** *(سوگند روشنی)*



مطابق شکل ابتدای یک بردار بر انتهای یک بردار دیگر منطبق است، پس زاویهٔ بین هر دو بردار از میان بردارهای $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$، برابر $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ است و در نتیجه داریم:

$$\vec{a}.\vec{b} = \vec{a}.\vec{c} = \vec{b}.\vec{c} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos 120^\circ = 3\times 3\times\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{9}{2}$$

$$(2\vec{a}-\vec{b}).(\vec{a}+2\vec{c}) = 2|\vec{a}|^2 + 4\vec{a}.\vec{c} - \vec{b}.\vec{a} - 2\vec{b}.\vec{c}$$

$$= 2|\vec{a}|^2 + \vec{a}.\vec{b} = 2\times 9 + \left(-\frac{9}{2}\right) = 13/5$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۳۶- **گزینهٔ «۲»** *(کتاب آبی)*

چون دو عدد ۶۸ و ۱۴۵ در تقسیم بر m باقی‌ماندهٔ مساوی دارند. پس:

$$145 \overset{m}{\equiv} 68 \Rightarrow 145 - 68 \overset{m}{\equiv} 0 \Rightarrow 77 \overset{m}{\equiv} 0$$

$$77 \overset{m}{\equiv} 0 \xrightarrow{\text{طرفین}\times 2} 154 \overset{m}{\equiv} 0$$

اگر به طرفین ۶ واحد اضافه کنیم، آن‌گاه به ۱۶۰ می‌رسیم.

$$154 + 6 \overset{m}{\equiv} 0 + 6 \Rightarrow 160 \overset{m}{\equiv} 6 \Rightarrow r = 6$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۳۷- **گزینهٔ «۳»** *(رضا توکلی)*

فرض کنید $d = (11n+3, 4n+5)$ باشد. معادلهٔ سیالهٔ موردنظر در صورتی به ازای هر عدد طبیعی دلخواه c، در مجموعهٔ اعداد صحیح دارای جواب است که $d = 1$ باشد.

$$\left.\begin{array}{l} d \mid 4n+5 \xrightarrow{\times 11} d \mid 44n+55 \\ d \mid 11n+3 \xrightarrow{\times 4} d \mid 44n+12 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 43 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 43$$

بنابراین کافی است مقادیری از n را که به ازای آن $d = 43$ می‌شود، پیدا کرده و از مجموعهٔ اعداد طبیعی دو رقمی حذف کنیم. داریم:

$$43 \mid 4n+5 \Rightarrow 4n+5 \overset{43}{\equiv} 0 \Rightarrow 4n \overset{43}{\equiv} -5 \overset{43}{\equiv} -5-43 \overset{43}{\equiv} -48$$

$$\xrightarrow[(4,43)=1]{+4} n \overset{43}{\equiv} -12 \Rightarrow n = 43k - 12 (k \in \mathbb{Z})$$

$$\begin{cases} k = 1 \Rightarrow n = 31 \\ k = 2 \Rightarrow n = 74 \end{cases}$$

پس تنها به ازای دو عدد طبیعی دو رقمی n، $d = 43$ است و در نتیجه به ازای $90 - 2 = 88$ عدد طبیعی دو رقمی، $d = 1$ است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۳۸- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

تعداد رأس‌های درجه ۳ $= x \Rightarrow$ تعداد رأس‌های درجه ۲ $= 3x$

تعداد رأس‌های درجه ۴ $= 20 - 4x$

جمع درجات $= 2q = 2\times 35 = 70$

$$\Rightarrow 2x + 9x + 4(20-4x) = 70$$

$$-5x + 80 = 70 \Rightarrow x = 2$$

تعداد رأس‌های درجه ۴ $= 20 - 4x = 20 - 8 = 12$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحهٔ ۳۵)

۳۹- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کرمی)*

خانه رنگ شده یکی از اعداد b یا c است و هرکدام از آن‌ها که باشد بقیه جدول به یک طریق کامل می‌شود.

۱			
	a		
		b	
			c

مثلاً اگر خانه رنگ شده b باشد داریم:

۱	c	a	b
b	a	c	۱
c	۱	b	a
a	b	۱	c

پس ۲ حالت برای انتخاب خانه رنگی و $3!$ هم برای جایگشت a و b و c داریم و بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$2\times 3! = 2\times 6 = 12$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۴۰- **گزینهٔ «۳»** *(نیلوفر مهروی)*

برای به دست آوردن جواب‌های صحیح معادله، لازم است $\frac{8}{x_2}$ عددی صحیح باشد، پس ۴ حالت زیر امکان‌پذیر است:

$$x_2 = 1 \Rightarrow x_1 + 8 + x_3 = 13 \Rightarrow x_1 + x_3 = 5$$

$$\Rightarrow |S_1| = \binom{5+2-1}{2-1} = \binom{6}{1} = 6$$

$$x_2 = 2 \Rightarrow x_1 + 4 + x_3 = 13 \Rightarrow x_1 + x_3 = 9$$

$$\Rightarrow |S_2| = \binom{9+2-1}{2-1} = \binom{10}{1} = 10$$

$$x_2 = 4 \Rightarrow x_1 + 2 + x_3 = 13 \Rightarrow x_1 + x_3 = 11$$

$$\Rightarrow |S_3| = \binom{11+2-1}{2-1} = \binom{12}{1} = 12$$

$$x_2 = 8 \Rightarrow x_1 + 1 + x_3 = 13 \Rightarrow x_1 + x_3 = 12$$

$$\Rightarrow |S_3| = \binom{12+2-1}{2-1} = \binom{13}{1} = 13$$

بنابراین تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله برابر است با:

$$|S| = 6 + 10 + 12 + 13 = 41$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

فیزیک

۴۱- گزینهٔ «۴» *(محمدجواد سورچی)*

با استفاده از رابطهٔ چگالی مخلوط به‌صورت زیر جرم الکل را می‌یابیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}}=\frac{m_{\text{الکل}}+m_{\text{آب}}}{V_{\text{الکل}}+V_{\text{آب}}}$$

$$\xrightarrow[V_{\text{الکل}}=\frac{m_{\text{الکل}}}{\rho_{\text{الکل}}}]{m_{\text{آب}}=\rho_{\text{آب}}\times V_{\text{آب}}}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{(\rho_{\text{آب}}\times V_{\text{آب}})+m_{\text{الکل}}}{V_{\text{آب}}+\frac{m_{\text{الکل}}}{\rho_{\text{الکل}}}}$$

$$\xrightarrow[\rho_{\text{مخلوط}}=850\frac{g}{L}=850\frac{kg}{m^3},\ \rho_{\text{الکل}}=0/8\frac{kg}{L}=800\frac{kg}{m^3}]{\rho_{\text{آب}}=1\frac{kg}{L}=1000\frac{kg}{m^3},\ V_{\text{آب}}=2L=2\times10^{-3}m^3}$$

$$850=\frac{(1000\times2\times10^{-3})+m_{\text{الکل}}}{(2\times10^{-3})+\frac{m_{\text{الکل}}}{800}}$$

$$\Rightarrow 1/7+\frac{85}{80}m_{\text{الکل}}=2+m_{\text{الکل}}\Rightarrow\frac{17}{16}m_{\text{الکل}}-m_{\text{الکل}}=0/3$$

$$\Rightarrow\frac{1}{16}m_{\text{الکل}}=0/3\Rightarrow m_{\text{الکل}}=4/8kg$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۴۲- گزینهٔ «۴» *(عباس اصغری)*

از آنجایی‌که گوی B توسط میله رانده می‌شود بنابراین بار گوی B هم‌نام با بار میله است. یعنی گوی B قطعاً بار منفی دارد.

با توجه به اینکه گوی A توسط میله جذب می‌شود، می‌توان نتیجه گرفت که گوی A یا باری ناهم‌نام با بار میله دارد، یعنی بار مثبت دارد و یا اینکه خنثی است.

توجه داشته باشید که اگر میله به گوی رسانای سبک خنثی نزدیک شود، در اثر تفکیک بار روی گوی رسانا و پدیدهٔ القای الکتریکی بین آنها جاذبه ایجاد می‌شود.

(فیزیک ۲- الکتریسته ساکن؛ صفحه‌های ۲ تا ۳)

۴۳- گزینهٔ «۲» *(بهادر کامران)*

با توجه به نمودار فشار هوا برحسب ارتفاع از سطح زمین مشخص است که با افزایش ارتفاع از سطح زمین فشار هوا کاهش پیدا می‌کند. بنابراین «الف» صحیح است. از طرفی می‌دانیم با افزایش ارتفاع هوا رقیق‌تر می‌شود و چگالی هوا کاهش می‌یابد. بنابراین «ب» نادرست است.

با توجه به نمودار، معلوم است که به ازای افزایش ارتفاع یکسان، کاهش فشار یکسانی نداریم، یعنی $p_1-p_2>p_3-p_4$ خواهد بود. بنابراین «پ» نادرست است.

با توجه به نمودار، معلوم است که $p_1-p_4>p_2-p_3$ است. بنابراین مورد «ت» درست است.

بنابراین موارد الف و ت صحیح‌اند.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۴۴- گزینهٔ «۲» *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

چون متحرک در ۳ ثانیهٔ اول حرکت خود $54m$ جابه‌جا شده است و شتاب حرکت منفی می‌باشد،(شیب نمودار $v-t$ منفی است) می‌توان نوشت:

$$\Delta x_1=\frac{1}{2}at_1^2+v_0t_1\Rightarrow 54=\frac{1}{2}a\times9+v_0\times3\Rightarrow 54=\frac{9}{2}a+3v_0\quad(1)$$

برای ۳ ثانیهٔ آخر حرکت، چون در انتها تندی متحرک صفر می‌باشد، می‌توان فرض کرد، متحرک از حال سکون شروع به حرکت نموده و در مدت $3s$ به اندازهٔ $6m$ جابه‌جا شده است. در این حالت داریم:

$$\Delta x_2=\frac{1}{2}a't_2'^2+v_{0_2}t\xrightarrow{v_{0_2}=v_0}6=\frac{1}{2}a'\times9+0\Rightarrow a'=\frac{4}{3}\frac{m}{s^2}$$

$$\xrightarrow{a<0}a=-\frac{4}{3}\frac{m}{s^2}$$

$$\xrightarrow{(1)}54=\frac{9}{2}\times(-\frac{4}{3})+3v_0\Rightarrow 60=3v_0\Rightarrow v_0=20\frac{m}{s}$$

در آخر با داشتن v_0 و v، به‌صورت زیر t را می‌یابیم. دقت کنید، در لحظهٔ t، تندی برابر صفر است.

$$v=at_0+v_0\xrightarrow[a=-\frac{4}{3}\frac{m}{s^2}]{v=0}0=-\frac{4}{3}t+20\Rightarrow t=15s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

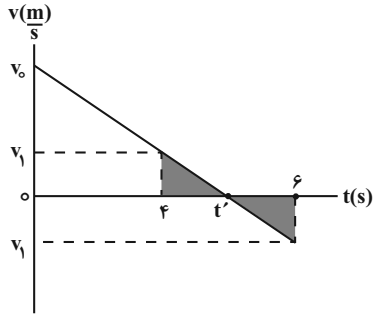
۴۵- گزینهٔ «۱» *(عباس اصغری)*

روش اول: می‌دانیم ۲ ثانیهٔ سوم همان بازهٔ زمانی $t_1=4s$ تا $t_2=6s$ است. از طرف دیگر می‌دانیم، اگر در حرکت با شتاب ثابت، در یک بازهٔ زمانی جابه‌جایی متحرک صفر باشد، یعنی، در آن بازهٔ زمانی متحرک تغییر جهت داده است. بنابراین، با توجه به این‌که جهت حرکت در ابتدا در جهت محور است و تغییر جهت متحرک، نمودار $v-t$ متحرک را رسم می‌کنیم. با توجه به نمودار، متحرک در لحظهٔ t' تغییر جهت می‌دهد که این لحظه با استفاده از تشابه دو مثلث هاشور خورده برابر $t'=5s$ است. زیرا:

$$\frac{v_1}{t'-4}=\frac{v_1}{6-t'}\Rightarrow 6-t'=t'-4\Rightarrow 10=2t'\Rightarrow t'=5s$$

اکنون، با داشتن t' و استفاده از تشابه مثلث‌ها، v_0 را برحسب v_1 می‌یابیم:

$$\frac{v_0}{t'}=\frac{v_1}{t'-4}\Rightarrow\frac{v_0}{5}=\frac{v_1}{1}\Rightarrow v_0=5v_1$$



در آخر، با توجه به این‌که مساحت سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور t برابر جابه‌جایی متحرک است، می‌توان نوشت:

$$\text{مسافت} = \ell = (\frac{v_0 \times t'}{2}) + |\frac{-v_1 \times (6-t')}{2}|$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{5v_1 \times 5}{2} + |\frac{-v_1 \times (6-5)}{2}| \Rightarrow \ell = \frac{25v_1}{2} + \frac{v_1}{2}$$

$$= \frac{26v_1}{2} \Rightarrow \ell = 13v_1$$

$$\text{جابه‌جایی} = \Delta x = \frac{v_0 \times 5}{2} - \frac{v_1 \times 1}{2} = \frac{5v_1 \times 5}{2} - \frac{v_1}{2} \Rightarrow \Delta x = 12v_1$$

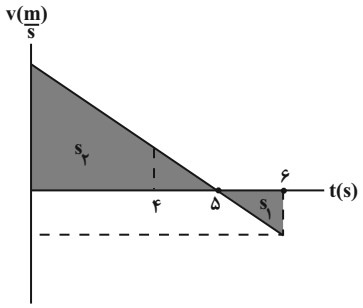
بنابراین، نسبت مسافت طی شده به جابه‌جایی برابر است با:

$$\frac{\ell}{\Delta x} = \frac{13v_1}{12v_1} \Rightarrow \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{13}{12}$$

روش دوم: می‌دانیم، نسبت مساحت دو مثلث متشابه برابر با مجذور نسبت اضلاع آن‌ها است. بنابراین، اگر مساحت مثلث در بازهٔ زمانی $5s$ تا $6s$ را برابر مسافت طی شده در این بازهٔ زمانی و برابر d در نظر بگیریم، مساحت مثلث در بازهٔ زمانی صفر تا $5s$ برابر است با:

$$\frac{s_2}{s_1} = (\frac{5-0}{6-5})^2 \xrightarrow{s_1=d} \frac{s_2}{d} = 25 \Rightarrow s_2 = 25d$$

اکنون با داشتن مساحت مثلث‌ها، می‌توان نوشت:



$$\ell = s_2 + |s_1| = 25d + d = 26d$$

$$\Delta x = s_2 - s_1 = 25d - d = 24d$$

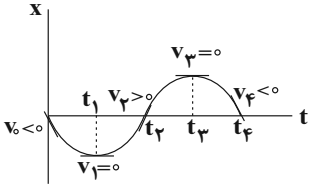
$$\frac{\ell}{\Delta x} = \frac{26d}{24d} \Rightarrow \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{13}{12}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۴۶- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

می‌دانیم که سرعت در هر لحظهٔ دلخواه t، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در آن لحظه است. با توجه به رابطهٔ شتاب متوسط $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ در هر بازهٔ زمانی که $\Delta v > 0$ باشد، $a_{av} > 0$ است. در بازهٔ زمانی t_1 تا t_4 $\Delta v < 0$، در بازهٔ زمانی t_3 تا t_4 $\Delta v < 0$، در بازهٔ زمانی ۰ تا t_3، $\Delta v > 0$ و در بازهٔ ۰ تا t_2، $\Delta v > 0$ است.

برای تعیین علامت سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی باید علامت Δx را تعیین کنیم.



در بازهٔ زمانی t_1 تا t_4 ثانیه $\Delta x > 0$، در بازهٔ زمانی t_3 تا t_4 ثانیه $\Delta x < 0$، در بازهٔ زمانی ۰ تا t_3 ثانیه $\Delta x > 0$ و در بازهٔ زمانی ۰ تا t_2 ثانیه، $\Delta x = 0$ است. پس در بازهٔ زمانی ۰ تا t_3 ثانیه هم سرعت متوسط هم شتاب متوسط هر دو مثبت هستند.

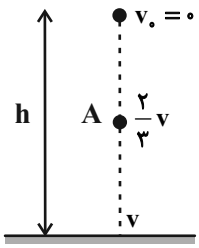
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴۷- **گزینهٔ «۴»** *(بابک اسلامی)*

برای سرعت متوسط گلوله بین دو لحظهٔ شروع حرکت تا رسیدن گلوله به نقطهٔ A که تندی آن برابر با $\frac{2}{3}v$ است، می‌توان نوشت:

$$v'_{av} = \frac{v_A + v_0}{2} \Rightarrow 20 = \frac{\frac{2}{3}v + 0}{2} \Rightarrow v = 60\frac{m}{s}$$

تندی گلوله‌ای که در شرایط خلأ از حال سکون رها می‌شود، پس از طی مسافت h' از رابطهٔ $v^2 = 2gh'$ به‌دست می‌آید. بنابراین داریم:

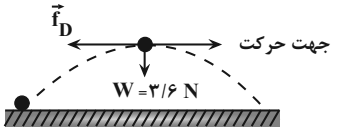


$$v^2 = 2gh \Rightarrow 60^2 = 2\times 10 \times h \Rightarrow h = 180m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴۸- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا جرم توپ را به‌دست می‌آوریم:



$$W = mg \Rightarrow m = \frac{W}{g} = \frac{3/6}{10} = 0/36kg$$

نیروی خالص وارد بر توپ در بالاترین نقطهٔ مسیر حرکتش، برابر است با:

$$\vec{F}_{net} = f_D(-\vec{i}) + W(-\vec{j}) \Rightarrow F_{net} = \sqrt{f_D^2 + W^2}$$

$$\xrightarrow{F_{net}=ma} ma = \sqrt{f_D^2 + W^2} \xrightarrow[m=0/36kg]{a=\frac{25}{2}\frac{m}{s^2}}$$

$$0/36 \times \frac{25}{2} = \sqrt{f_D^2 + 3/6^2}$$

$$f_D^2 = \sqrt{4/5^2 - 3/6^2} = 0/9\sqrt{5^2 - 4^2}$$

$$= 0/9 \times 3 = 2/7N \Rightarrow \vec{f}_D = (-2/7)\vec{i}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۴۹- **گزینهٔ «۴»** *(احسان مطلبی)*

با توجه به این‌که شیب نمودار نیروی کشسانی برحسب تغییرات طول فنر برابر با ثابت فنر است، ابتدا با توجه به نمودار رسم شده، ثابت فنرها را به‌دست می‌آوریم:

$$k_A=\frac{F_{eA}}{x_A}\Rightarrow k_A=\frac{۵}{۵}=۱\frac{N}{cm},k_B=\frac{F_{eB}}{x_B}=\frac{۴}{۵}\frac{N}{cm}$$

$$,k_C=\frac{F_{eC}}{x_C}=\frac{۱}{۴}\frac{N}{cm}$$

اکنون، با توجه به این‌که نیروی کشسانی هر سه فنر یکسان است، می‌توان نوشت:

$$F_e=kx=k_Ax_A=k_Bx_B=k_Cx_C$$

$$\Rightarrow\frac{x_B}{x_A}=\frac{k_A}{k_B}\xrightarrow[k_B=\frac{۴}{۵}\frac{N}{cm}]{x_A=۵۰cm,k_A=۱\frac{N}{cm}}\frac{x_B}{۵۰}=\frac{۱}{\frac{۴}{۵}}\Rightarrow x_B=۶۲/۵cm$$

$$\frac{x_C}{x_A}=\frac{k_A}{k_C}\xrightarrow[k_A=۱\frac{N}{cm}]{x_A=۵۰cm,k_C=\frac{۱}{۴}\frac{N}{cm}}\frac{x_C}{۵۰}=\frac{۱}{\frac{۱}{۴}}\Rightarrow x_C=۲۰۰cm$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۵۰- **گزینهٔ «۱»** *(مریم شیخ‌ممو)*

وقتی در مکان جدید شتاب گرانشی جدید ۹۶درصد کاهش یابد، شتاب گرانشی در آن مکان برابر $g_h=g_e-۰/۹۶g_e=۰/۰۴g_e$ خواهد شد. بنابراین، با استفاده از رابطه‌های $g_e=\frac{GM_e}{R_e^۲}$ و $g_h=\frac{GM_e}{(R_e+h)^۲}$ به صورت زیر h را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{g_h}{g_e}=(\frac{R_e}{R_e+h})^۲\xrightarrow{g_h=۰/۰۴g_e}\frac{۰/۰۴g_e}{g_e}=(\frac{R_e}{R_e+h})^۲$$

$$\Rightarrow\frac{۴}{۱۰۰}=(\frac{R_e}{R_e+h})^۲\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}}\frac{۲}{۱۰}=\frac{R_e}{R_e+h}$$

$$\Rightarrow ۲R_e+۲h=۱۰R_e$$

$$\Rightarrow ۲h=۸R_e\Rightarrow h=۴R_e\xrightarrow{R_e=۶۴۰۰km}$$

$$h=۴\times۶۴۰۰=۲۵۶۰۰km$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحهٔ ۵۶)

۵۱- **گزینهٔ «۱»** *(عرفان عسکریان چایدان)*

در این سؤال، نیروی مرکزگرای لازم برای حرکت دایره‌ای سکه به همراه دیسک توسط نیروی اصطکاک ایستایی تامین می‌شود. چون کمترین دورهٔ چرخش دیسک مورد سؤال است، اصطکاک ایستایی بیشینه خواهد بود. با استفاده از قانون دوم نیوتون در حرکت دایره‌ای یکنواخت، داریم:

$$F_{net}=m\frac{v^۲}{r}\Rightarrow f_{s,max}=m\frac{۴\pi^۲r}{T_{min}^۲}\Rightarrow\mu_sF_N=m\frac{۴\pi^۲r}{T_{min}^۲}$$

$$\Rightarrow\mu_smg=m\frac{۴\pi^۲r}{T_{min}^۲}\Rightarrow T_{min}^۲=\frac{۴\pi^۲r}{\mu_sg}$$

$$\xrightarrow[\mu_s=۰/۵]{r=۵cm}T_{min}^۲=\frac{۴\pi^۲\times۰/۰۵}{۰/۵\times۱۰}\Rightarrow T_{min}=\frac{\pi}{۵}s$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۵۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین برادران)*

در هر لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر در حال کاهش است. انرژی جنبشی و در نتیجه تندی جسم در حال افزایش است. بنابراین نوع حرکت تندشونده است در حرکت تندشونده بردارهای سرعت و شتاب با یکدیگر هم‌جهت‌اند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

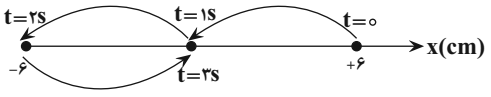
۵۳- **گزینهٔ «۳»** *(خسرو ارغوانی‌فرد)*

ابتدا دورهٔ تناوب نوسانگر را می‌یابیم:

$$x=۰/۰۶\cos\frac{\pi}{۲}t\Rightarrow\begin{cases}\omega=\frac{\pi}{۲}\frac{rad}{s}\\A=۰/۰۶m=۶cm\end{cases}$$

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\xrightarrow{\omega=\frac{\pi}{۲}\frac{rad}{s}}\frac{\pi}{۲}=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow T=۴s$$

با توجه به این‌که دورهٔ تناوب $T=۴s$ است، مدت زمان $\Delta t=۳-۰=۳s$ برابر $\frac{۳}{۴}$ دورهٔ تناوب می‌باشد. بنابراین، با توجه به طرح زیر، می‌توان نوشت:



$$l=۳A\xrightarrow{A=۶cm}l=۳\times۶=۱۸cm$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

۵۴- **گزینهٔ «۳»** *(محمدصادق مام‌سیره)*

با استفاده از رابطهٔ تراز شدت صوت $(\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰})$ به‌صورت زیر، $\beta_۱-\beta_۲$ را پیدا می‌کنیم:

$$\beta_۱-\beta_۲=۱۰(\log\frac{I_۱}{I_۰}-\log\frac{I_۲}{I_۰})\xrightarrow{\log\frac{a}{b}=\log a-\log b}$$

$$\beta_۱-\beta_۲=۱۰\log\frac{I_۱}{I_۲}\xrightarrow{I=\frac{P}{A}}\beta_۱-\beta_۲=۱۰\log\frac{\frac{P}{A_۱}}{\frac{P}{A_۲}}$$

$$\Rightarrow\beta_۱-\beta_۲=۱۰\log\frac{A_۲}{A_۱}\xrightarrow[A_۱=۱۲cm^۲]{A_۲=۲۴cm^۲}\beta_۱-\beta_۲=۱۰\log\frac{۲۴}{۱۲}$$

$$\Rightarrow\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log۲\xrightarrow{\log۲=۰/۳}\beta_۱-\beta_۲=۱۰\times۰/۳=۳$$

$$\Rightarrow\beta_۱=\beta_۲+۳dB$$

می‌بینیم، تراز شدت صوت دریافتی توسط شخص (۱)، ۳ دسی‌بل بیشتر از تراز شدت صوت دریافتی توسط شخصی (۲) است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۵۵- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا گونه)*

چون شنوندهٔ A با تندی ثابت به سمت آمبولانس می‌رود. درمدت زمان یکسان در مقایسه با شنوندهٔ ساکن با جبهه‌های موج بیش‌تری مواجه می‌شود و بسامد احساس آن بیش‌تر از بسامد واقعی می‌شود و چون شنوندهٔ B با تندی ثابت در حال دور شدن از آمبولانس است، در مدت زمان یکسان در مقایسه با شنوندهٔ ساکن با جبهه‌های موج کم‌تری مواجه می‌شود و در نتیجه بسامد احساسی آن کم‌تر از بسامد واقعی می‌شود و هم‌چنین چون آمبولانس ساکن است، لذا تجمع جبهه‌های موج در دو سوی آن یکسان بوده و در نتیجه طول موج دریافتی توسط هریک از دو شنونده با طول موج چشمهٔ موج برابر است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

۵۶- **گزینهٔ «۴»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

چون تندی صوت در هوا (محیط رقیق) کمتر از تندی صوت در آب (محیط غلیظ) است، در هنگام ورود موج صوتی از آب به هوا، پرتوهای موج که عمود بر جبهه‌های موج هستند، به خط عمود نزدیک می‌شوند. بنابراین، با توجه به رابطهٔ $\lambda = \frac{V}{f}$، چون بسامد موج ثابت است، با کاهش تندی موج، طول موج آن نیز کمتر می‌شود. لذا، جبهه‌های موج به یکدیگر نزدیک می‌شوند.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۷)

۵۷- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا خادمی)*

با افزایش دما، چگالی هوا کاهش می‌یابد که این سبب کاهش ضریب شکست آن می‌گردد.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۵۸- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

می‌دانیم در هر رشته بلندترین طول موج گسیلی به ازای گذار الکترون از تراز $n = n' + 1$ به تراز n' و کوتاه‌ترین طول موج گسیلی به ازای گذار الکترون از تراز $n = \infty$ به تراز n' است. بنابراین در رشتهٔ بالمر $(n' = 2)$، برای بلندترین طول موج $n = 3$ و برای کوتاه‌ترین طول موج $n = \infty$ است. در این حالت داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}) \xrightarrow[n'=2]{n=3} \frac{1}{\lambda_{max}} = R(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}) = R \times \frac{9-4}{36}$$

$$\Rightarrow \lambda_{max} = \frac{36}{5R}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}) \xrightarrow[n'=2]{n=\infty} \frac{1}{\lambda_{min}} = R(\frac{1}{4} - \frac{1}{\infty^2})$$

$$\Rightarrow \lambda_{min} = \frac{4}{R}$$

در آخر داریم:

$$\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} = \frac{\frac{36}{5R}}{\frac{4}{R}} = \frac{36}{5 \times 4} \Rightarrow \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} = 1/8$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

۵۹- **گزینهٔ «۳»** *(عباس اصغری)*

شکل داده شده در سؤال، مربوط به مدل اتمی رادرفورد است. بر مبنای این مدل اتمی، الکترون در حین گردش به دور هسته موج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند و طیف امواج الکترومغناطیسی گسیل‌شده از اتم، پیوسته می‌باشد.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحهٔ ۱۲۶)

۶۰- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی واثقی)*

در واپاشی α، عدد اتمی و عدد نوترونی هر کدام ۲ واحد کاهش می‌یابد، و در واپاشی β^-، عدد اتمی یک واحد افزایش و عدد نوترونی یک واحد کاهش می‌یابد.

$$\text{عدد نوترونی}: 60 - 2(2) - 1 = N \Rightarrow N = 55 \quad (I)$$

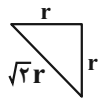
$$\text{عدد اتمی}: Z - 2(2) + 1 = 50 \Rightarrow Z = 53 \quad (II)$$

$$I, II \Rightarrow N + Z = 55 + 53 = 108$$

(فیزیک۳- آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)

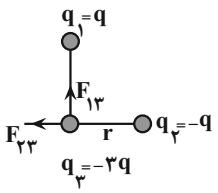
۶۱- **گزینهٔ «۴»** *(پوریا علاقه‌مند)*

ابتدا نیروی بین بارهای q_1 و q_2 را می‌یابیم. با توجه به شکل، فاصلهٔ بین بارهای q_1 و q_2 برابر $\sqrt{2}r$ است. بنابراین داریم:



$$F_{12} = k\frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} \xrightarrow[r_{12}=\sqrt{2}r]{|q_2|=|q_1|=q} F_{12} = \frac{kq^2}{2r^2} = F \Rightarrow \frac{kq^2}{r^2} = 2F$$

اکنون نیروهای وارد بر بار q_3 را رسم و برآیند آن‌ها را حساب می‌کنیم:



$$F_{13} = \frac{k|q_1||q_3|}{(r_{13})^2} = \frac{kq(3q)}{r^2} = \frac{3kq^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow F_{13} = 3 \times 2F = 6F$$

$$F_{23} = \frac{k|q_2||q_3|}{(r_{23})^2} = \frac{kq(3q)}{r^2} = \frac{3kq^2}{r^2}$$

$$\Rightarrow F_{23} = 3 \times 2F = 6F$$

$$F_{T_3} = \sqrt{(F_{13})^2 + (F_{23})^2} \Rightarrow F_{T_3} = \sqrt{(6F)^2 + (6F)^2}$$

$$F_{T_3} = 6\sqrt{2}F$$

(فیزیک ۲- الکتریسته ساکن؛ صفحه‌های ۵ تا ۹)

۶۲- **گزینهٔ «۲»** *(سعید شرق)*

در این سوال با توجه به رابطه‌های مربوط به انرژی و ظرفیت خازن به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: درست است. با توجه به رابطهٔ $U = \frac{1}{2}CV^2$ داریم:

$$C = \frac{2U}{V^2} \Rightarrow [C] = \frac{J}{V^2}$$

گزینهٔ «۲»: نادرست است. با توجه به رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$ داریم:

$$C=\frac{Q^2}{2U}\Rightarrow [C]=\frac{C^2}{J}$$

گزینهٔ «۳»: درست است. با توجه به رابطهٔ $U=\frac{Q^2}{2C}$ داریم:

$$C=\frac{Q^2}{2U}\Rightarrow [C]=\frac{C^2}{J}\xrightarrow{[J]=N.m}[C]=\frac{C^2}{N.m}$$

گزینهٔ «۴»: درست است. با توجه به رابطهٔ $C=\frac{Q}{V}$ داریم:

$$C=\frac{Q}{V}\Rightarrow [C]=\frac{C}{V}$$

(فیزیک ۲- الکتریسیتهٔ ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

۶۳- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی کیانی)*

ابتدا با استفاده از داده‌های روی نمودار و قانون اهم، R_A و R_B را می‌یابیم. به ازای اختلاف پتانسیل ۱۲ ولت، جریان مقاومت‌ها برابر $I_B=2A$ و $I_A=4A$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$R_A=\frac{V_A}{I_A}\xrightarrow[I_A=4A]{V_A=12V}R_A=\frac{12}{4}=3\Omega$$

$$R_B=\frac{V_B}{I_B}\xrightarrow[I_B=2A]{V_B=12V}R_B=\frac{12}{2}=6\Omega$$

اکنون، با استفاده از رابطهٔ $P=\frac{V^2}{R}$ و با توجه به این‌که $P_A=P_B+150$ است، به‌صورت زیر V را می‌یابیم:

$$P_A-P_B=150\xrightarrow[V_A=V_B=V]{P=\frac{V^2}{R}}\frac{V^2}{R_A}-\frac{V^2}{R_B}=150$$

$$\Rightarrow\frac{V^2}{3}-\frac{V^2}{6}=150\Rightarrow\frac{2V^2-V^2}{6}=150\Rightarrow V^2=900\Rightarrow V=30V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۹، ۵۰، ۶۷ و ۶۸)

۶۴- **گزینهٔ «۱»** *(محمد اکبری)*

با توجه به این‌که توان مصرفی مقاومت R برابر توان خروجی باتری است، ابتدا جریان الکتریکی مدار را به ازای مقاومت‌های $R_1=4\Omega$ و $R_2=6\Omega$، به‌دست می‌آوریم:

$$P_1=R_1I_1^2\xrightarrow[R_1=4\Omega]{P_1=16W}16=4\times I_1^2\Rightarrow I_1=2A$$

$$P_2=R_2I_2^2\xrightarrow[R_2=6\Omega]{P_2=13/5W}13/5=6\times I_2^2\Rightarrow I_2^2=\frac{9}{4}\Rightarrow I_2=\frac{3}{2}A$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ و یا $P=\varepsilon I-rI^2$ مقادیر ε و r را پیدا می‌کنیم: (I)

$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_1+r}\Rightarrow 2=\frac{\varepsilon}{4+r}\Rightarrow\varepsilon=8+2r$$

$$I_2=\frac{\varepsilon}{R_2+r}\xrightarrow{(I)}\frac{3}{2}=\frac{8+2r}{6+r}\Rightarrow 18+3r=16+4r$$

$$\Rightarrow r=2\Omega\xrightarrow{(I)}\varepsilon=8+2\times 2=12V$$

در آخر، بیشینه توان خروجی باتری را از رابطهٔ زیر، می‌یابیم:

$$P_{max}=\frac{\varepsilon^2}{4r}=\frac{12\times 12}{4\times 2}\Rightarrow P_{max}=18W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۶۵- **گزینهٔ «۱»** *(غلامرضا محبی)*

چون مدار داده شده تک‌حلقه است، جریان عبوری از مقاومت خارجی R و مقاومت داخلی r، یکسان است. بنابراین، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}V_R=RI\\V_r=rI\end{cases}\Rightarrow\frac{V_R}{V_r}=\frac{RI}{rI}\xrightarrow{V_R=9V_r}\frac{9V_r}{V_r}=\frac{R}{r}\Rightarrow r=\frac{R}{9}$$

اکنون با داشتن ε، I و r برحسب R، اندازهٔ مقاومت R را به‌صورت زیر می‌یابیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\xrightarrow[I=0/2A]{\varepsilon=6V,r=\frac{R}{9}}0/2=\frac{6}{R+\frac{R}{9}}\Rightarrow 0/2=\frac{6}{\frac{10R}{9}}$$

$$\Rightarrow 0/2=\frac{6\times 9}{10R}\Rightarrow 2R=6\times 9\Rightarrow R=27\Omega$$

در نهایت توان مصرفی در مقاومت R را می‌یابیم:

$$P=RI^2\xrightarrow[I=0/2A]{R=27\Omega}P=27\times 0/04=1/08W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۶۶- **گزینهٔ «۴»** *(رضا امامی)*

قبل از بستن کلید K، هر سه لامپ در مدار به صورت متوالی به یکدیگر متصل شده اند. از طرف دیگر، چون لامپ‌ها مشابه و مقاومت یکسانی دارند، اختلاف پتانسیل دو سر آنها یکسان است. بنابراین، با توجه به این‌که باتری آرمانی است $(r=0)$، اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر $V=\varepsilon$ می‌باشد. در این حالت می‌توان نوشت:

$$V_A+V_B+V_C=V\xrightarrow[V=\varepsilon]{V_B=V_C=V_A}V_A+V_A+V_A=\varepsilon$$

$$\Rightarrow 3V_A=\varepsilon\Rightarrow V_A=\frac{1}{3}\varepsilon$$

$$P_A=\frac{V_A^2}{R_A}\xrightarrow{V_A=\frac{1}{3}\varepsilon}P_A=\frac{\frac{1}{9}\varepsilon^2}{R_A}\Rightarrow P_A=\frac{\varepsilon^2}{9R_A}$$

با بستن کلید K، دو سر لامپ C با یک سیم به یکدیگر متصل شده (اتصال کوتاه رخ می‌دهد) و از مدار حذف می‌گردد. در این حالت فقط لامپ‌های A و B در مدارند و می‌توان نوشت:

$$V'_A+V'_B=V\xrightarrow[V=\varepsilon]{V'_B=V'_A}V'_A+V'_A=\varepsilon\Rightarrow 2V'_A=\varepsilon$$

$$\Rightarrow V'_A=\frac{1}{2}\varepsilon$$

$$P'_A=\frac{V'^2_A}{R_A}\xrightarrow{V'_A=\frac{1}{2}\varepsilon}P'_A=\frac{\varepsilon^2}{4R_A}$$

در آخر درصد تغییر توان مصرفی لامپ A برابر است با:

$$\text{درصد تغییر توان مصرفی لامپ A} = \frac{P'_A - P_A}{P_A} \times ۱۰۰ = \frac{\frac{\varepsilon^۲}{۴R_A} - \frac{\varepsilon^۲}{۹R_A}}{\frac{\varepsilon^۲}{۹R_A}} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییر توان مصرفی لامپ A} = \frac{\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۹}}{\frac{۱}{۹}} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییر توان لامپ A} = \frac{۵}{۴} \times ۱۰۰ = ۱۲۵\%$$

بنابراین توان مصرفی لامپ A، ۱۲۵ درصد افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۰)

۶۷- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به نمودار داده شده، $I_{max} = ۲\sqrt{۵}A$ و $\frac{۳T}{۲} = \frac{۱}{۲۰۰}s$ است.

بنابراین، ابتدا با محاسبهٔ T و استفاده از معادلهٔ جریان متناوب، جریان در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۳۶۰۰}s$ را می‌یابیم:

$$۳\frac{T}{۲} = \frac{۱}{۲۰۰} \Rightarrow T = \frac{۱}{۳۰۰}s$$

$$I = I_{max}\sin(\frac{۲\pi}{T}t) \xrightarrow[T=\frac{۱}{۳۰۰}s, t=\frac{۱}{۳۶۰۰}s]{I_{max}=۲\sqrt{۵}A} I = ۲\sqrt{۵} \times \sin(\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۳۰۰}} \times \frac{۱}{۳۶۰۰})$$

$$\Rightarrow I = ۲\sqrt{۵}\sin\frac{\pi}{۶} = \sqrt{۵}A$$

اکنون انرژی ذخیره شده در سیملوله را محاسبه می‌کنیم:

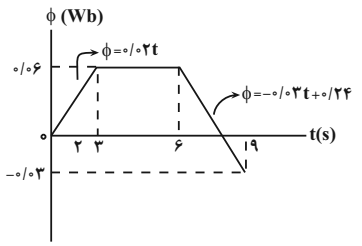
$$U = \frac{۱}{۲}LI^۲ \xrightarrow{L=۴/۲mH} U = \frac{۱}{۲} \times ۴/۲ \times (\sqrt{۵})^۲ = ۱۰/۵mJ$$

دقت کنید، چون U را برحسب میلی‌ژول خواسته است، ضریب القاوری (L) را برحسب میلی‌هانری جایگذاری نموده‌ایم.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

۶۸- **گزینهٔ «۲»** *(احسان ایرانی)*

بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در یک حلقه از رابطهٔ $\varepsilon_{av} = |\frac{\Delta\phi}{\Delta t}|$ به‌دست می‌آید.



در بازهٔ زمانی ۰ تا ۳s شارمغناطیسی به‌صورت خطی افزایش می‌یابد. با استفاده از معادلهٔ خط گذرنده از نقاط (۰,۰) و (۳,۰/۰۶) می‌توانیم شارمغناطیسی در لحظهٔ $t = ۲s$ را به‌دست آوریم.

$$\phi = +۰/۰۲t \xrightarrow{t=۲s} \phi = +۰/۰۲(۲) = +۰/۰۴Wb$$ در بازهٔ ۰ تا ۳s

برای به‌دست آوردن شارمغناطیسی در لحظهٔ $t = ۷s$ نیز از معادلهٔ خط عبوری از نقاط (۶,۰/۰۶) و (۹,-۰/۰۳) استفاده می‌کنیم:

$$t = ۷s \Rightarrow \phi = -۰/۰۳(۷) + ۰/۲۴ = +۰/۰۳Wb$$

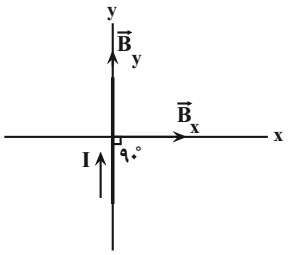
اکنون طبق رابطه $\varepsilon_{av} = |\frac{\Delta\phi}{\Delta t}|$ داریم:

$$\varepsilon_{av} = \left|\frac{\phi_{۷s} - \phi_{۲s}}{۷-۲}\right| = \left|\frac{۰/۰۳ - ۰/۰۴}{۵}\right| = \left|\frac{۰/۰۳ - ۰/۰۴}{۵}\right| = \frac{۱}{۵۰۰} = \frac{۱}{۵۰۰}V = ۲mV$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیس؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

۶۹- **گزینهٔ «۲»** *(مریم شیخ‌ممو)*

با توجه به شکل زیر، چون سیم در راستای محور y قرار دارد، فقط مؤلفهٔ افقی میدان مغناطیسی (B_x) بر آن نیرو وارد می‌کند. زیرا، مؤلفهٔ عمودی میدان مغناطیسی (B_y) هم‌راستا با سیم است، در نتیجه $\theta = ۱۸۰^\circ$ یا $\theta = ۰$ می‌باشد، و طبق رابطهٔ $F_y = I\ell B\sin\theta$، نیرویی از طرف مؤلفهٔ عمودی میدان مغناطیسی به آن وارد نمی‌شود، بنابراین، می‌توان نوشت:

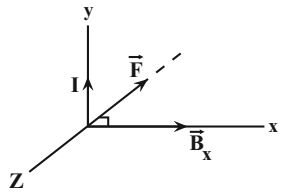


$$F_x = I\ell B_x \sin۹۰^\circ \xrightarrow[\ell=۰/۵m, B_x=۲T]{\sin۹۰^\circ=۱, I=۱/۲A}$$

$$F_x = ۱/۲ \times ۰/۵ \times ۲ \times ۱ \Rightarrow F_x = ۱/۲N$$

$$F_{کل} = \sqrt{F_x^۲ + F_y^۲} \xrightarrow{F_y=۰} F_{کل} = F_x = ۱/۲N$$

با توجه به قاعدهٔ دست راست، جهت نیروی وارد بر سیم درصفحه به‌صورت درون‌سو بوده؛ بنابراین در خلاف جهت محور Z است.



(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۷۰- **گزینهٔ «۴»** *(نادر حسین‌پور)*

برای صفر شدن میدان مغناطیسی در نقطهٔ M، میدان مغناطیسی دو سیم‌لوله باید با یکدیگر برابر و در خلاف جهت یکدیگر باشند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$B_P = B_Q \xrightarrow{B=\frac{\mu_۰NI}{\ell}} \frac{\mu_۰N_PI_P}{\ell_P} = \frac{\mu_۰N_QI_Q}{\ell_Q}$$

$$\xrightarrow{\ell_P=\ell_Q} N_P I_P = N_Q I_Q$$

$$\xrightarrow[I_Q=2A]{N_P=500, N_Q=200} 500\times I_P = 200\times 2 \Rightarrow I_P = 0/8A$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

۷۱- **گزینهٔ «۴»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

می‌دانیم فشار پیمانه‌ای برابر اختلاف فشار گاز و فشار هوا است. بنابراین، ابتدا فشار ناشی از هریک از مایعات را برحسب cmHg محاسبه می‌کنیم، فشار ناشی از $45cm$ از مایع با چگالی ρ_1 برحسب cmHg برابر است با:

$$\rho_1 h_1 = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \xrightarrow[\rho_{\text{جیوه}}=13/5\frac{g}{cm^3}]{\rho_1=1/2\frac{g}{cm^3}, h_1=45cm}$$

$$1/2\times 45 = 13/5\times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 4cm \Rightarrow P_1 = 4cmHg$$

فشار ناشی از $81cm$ از مایع با چگالی ρ_2 برحسب cmHg برابر است با:

$$\rho_2 h_2 = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \xrightarrow[h_2=81cm]{\rho_2=1\frac{g}{cm^3}} 1\times 81 = 13/5\times h_{\text{جیوه}}$$

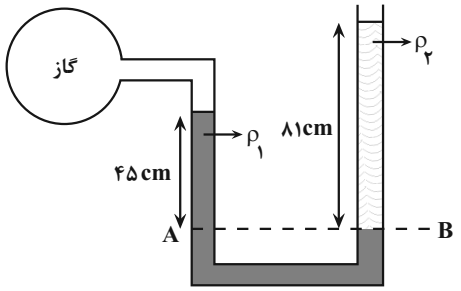
$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 6cm \Rightarrow P_2 = 6cmHg$$

اکنون برای نقاط هم‌تراز A و B شکل زیر، که فشار یکسانی دارند، می‌توان نوشت:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_1 = P_\circ + P_2$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_\circ = P_2 - P_1 \xrightarrow[P_1=4cmHg]{P_2=6cmHg}$$

$$P_{\text{گاز}} - P_\circ = 6-4 = 2cmHg \Rightarrow \text{فشار پیمانه‌ای} = 2cmHg$$



(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۷۲- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین برادران)

با توجه به رابطهٔ $W = Fd\cos\theta$ می‌توان نوشت:

$$\begin{matrix} W_{\text{الف}} = Fd_{\text{الف}}\cos\theta_{\text{الف}} \\ W_{\text{ب}} = Fd_{\text{ب}}\cos\theta_{\text{ب}} \end{matrix} \xrightarrow[F_{\text{الف}}=F_{\text{ب}}, W_{\text{الف}}=W_{\text{ب}}]{\theta_{\text{الف}}=30^\circ, \theta_{\text{ب}}=60^\circ}$$

$$d_{\text{الف}}\cos 30^\circ = d_{\text{ب}}\cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{d_{\text{الف}}}{d_{\text{ب}}} = \frac{\cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۷۳- **گزینهٔ «۴»** (محمدرضا خارمی)

چون قطر گلوله برابر $2/004cm$ و قطر داخلی حلقه برابر $2cm$ است، لازم است، قطر حلقه حداقل به اندازهٔ $\Delta R = 2/004 - 2 = 0/004cm$ افزایش یابد. بنابراین، با استفاده از رابطهٔ تغییر طول یک جسم جامد $(\Delta L = \alpha L_1 \Delta T)$، برای قطر داخلی حلقه می‌توان نوشت:

$$\Delta R_{\text{حلقه}} = \alpha_{\text{حلقه}} R_{1\text{حلقه}} \Delta T$$

$$\xrightarrow[\alpha_{\text{حلقه}}=2\times10^{-5}K^{-1}, R_{1\text{حلقه}}=2cm]{\Delta R_{\text{حلقه}}=0/004cm=4\times10^{-3}cm}$$

$$4\times10^{-3} = 2\times10^{-5}\times 2\times\Delta T \Rightarrow \Delta T = 100K$$

بنابراین، برای عبور گلوله از حلقه، لازم است دمای حلقه را حداقل $100K$ افزایش دهیم.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

۷۴- **گزینهٔ «۱»** (محمدصادق مام‌سیده)

ابتدا کل گرمای داده شده به یخ توسط گرمکن الکتریکی را پیدا می‌کنیم. بنابراین، با توجه به طرح‌وارهٔ زیر می‌توان نوشت:

$$\boxed{0^\circ C\ \text{یخ}} \xrightarrow{Q_1=mL_F} \boxed{0^\circ C\ \text{آب}} \xrightarrow{Q_2=mc_{\text{آب}}\Delta\theta} \boxed{80^\circ C\ \text{آب}}$$

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 = mL_F + mc_{\text{آب}}\Delta\theta \xrightarrow[L_F=334\frac{kJ}{kg}]{m=1kg, c_{\text{آب}}=4/2\frac{kJ}{kg.^\circ C}}$$

$$Q_{\text{کل}} = 1\times 334 + 1\times 4/2\times(80-0) = 334 + 336 \Rightarrow Q_{\text{کل}} = 670kJ$$

اکنون به‌صورت زیر توان الکتریکی گرمکن را پیدا می‌کنیم:

$$P = \frac{Q_{\text{کل}}}{t} \xrightarrow[t=670s]{Q_{\text{کل}}=670kJ} P = \frac{670kJ}{670s} = 1\frac{kJ}{s} \Rightarrow P = 1kW$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰ و ۱۰۵)

۷۵- **گزینهٔ «۱»** (مسعود قره‌فانی)

چون گاز بر روی محیط کار انجام داده است، حجم آن افزایش می‌یابد، در نتیجه، علامت کار منفی است، لذا $W = -380J$ می‌باشد.

از طرف دیگر چون انرژی درونی گاز افزایش یافته است، $\Delta U = +800J$ خواهد بود. بنابراین، با استفاده از قانون اول ترمودینامیک می‌توان نوشت:

$$\Delta U = W + Q \Rightarrow 800 = -380 + Q \Rightarrow Q = 1180J$$

(فیزیک ۱- ترمودینامیک؛ صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۱)

شیمی

۷۶- **گزینهٔ «۱»** *(حسین ناصری‌ثانی)*

نام ترکیب	آهن (III) کلرید	لیتیم‌نیترید	آلومینیم‌نیترات	منگنز (II) سولفید	کروم (II) نیترید	کلسیم اکسید
فرمول شیمیایی	$FeCl_3$	Li_3N	$Al(NO_3)_3$	MnS	Cr_3N_2	CaO
نسبت شمار آنیون به کاتیون	$\frac{3}{1}=3$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{1}=3$	$\frac{1}{1}=1$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{1}=1$

نتیجه: در آهن (III) کلرید و آلومینیم نیترات، نسبت شمار آنیون‌ها به شمار کاتیون برابر ۳ است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۷۷- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا رضایی‌سراب)*

فقط مورد چهارم نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

مورد اول: $\text{تعداد کل نوترون‌ها} = (۳\times۳)+(۴۷\times۴)=۱۹۷$ $\overset{۶}{۳}Li$ $\overset{۷}{۳}Li$

مورد دوم: $\bar{M}=\frac{(۶\times۳)+(۷\times۴۷)}{۵۰}=۶/۹۴amu$

$\text{مجموع جرم اتم‌ها}=۵۰\times۶/۹۴=۳۴۷amu$

مورد سوم: $۱۳/۸۸gLi\times\frac{۱molLi}{۶/۹۴gLi}\times\frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}Li}{۱molLi}\times\frac{۳^{۶}Li}{۵۰Li}$

$=۷/۲۲۴\times۱۰^{۲۲}$ اتم ^{۶}Li

مورد چهارم: برخی از رفتارهای فیزیکی وابسته به جرم، متفاوت است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۳ تا ۱۸)

۷۸- **گزینهٔ «۴»** *(فرزاد نبقی‌کرمی)*

عبارت‌های ب و پ نادرست‌اند.

عبارت آ و ب: $^{۹۹}_{۴۳}Tc$ **نخستین عنصر ساخت بشر است و همهٔ تکنسیم موجود در جهان به‌طور مصنوعی تولید می‌شود. نیم عمر آن کم است و نمی‌توان مقدار زیادی از آن را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرد.**

عبارت پ: در تصویربرداری پزشکی از خاصیت هم‌اندازه بودن یون دارای تکنسیم با یون ید استفاده می‌کنند و در تشخیص مشکل غدهٔ پروانه‌ای شکل تیروئید کاربرد دارد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۷ و ۸)

۷۹- **گزینهٔ «۲»** *(میلاد شیخ‌الاسلامی)*

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم: $N_2(g)+3H_2(g)\rightarrow 2NH_3(g)$

طبق گفتهٔ سوال حجم مخلوط واکنش‌دهنده‌ها ۲۴ لیتر است. از طرفی کل واکنش‌دهنده‌ها به‌طور کامل مصرف می‌شوند این اتفاق تنها در صورتی رخ می‌دهد که حجم گازها متناسب با ضریبشان باشد. به عبارتی اگر حجم N_2 را x لیتر فرض کنیم، حجم هیدروژن مورد نیاز برای واکنش کامل این دو گاز $3x$ لیتر (متناسب با ضریبش) خواهد بود پس:

$$xLN_2+3xLH_2=24L\Rightarrow x=6L$$

از طرفی با توجه به رابطهٔ حجم و ضریب گازها، حجم NH_3 تولیدی باید $2x$ لیتر یعنی $12L$ باشد. حالا حجم مولی گازها را حساب می‌کنیم:

$$?LNH_3=1molNH_3\times\frac{12LNH_3}{0/4molNH_3}=30LNH_3$$

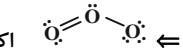
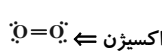
پس حجم مولی گازها $30\frac{L}{mol}$ **می‌باشد.**

برای محاسبهٔ چگالی NH_3 داریم:

$$\text{چگالی}=\frac{\text{جرم(g)}}{\text{حجم(L)}}=\frac{\overbrace{17gNH_3}^{\text{جرم یک‌مول }NH_3}}{\underbrace{30LNH_3}_{\text{حجم یک‌مول }NH_3}}\simeq 0/57g.L^{-1}$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

۸۰- **گزینهٔ «۳»** *(سراسری داخل تجربی ۱۴۰۱)*

اوزون ⇐  **اکسیژن ⇐** 

- شمار الکترون‌های ناپیوندی در اوزون (۱۲ الکترون) بیش‌تر از اکسیژن (۸ الکترون) است.

- شمار الکترون‌های پیوندی در اوزون (۶ الکترون) بیش‌تر از اکسیژن (۴ الکترون) است.

- واکنش‌پذیری اوزون از اکسیژن بالاتر است، پس اکسیژن پایدارتر است.

- اوزون قطبی بوده و گشتاور دو قطبی بزرگ‌تر از صفر دارد، در حالی‌که اکسیژن ناقطبی و دارای گشتاور دو قطبی صفر است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵

آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۸۱- **گزینهٔ «۴»** *(ارژنگ خاندری)*

بررسی موارد:

مورد آ) با توجه به واکنش: $4Fe(s)+3O_2(g)\rightarrow 2Fe_2O_3(s)$**، جرم قطعه آهن در واکنش زنگ زدن، افزایش می‌یابد.**

مورد ب) همهٔ واکنش‌های شیمیایی از قانون پایستگی جرم پیروی می‌کنند.

مورد پ) در یک معادله موازنه شده که قانون پایستگی جرم در مورد آن صادق است، مول‌های مواد واکنش‌دهنده و فراورده، می‌تواند متفاوت باشد.

مورد ت) گوگرد، جامدی زردرنگ است که در واکنش با فلز نقره، به نقره سولفید تبدیل می‌شود.

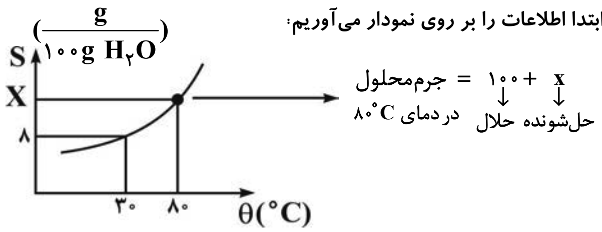
مورد ث) اگر مقدار زیادی شکر را با مقدار کمی آب مخلوط کنیم، رسوب تشکیل می‌شود در صورتی‌که تغییر شیمیایی رخ نداده است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵

آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۸۲- **گزینهٔ «۲»** *(فرزاد حسینی)*

ابتدا اطلاعات را بر روی نمودار می‌آوریم:



حال اگر دمای محلول بالا یعنی $(100+x)$ را از $80^\circ C$ تا $30^\circ C$ سرد کنیم به اندازهٔ $X-8$ گرم رسوب تشکیل می‌شود. حال با یک تناسب می‌توانیم داشته باشیم:

جرم رسوب $X-8$	جرم محلول در $80^\circ C$ $(100+X)$
۱۵	۶۹

$$\Rightarrow 69(x-8)=15(100+x)\Rightarrow x=38g$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۸۳- **گزینهٔ «۲»** *(روزبه رضوانی)*

کلسیم فسفات ← نامحلول | نقره کلرید ← نامحلول
اتانول ← محلول | استون ← محلول
کلسیم سولفات ← کم‌محلول | شکر ← محلول
باریم سولفات ← نامحلول | نقره نیترات ← محلول

در نتیجه:
- محلول ← ۴ ماده
- کم‌محلول ← ۱ ماده
- نامحلول ← ۳ ماده

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲ و ۱۰۷)

۸۴- **گزینهٔ «۳»** *(عبدالرضا دادخواه)*

عبارت‌های (الف)، (ب) و (پ) نادرست می‌باشند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت الف: CO و HCN مولکول‌هایی قطبی هستند، اما CCl_4 مولکولی ناقطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

عبارت ب: NO_2 برخلاف CO_2، مولکولی قطبی است. از این رو نیروهای جاذبه بین مولکول‌های NO_2، قوی‌تر بوده و دمای جوش بالاتری داشته و آسان‌تر از حالت گاز به حالت مایع تبدیل می‌شود.

عبارت پ: مولکول استون با ساختار $CH_3-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-CH_3$، نمی‌تواند با مولکولی مشابه خود پیوند هیدروژنی برقرار کند، زیرا در صورتی پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود که اتم H با یکی از اتم‌های F، O و یا N پیوند اشتراکی داشته باشد. در آن صورت اتم H از یک مولکول می‌تواند با اتم F، O و یا N از مولکول دیگر، پیوند هیدروژنی برقرار کند.

عبارت ت: نقطهٔ جوش H_2S، HCl و PH_3 برحسب درجهٔ سلسیوس به ترتیب برابر ۶۰-، ۸۵- و ۸۷/۵- می‌باشد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۸۵- **گزینهٔ «۱»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

بررسی عبارت‌ها:

آ) عدد اتمی (Z) بنیادی‌ترین ویژگی عناصر است.

ب) مطابق نمودار صفحهٔ ۴ کتاب این عبارت درست است.

پ) گازهای نجیب در گروه ۱۸ قرار دارند و همهٔ آن‌ها <u>بجز هلیم (He)</u> عناصری از دستهٔ p می‌باشند.

ت) اولین و سومین فلز قلیایی $_3Li$ و $_{19}K$ (اختلاف عدد اتمی ۱۶) و اولین و سومین هالوژن ($_9F$ و $_{35}Br$) (اختلاف عدد اتمی <u>۲۶</u>) است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۴ تا ۱۴)

۸۶- **گزینهٔ «۳»** *(جواد سوری‌لکی)*

امروزه نفت خام در دنیای کنونی دو نقش اساسی ایفا می‌کند. نقش نخست آن، منبع تأمین انرژی بوده و در نقش دوم، مادهٔ اولیه برای تهیهٔ بسیاری از مواد و کالاها است که در صنایع گوناگون از آنها استفاده می‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

۸۷- **گزینهٔ «۳»** *(مسعود جعفری)*

برای تشخیص آلکان موردنظر، از ساده‌ترین آلکان، یعنی متان شروع می‌کنیم و سپس آلکان‌های بعد آن یعنی اتان، پروپان و ... را بررسی می‌کنیم و شمار ایزومرهای ساختاری ممکن برای هر کدام را به‌دست می‌آوریم:

متان: $F-\underset{H}{\overset{H}{C}}-F$ (یک ایزومر)

اتان: $F-CH_2-CH_2-F$ یا $H_3C-\underset{F}{\overset{F}{C}}-H$ (دو ایزومر)

پروپان: $F-CH_2CH_2CH_2-F$ یا $F-CH_2-\underset{F}{CH}-CH_3$ یا $F-\underset{F}{CH}-CH_2-CH_3$ یا $H_3C-\underset{F}{\overset{F}{C}}-CH_3$ (چهار ایزومر)

اکنون که مشخص شد آلکان x همان پروپان است دیگر نیازی به بررسی آلکان‌های دیگر نیست و واکنش آن را می‌نویسیم:

$$C_3H_8+F_2\rightarrow C_3H_6F_2+H_2$$

$$?g\ C_3H_6F_2=1mol\ C_3H_8\times\frac{1mol\ C_3H_6F_2}{1mol\ C_3H_8}\times\frac{80gC_3H_6F_2}{1mol\ C_3H_6F_2}$$

$$\times\frac{88}{\underbrace{100}_{\text{بازده}}}=70/4\,g\,C_3H_6F_2$$

$$?\,g\,C_3H_8\text{ باقی‌مانده}=1\,mol\,C_3H_8\times\frac{44g\,C_3H_8}{1\,mol\,C_3H_8}\times\frac{100-88}{100}$$

$$=5/28 g C_3H_8$$

اکنون نسبت دو جرم به‌دست آمده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم تولید شده } C_3H_6F_2}{\text{جرم باقی‌مانده } C_3H_8}=\frac{70/4}{5/28}\simeq 13/3$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۴۰)

۸۸- **گزینهٔ «۴»** *(مجید غنچه‌علی)*

همهٔ موارد درست هستند. $C_{10}H_{20}+Br_2\rightarrow C_{10}H_{20}Br_2$

بررسی برخی موارد:

آ) فرمول مولکولی ۲، ۶- دی‌برمو -۴- اتیل‌اوکتان نیز $C_{10}H_{20}Br_2$ است.

ث) در $C_{10}H_{20}$ $\Leftarrow \frac{\text{شمار پیوندهای } C-C}{\text{شمار پیوندهای } C-H}=\frac{8}{20}=0/4$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۸۹- **گزینهٔ «۲»** *(علی رحیمی)*

$$150g\times\frac{30}{100}=45g\text{ چربی}\xrightarrow{\times 38\frac{kJ}{g}}1710kJ$$

با توجه به برابری ارزش سوختی کربوهیدرات‌ها و پروتئین‌ها هر دو را با هم محاسبه می‌کنیم ۷۰ درصد دیگر مربوط به این دو ماده است.

(کربوهیدرات‌ها + پروتئین‌ها) $150-45=105gr$

$$105g\times 17\frac{kJ}{g}=1785kJ$$

$$1785+1710=3495kJ$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۹۰- **گزینهٔ «۴»** *(حسن رحمتی کوکنده)*

چون در سوال میانگین آنتالپی پیوند $C=O$ موجود در مولکول CO_2 داده نشده است. بنابراین واکنش I را در ۲ ضرب کرده و معکوس می‌کنیم تا به هنگام جمع دو واکنش I و II مولکول CO_2 حذف شود:

$$\begin{cases}2CO_2(g)+4H_2O(g)\rightarrow 2CH_4(g)+4O_2(g)\\ \Delta H_1'=+1604kJ\\ 2CO(g)+O_2(g)\rightarrow 2CO_2(g)\\ \Delta H_2=-566kJ\end{cases}$$

$$2CO(g)+4H_2O(g)\rightarrow 2CH_4(g)+3O_2(g)$$

$$\Delta H=1604+(-566)=1038kJ$$

$$2C\equiv O+4\ \ H-\overset{\overset{O}{\diagup\ \diagdown}}{H\quad\ H}\longrightarrow 2H-\underset{\underset{H}{|}}{\overset{\overset{H}{|}}{C}}-H+3O=O$$

$$1038=[2(C\equiv O)+8(O-H)]-[4(C-H)+3(O=O)]$$

$$1038=2x+8(463)-8(415)-3(495)$$

$$1038-3704+3320+1485=2139=2x\Rightarrow x=1069/5kJ.mol^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۰ تا ۶۸ و ۷۲ تا ۷۵)

۹۱- **گزینهٔ «۳»** *(متین قنبری)*

واکنش a: $\frac{1}{2}O_2(g)+ClF(g)\rightarrow\frac{1}{2}Cl_2O(g)+\frac{1}{2}OF_2(g)$

$$\Delta H=\frac{+168}{2}=+84kJ$$

واکنش b: $\frac{1}{2}O_2(g)+F_2(g)\rightarrow OF_2(g)$

$$\Delta H'=\frac{-44}{2}=-22kJ$$

واکنش c: $\frac{1}{2}Cl_2O(g)+\frac{3}{2}OF_2(g)\rightarrow ClF_3(l)+O_2(g)$

$$\Delta H'=\frac{-394}{2}=-197kJ$$

واکنش کلی: $ClF(g)+F_2(g)\rightarrow ClF_3(l)$

$$\Delta H=84+(-22)+(-197)=-135kJ$$

$$(1molClF\times\frac{54/5gClF}{1molClF})+(1molF_2\times\frac{38gF_2}{1molF_2})=92/5g\,Gas$$

$$185g\,Gas\times\frac{135kJ}{92/5g\,Gas}=270kJ$$

$$\Rightarrow R_{\text{انرژی واکنش}}=\frac{Q}{\Delta t}=\frac{270kJ}{60s}=4/5kJ.s^{-1}$$

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow m=\frac{Q}{c\Delta\theta}\Rightarrow m=\frac{270\times10^3J}{0/45\frac{J}{g.^\circ C}\times 40^\circ C}$$

$$\times\frac{1kgFe}{10^3gFe}=15kgFe$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸، ۷۲ تا ۷۵، ۹۰ و ۹۱)

۹۲- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

اگر مقدار افزایش دمای آب درون هر دو ظرف یکسان باشد. مقدار گرمای لازم برای ظرف B ده برابر ظرف A خواهد بود.

بررسی عبارت‌های درست:

۱) زیرا ظرفیت گرمایی به جرم جسم بستگی دارد. ظرفیت گرمایی آب در ظرف B بیشتر است.

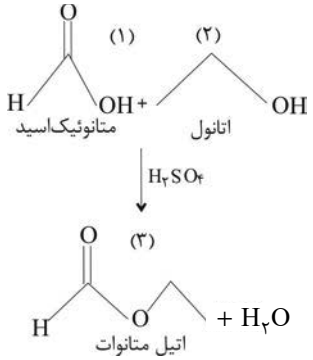
۲) دمای آب درون هر دو ظرف یکسان است.

۴) انحلال گازها در آب گرماده است و باعث افزایش دمای آب می‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۹۳- **گزینهٔ «۴»** *(رسول عابدینی‌زواره)*

ساده‌ترین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک‌اسیدها، متانوئیک‌اسید و دومین عضو خانوادهٔ الکل‌ها، اتانول است.



در واکنش استری شدن از H_2SO_4 می‌توان به عنوان کاتالیزگر استفاده کرد. (محیط اسیدی).

(شیمی ۲- پوشاک ، نیازی پایان ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۶)

۹۴- **گزینهٔ «۳»** *(آرمان اکبری)*

موارد آ، پ و ث نادرست‌اند.

با توجه به ساختار داده شده فرمول شیمیایی آن برابر با $C_{17}H_{19}NO_3$ است.

بررسی موارد:

آ) در ساختار آن ۲ گروه هیدروکسیل، ۱ گروه اتری و ۱ گروه آمینی مشاهده می‌شود پس در مجموع ۳ گروه عاملی متفاوت دارد (نه چهار تا)

ب) تعداد هیدروژن‌های موجود در ساختار آن برابر ۱۹ و تعداد اتم‌های کربن نفتالن ($C_{10}H_8$) برابر ۱۰ است.

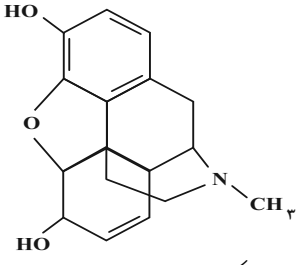
پ) مطابق ساختار تعداد پیوندهای $C-C$ برابر ۱۴ و تعداد پیوندهای $C-H$ برابر با ۱۷ است پس اختلاف این دو، ۳ واحد خواهد بود.

ت) گشنیز و ویتامین D هر دو دارای گروه هیدروکسیل هستند.

ث) ساختار ۲- هپتانون به‌صورت زیر است:

$$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-CH_3$$

پس ۴ گروه CH_2 دارد در ساختار مورفین ۳ حلقهٔ کربنی یافت می‌شود. (۵ حلقه داریم اما در ۲ تا از آنها غیر از کربن عنصر دیگری وجود دارد.



(شیمی ۲- ترکیبی؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰ و ۱۱۱)

۹۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا یوسفی)*

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: پاک‌کننده‌های غیرصابونی در صنعت و با استفاده از مواد پتروشیمیایی و طی واکنش‌های پیچیده‌ای تولید می‌شوند.

گزینهٔ «۲»:

پاک‌کننده غیرصابونی: $C_{19}H_{31}SO_4Na = 362\,g.mol^{-1}$

پاک‌کننده صابونی: $C_{17}H_{35}COONa = 306\,g.mol^{-1}$

گزینهٔ «۳»: نیروی بین مولکولی غالب در اتیلن‌گلیکول از نوع پیوند هیدروژنی بوده که در پاک‌کننده غیرصابونی وجود ندارد.

گزینهٔ «۴»: با اضافه کردن صابون یا پاک‌کننده غیرصابونی به مخلوط آب و روغن، یک کلویید پدید می‌آید که ناهمگن و پایدار بوده و قابلیت پخش نور را دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۴ تا ۱۱)

۹۶- **گزینهٔ «۴»** *(حسین ناصری‌ثانی)*

گاز هیدروژن کلرید بر اثر انحلال در آب به محلول هیدروکلریک‌اسید تبدیل می‌شود که اسیدی قوی است و به‌صورت کامل یونیده می‌شود:

$$HCl(g) \xrightarrow{H_2O(l)} HCl(aq) \rightarrow H^+(aq) + Cl^-(aq)$$

ابتدا با توجه به مقدار pH، غلظت یون هیدرونیوم را محاسبه کرده و سپس با توجه به معادلهٔ واکنش بالا، حجم گاز HCl حل شده را به‌دست می‌آوریم:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-2/7} = 2\times10^{-3}\,mol.L^{-1}$$

$$\Rightarrow [HCl] = 2\times10^{-3}\,mol.L^{-1}$$

$$?\,mL\,HCl(g) = 0/5\,L\,HCl(aq) \times \frac{2\times10^{-3}\,mol\,HCl(aq)}{1\,L\,HCl(aq)}$$

$$\times \frac{1\,mol\,HCl(g)}{1\,mol\,HCl(aq)} \times \frac{22400\,mL\,HCl(g)}{1\,mol\,HCl(g)} = 22/4\,mL\,HCl(g)$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۹۷- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین طیبی)*

تنها مورد پنجم درست است. بررسی همهٔ موارد:

مورد اول: ذرات سازندهٔ ترکیبات مولکولی، اتم‌ها هستند نه یون‌ها! ترکیب مولکولی، یون سازنده ندارد؛ تعریف درست یونش: به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌هایی تبدیل می‌شود.

مورد دوم: قدرت اسیدی به K_a بستگی دارد و رسانایی نیز به میزان یون‌های موجود در محلول بستگی دارد. ممکن است مولاریتهٔ اولیهٔ یک اسید ضعیف آنقدری زیاد باشد که شمار یون‌ها و رسانایی آن از محلول اسیدی که K_a بیشتری دارد نیز بیشتر شود.

مورد سوم: K_a با درجهٔ یونش رابطهٔ مستقیم دارد. $(K_a = M\alpha^2)$ اما به این معنا نیست که K_a بیشتر به‌طور حتم باعث α بیشتر شود. در صورتی این قضیه صادق است که غلظت دو محلول برابر باشد.

مورد چهارم: در سامانه‌های تعادلی، پس از برقراری تعادل نیز واکنش‌های رفت و برگشت با سرعت یکسان در حال انجام هستند.

مورد پنجم: نظریهٔ آرنیوس دربارهٔ اسیدها و بازهای محلول در آب می‌تواند توضیح دهد. در این واکنش HCl حالت فیزیکی گازی دارد و در نظریهٔ آرنیوس، بحث نمی‌شود.

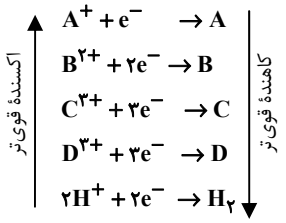
(شیمی ۳- مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

۹۸- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا بیانی)*

همهٔ موارد نادرست است.

با توجه به قدرت اکسندگی می‌توان نوشت:

- ضعیف‌ترین کاهنده در بین گونه‌های فوق، A می‌باشد.
- تبدیل A^+ به A، آسان‌تر انجام می‌شود. هرچه E° نیم‌واکنش کاهش بزرگتر باشد، تمایل آن به گرفتن الکترون و کاهش، بیشتر است.



- برای حفاظت از فلز آهن در برابر خوردگی، باید از فلزی استفاده شود که نسبت به آهن کاهنده‌تر باشد در حالی‌که همهٔ این فلزهای داده شده E° مثبت دارند.
- جایگاه فلز X، در جدول E° مشخص نیست پس به‌طور یقین نمی‌توان گفت که واکنش $B + XCl_2 \rightarrow$ انجام می‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۹۹- **گزینهٔ «۲»** *(آرمان اکبری)*

واکنش سلول به صورت زیر است:

$$3Mg + 2Al^{3+} \rightarrow 3Mg^{2+} + 2Al$$

باتوجه به این‌که هر مول Al^{3+} طی واکنش ۳ مول الکترون می‌گیرد و ضریب آن در واکنش ۲ است پس در این واکنش ۶ مول الکترون مبادله می‌شود پس برای به‌دست آوردن میزان افزایش جرم تیغه Al داریم:

$$1/806\times10^{22}e^- \times \frac{1mol\ e^-}{6/02\times10^{23}e^-} \times \frac{2mol\ Al}{6mol\ e^-} \times \frac{27gAl}{1mol\ Al} = 0/27gAl$$

میزان افزایش جرم تیغه آلومینیمی $0/27$ گرم است.

واکنش موازنه شدهٔ فرایند هال به صورت زیر است:

$$2Al_2O_3 + 3C \rightarrow 4Al + 3CO_2$$

میزان کربن دی‌اکسید تولیدی به ازای تولید $0/27$ گرم آلومینیم را به‌دست می‌آوریم:

$$0/27g\ Al \times \frac{1mol\ Al}{27g\ Al} \times \frac{3mol\ CO_2}{4mol\ Al} \times \frac{44gCO_2}{1mol\ CO_2} = 0/33gCO_2$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۹ و ۶۱)

۱۰۰- **گزینهٔ «۱»** *(علی رفیعی)*

فقط مورد (ت) درست است.

بررسی موارد:

آ) با توجه به جهت حرکت الکترون‌ها

$$H_2 \leftarrow d, H_2 \leftarrow c, H_2O \leftarrow b, O_2 \leftarrow a$$

ب) نیم‌واکنش‌ها جابه‌جا بیان شده‌اند.

پ) حجم مولی گازها $\Rightarrow 1/6 = \frac{32}{V} \Rightarrow$ حجم مولی گازها $= \frac{\text{جرم مولی } O_2}{d_{O_2}}$

$$= 20L.mol^{-1}$$

$$1H_2 \rightarrow 2H^+ + 2e^- \text{ مبادله شده } e = 10LH_2 \times \frac{1mol\ H_2}{20LH_2} \times \frac{2mol\ e^-}{1mol\ H_2}$$

$$\times \frac{6/02\times10^{23}e}{1mole^-} = 6/02\times10^{23}e^-$$

ت)

نیم‌واکنش در قسمت e: $4H^+ + O_2 + 4e^- \rightarrow 2H_2O$

نیم‌واکنش اکسایش آب در برقکافت: $2H_2O \rightarrow 4H^+ + O_2 + 4e^-$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۲)

۱۰۱- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین طیبی)*

همهٔ موارد نادرست هستند. بررسی موارد:

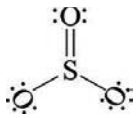
مورد «آ»: Br_2 و جیوه در دمای اتاق حالت فیزیکی مایع دارند اما یک ترکیب مولکولی نیستند. برم یک عنصر با ساختار مولکولی می‌باشد. ترکیب مولکولی باید از چند عنصر تشکیل شده باشد.

مورد «ب»: در SiO_2 که یک جامد کووالانسی می‌باشد، عنصر اکسیژن وجود دارد که به گروه ۱۶ جدول تناوبی تعلق دارد.

مورد «پ»: به عنوان مثال ترکیبات یونی در حالت محلول رسانا هستند، بعضی از ترکیب‌های یونی در ساختار خود عنصر فلزی ندارند. مانند آمونیوم کلرید

$$NH_4Cl$$

مورد «ت»: برای مثال:



یک مولکول چهاراتمی است که در ساختار خود جفت‌الکترون‌ناپیوندی دارد اما بر روی اتم مرکزی خود جفت‌الکترون‌ناپیوندی ندارد؛ در نتیجه این مولکول ناقطبی است. اگر مولکولی بر روی اتم مرکزی خود جفت‌الکترون‌ناپیوندی داشته باشد مولکولی قطبی به شمار می‌رود.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵و ۷۸ تا ۸۰ ، ۸۷ و ۸۸)

۱۰۲- **گزینهٔ «۱»** *(جواد سوری‌لکی)*

$$۱/۴۳\times۱۰^{-۲}=\frac{|\text{بار}|}{۱۴۰}\Rightarrow|\text{بار}|\simeq ۲$$

چون نافلز است پس بار آن -۲ است و ترکیب آن با سدیم به صورت $Na_۲B$ است.

$$?gNa^+=۰/۵molNa_۲B\times\frac{۲molNa^+}{۱molNa_۲B}$$

$$\times\frac{۲۳gNa^+}{۱molNa^+}=۲۳gNa^+$$

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۰۳- **گزینهٔ «۱»** *(سروش عبادی)*

گام «اول»: ابتدا غلظت تعادلی گازهای شرکت‌کننده در تعادل را به دست آورده سپس ثابت تعادل (K) واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$۲SO_۳(g)\rightleftharpoons ۲SO_۲(g)+O_۲(g)$$

$$[SO_۳]=۲mol.L^{-۱},[SO_۲]=۲mol.L^{-۱},[O_۲]=۰/۵mol.L^{-۱}$$

$$\rightarrow K=\frac{(۰/۵)^۱\times(۲)^۲}{(۲)^۲}=۰/۵mol.L^{-۱}$$

گام «دوم»: با افزایش حجم ظرف و کاهش فشار، طبق اصل لوشاتلیه، تعادل باید درجهت شمار مول‌های گازی بیشتر (رفت) پیش برود. هم‌چنین با افزودن $SO_۳$ تعادل در جهت مصرف این ماده (رفت) پیش می‌رود. در تعادل اولیه، ۴ مول گاز $SO_۲$، در ظرف وجود دارد و در تعادل نهایی، شمار مول‌های گاز $SO_۲$ برابر است با:

$$۳۸۴gSO_۲\times\frac{۱molSO_۲}{۶۴gSO_۲}=۶molSO_۲$$

بنابراین در طی جابجایی تعادل، ۲ مول گاز $SO_۲$ تولید شده است؛ پس می‌توان گفت که جابجایی تعادل، ۱ مول گاز $O_۲$ تولید و شمار مول‌های این ماده در ظرف به ۲ مول می‌رسد و ۲ مول گاز $SO_۳$ مصرف می‌شود و شمار مول‌های این ماده به x می‌رسد. حال در تعادل جدید، ابتدا غلظت تعادلی مواد را محاسبه و سپس مقدار x را محاسبه می‌کنیم:

$$۲SO_۳(g)\rightleftharpoons ۲SO_۲(g)+O_۲(g)$$

$$[SO_۳]=\frac{x}{۴},[SO_۲]=۱/۵mol.L^{-۱}\ ,\ [O_۲]=۰/۵mol.L^{-۱}$$

$$\rightarrow K=\frac{(۱/۵)^۲\times۰/۵}{(\frac{x}{۴})^۲}\rightarrow۰/۵=\frac{(۱/۵)^۲\times۰/۵}{(\frac{x}{۴})^۲}$$

$$\rightarrow\frac{x}{۴}=۱/۵mol.L^{-۱}\rightarrow x=۶mol$$

۴ مول گاز $SO_۳$ در ابتدا در تعادل اول وجود داشت که با جابجا شدن تعادل، ۲ مول گاز $SO_۳$ مصرف می‌شود پس از ۶ مول گاز $SO_۳$ تعادل نهایی، ۲ مول از قبل وجود داشته و ۴ مول $SO_۳$ اضافه شده است که جرم آن برابر است با:

$$۴molSO_۳\times\frac{۸۰gSO_۳}{۱molSO_۳}=۳۲۰gSO_۳$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۷)

۱۰۴- **گزینهٔ «۳»** *(ارژنگ خاندی)*

فقط مورد «ت» درست است.

بررسی موارد:

مورد «آ»: با اضافه کردن مقداری $H_۲$ به سامانهٔ تعادل به سمت راست جابجا می‌شود و در تعادل جدید نسبت به تعادل اولیه غلظت $NH_۳$ افزایش، غلظت $H_۲$ افزایش و غلظت $N_۲$ کاهش می‌یابد.

مورد «ب»: با کاهش حجم سامانه تعادل به سمت راست جابجا می‌شود و در نتیجه مقدار $NH_۳$ افزایش و مقدار $N_۲$ و $H_۲$ کاهش می‌یابد اما غلظت هر ۳ گونه افزایش می‌یابد.

مورد «پ»: با افزایش دما سرعت واکنش در هر دو جهت افزایش می‌یابد.

مورد «ت»: مقدار K فقط تابع دما است و با کاهش فشار، تعادل به سمت چپ که مول گازی بیشتر است جابجا می‌شود؛ پس شمار مول گازی سامانه افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۸)

۱۰۵- **گزینهٔ «۳»** *(جهان شاهی‌بیگباغی)*

در صنعت از واکنش گاز CO (کربن مونوکسید) با $H_۲$ می‌توان متانول را تهیه کرد؛

$$CO+۲H_۲\xrightarrow[۳۰-۵۰atm]{\text{کاتالیزگر}\ ۳۵۰^\circ C}CH_۳OH$$

(شیمی ۳- شیمی،راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)