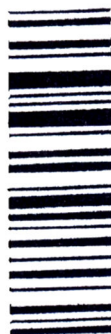




شماره داوطلب
نام خانوادگی و نام

خراسان رضوی
شهر



سروش اندیشه
مؤسسه فرهنگی هنری

کد آزمون ۱۱۷۵

دفترچه شماره ۱

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی
مؤسسه سروش اندیشه حیات

پاسخنامه آزمون شبیه ساز کنکور

گروه آزمایشی علوم ریاضی

شماره داوطلبی:

نام و نام خانوادگی:

مدت پاسخگویی: ۱۴۵ دقیقه

تعداد سوال: ۱۰۵ عدد

عنوان مواد امتحانی تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

برای مشاهده پاسخنامه آزمون به کانال تلگرام مؤسسه مراجعه نمایید

پاسخ تشریحی درس‌های اختصاصی آزمون ۲۱ فروردین ۱۴۰۳ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

ریاضیات

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۱، فصل ۱)

۱- پاسخ: گزینه ۴

نکته: مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت q برابر است با: $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$

قدرنسبت جملات با شماره‌های زوج یک دنباله هندسی برابر q^2 است. در حالی که q قدرنسبت تمامی جملات دنباله هندسی است. داریم:

$$S_{20} = \frac{a_1(1-q^{20})}{1-q} \Rightarrow a_1 + a_2 + \dots + a_{20} = S_{20}$$

$$S'_{10} = \frac{a_2(1-(q^2)^{10})}{1-q^2} = \frac{a_1 q(1-q^{20})}{1-q^2}$$

مطابق فرض سؤال داریم:

$$4S_{20} = S'_{10} \Rightarrow 4 = \frac{q}{1+q} \Rightarrow 4 + 4q = q \Rightarrow q = -\frac{4}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۲، فصل ۱)

۲- پاسخ: گزینه ۳

اگر A پایین‌ترین نقطه سهمی $y = ax^2 + bx + c$ باشد، آنگاه $x = x_A$ معادله محور تقارن تقارن سهمی است و $x_A = -\frac{b}{2a}$ میانگین

$$\begin{cases} y = a(x-x_A)^2 + y_A \\ y = a(x-x_1)(x-x_2) \end{cases}$$

ریشه‌های سهمی (x_1 و x_2) است و معادله سهمی را می‌توان به صورت‌های

مستقله داریم:

$$\frac{1}{2} = \frac{-m + 2m}{2} \Rightarrow m = 1$$

معادله سهمی: $y = a(x+m)(x-2m) \Rightarrow y = a(x+1)(x-2)$

$$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری نقطه } (\frac{1}{2}, -2)} -2 = a(\frac{1}{2}+1)(\frac{1}{2}-2) \Rightarrow a \times \frac{3}{2} \times (-\frac{3}{2}) = -2 \Rightarrow a = \frac{8}{9} \Rightarrow f(0) = \frac{8}{9}(0+1)(0-2) = -\frac{16}{9}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (درس ۲، فصل ۱)

۳- پاسخ: گزینه ۱

نکته: می‌دانیم اگر x_1 و x_2 ریشه‌های $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آنگاه:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

نکته: معادله درجه دومی که مجموع ریشه‌های آن S و حاصل ضرب ریشه‌های آن P باشد، به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ است.

معادله را به معادله درجه دو تبدیل می‌کنیم و داریم:

$$x - \frac{1}{x} = \beta \Rightarrow x^2 - 1 = \beta x \Rightarrow x^2 - \beta x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} (\alpha + \beta) + (\alpha - \beta) = \beta \\ (\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha = \beta \\ \alpha^2 - \beta^2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha^2 = -1$$

$$\Rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{3}, \quad \beta^2 = \frac{4}{3}$$

بنابراین برای تشکیل معادله‌ای که ریشه‌های آن α^2 و β^2 باشد، S' و P' مربوطه را به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} S' = \alpha^2 + \beta^2 = \frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5}{3} \\ P' = \alpha^2 \beta^2 = \frac{1}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{9} \end{cases} \Rightarrow \text{معادله: } x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{4}{9} = 0 \xrightarrow{\times 9} 9x^2 - 15x + 4 = 0$$

۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (درس ۳، فصل ۱)

تابع $f(x) = [x] + [-x]$ تابعی دو ضابطه‌ای است و داریم:

$$[x] + [-x] = \begin{cases} -1 & x \notin \mathbb{Z} \\ 0 & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

اکنون معادله را در دو حالت اعداد صحیح و اعداد غیر صحیح حل می‌کنیم:

$$\frac{2([x] + [-x])}{2x+1} = \frac{x}{x+2} \Rightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{2^0}{2x+1} = \frac{x}{x+2} \Rightarrow \frac{1}{2x+1} = \frac{x}{x+2} \Rightarrow x+2 = 2x^2 + x \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \text{ قق} \\ x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{2^{-1}}{2x+1} = \frac{x}{x+2} \Rightarrow \frac{1}{2(2x+1)} = \frac{x}{x+2} \Rightarrow x+2 = 4x^2 + 2x \Rightarrow 4x^2 + x - 2 = 0 \\ \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{33}}{8} \text{ قق} \end{cases}$$

بنابراین معادله ۴ جواب دارد.

۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (درس ۴، فصل ۳)

راه حل اول:

نکته: $(a-b)(a+b) = (a^2 - b^2)$

نکته: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

ابتدا کسر $\frac{a}{b}$ را با گویا کردن مخرج ساده می‌کنیم:

$$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt[4]{6+3\sqrt{3}}}{\sqrt[4]{6-3\sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt[4]{6+3\sqrt{3}}}{\sqrt[4]{6+3\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt[4]{6+3\sqrt{3}}}{\sqrt[4]{36-27}} = \frac{\sqrt[4]{6+3\sqrt{3}}}{\sqrt[4]{9}} = \sqrt{\frac{6+3\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{2+\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$$

کسر $\frac{b}{a}$ که وارون کسر $\frac{a}{b}$ هست نیز برابر است با:

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{1} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$$

مجموع این دو کسر به صورت زیر است:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$$

راه حل دوم:

می‌دانیم $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab}$ ، ابتدا دو عبارت $A = a^2 + b^2$ و $B = ab$ را محاسبه کرده، سپس بر یکدیگر تقسیم می‌کنیم:

$$A = a^2 + b^2 \Rightarrow A = \sqrt{6+3\sqrt{3}} + \sqrt{6-3\sqrt{3}} \Rightarrow A^2 = 6+3\sqrt{3} + 6-3\sqrt{3} + 2\sqrt{36-27} \Rightarrow A^2 = 12+2\sqrt{9}$$

$$\Rightarrow A^2 = 18 \Rightarrow A = \pm\sqrt{18} \xrightarrow{A>0} A = 3\sqrt{2}$$

$$B = ab = \sqrt{(6+3\sqrt{3})(6-3\sqrt{3})} = \sqrt{36-27} = \sqrt{9}$$

بنابراین:

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{A}{B} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{6}}{3} = \sqrt{6}$$

۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس‌های ۱ و ۲، فصل ۳)

خط $y = 6$ مجانب افقی تابع است با توجه به آنکه $\lim_{x \rightarrow +\infty} 3^{-x} = 0$ ، می‌توان نوشت:

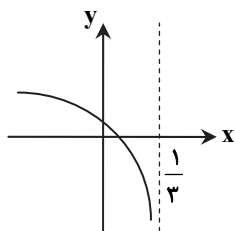
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 6 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (a - b \cdot 0) = a \Rightarrow a = 6$$

از طرفی $f(1) = 0$ ، پس:

$$a - b \cdot 3^1 = 0 \Rightarrow 6 - 3b = 0 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow f(x) = 6 - 2 \cdot 3^{2-x}$$

حال می‌خواهیم نمودار $y = \log_2(2 - 6x)$ را رسم کنیم:

$$y = \log_2(2 - 6x)$$



۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۱)

$$-2 = 2f(1+1) \Rightarrow f(2) = -1$$

اگر نقطه $A(1, -2)$ واقع بر نمودار $y = 2f(x+1)$ باشد، پس:

از طرفی در تابع $y = 2 + f(-3x)$ برای به دست آوردن نقطه متناظر A داریم:

$$-3x = 2 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}, \quad y = 2 + f(2) = 2 + (-1) = 1 \Rightarrow A'(-\frac{2}{3}, 1) \Rightarrow -\frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۴، فصل ۲)

۸- پاسخ: گزینه ۴

نکته: $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$

ابتدا دامنه توابع f و g را به دست می آوریم:

$$D_f = \left[\frac{1}{2}, +\infty\right), \quad D_g = [1, 4]$$

حالا به کمک نکته داریم:

$$\left\{x \in \left[\frac{1}{2}, +\infty\right) \mid 1 \leq \sqrt{2x-1} + 1 \leq 4\right\} \Rightarrow 0 \leq \sqrt{2x-1} \leq 3 \Rightarrow 0 \leq 2x-1 \leq 9 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq 5$$

بنابراین:

$$D_{gof} = \left[\frac{1}{2}, +\infty\right) \cap \left[\frac{1}{2}, 5\right] = \left[\frac{1}{2}, 5\right]$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۴، فصل ۴)

۹- پاسخ: گزینه ۲

نکته: $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

نکته: $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x$

دو زاویه مکمل، زوایایی هستند که مجموع آن‌ها 180° درجه یا π رادیان است، پس:

$$\alpha + 2\beta = \pi \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{2} - \beta \Rightarrow \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \sin \beta$$

$$\cos 2\beta = 1 - 2\sin^2 \beta \Rightarrow \cos 2\beta = 1 - 2 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^2 = 1 - 2 \times \frac{2}{25} = \frac{21}{25}$$

از طرفی:

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (درس ۳، فصل ۲)

۱۰- پاسخ: گزینه ۴

نکته: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

با توجه به اتحاد مکعب دوجمله‌ای می‌دانیم $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$. ابتدا دو عبارت ab و $a+b$ را حساب می‌کنیم:

$$P = ab = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} \times \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = 1$$

$$S = a + b = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha + \sin \alpha \cos \alpha}{(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha)} = \frac{2\sin \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{2}{\sin \alpha}$$

بنابراین با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

$$a^3 + b^3 = 18 \Rightarrow (a+b)^3 - 3ab(a+b) = 18 \Rightarrow S^3 - 3PS = 18 \xrightarrow{P=1} S^3 - 3S - 18 = 0$$

$$\Rightarrow (S-3)(S^2 + 3S + 6) = 0 \Rightarrow S = 3 \Rightarrow \frac{2}{\sin \alpha} = 3 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۲)

۱۱- پاسخ: گزینه ۲

نکته: توابع $y = a \cos bx + c$ و $y = a \sin bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ ، مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

ابتدا تابع g را ساده می‌کنیم:

$$g(x) = a \sin \pi \left(bx - \frac{1}{2}\right) = -a \cos b\pi x$$

$$g(0) = -3b \Rightarrow -a = -3b \Rightarrow a = 3b$$

مطابق شکل داریم:

$$T = \frac{2\pi}{b\pi} = \frac{2}{b}$$

از نمودار می‌توان فهمید $1/5$ برابر دوره تناوب برابر b است. از طرفی:

$$\frac{2}{3}T = \frac{b}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} \times \frac{2}{b} = \frac{b}{3} \Rightarrow \frac{2}{b} = \frac{b}{3} \Rightarrow b = \pm 3$$

بنابراین:

$$ab = 27$$

با توجه به اینکه $b > 0$ ، پس مقدار $b = 3$ قابل قبول است و خواهیم داشت: $a = 3b = 9$ ، در نتیجه:

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۲)

نکته: جواب‌های معادله $\text{Sin} x = \text{Sin} \alpha$ به صورت $x = 2k\pi + \alpha$ و $x = 2k\pi + \pi - \alpha$ می‌باشند که $k \in \mathbb{Z}$.

ابتدا به کمک رابطه $1 - \text{Cos} 2x = 2\text{Sin}^2 x$ معادله را ساده و حل می‌کنیم:

$$2\text{Sin}^2 x + \text{Sin} x = 0 \Rightarrow \text{Sin} x(2\text{Sin} x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{Sin} x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \text{Sin} x = -\frac{1}{2} = \text{Sin} \frac{7\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{7\pi}{6} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

جواب‌ها در بازه $(0, 2\pi)$ عبارتند از:

$$\pi, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$$

بزرگ‌ترین جواب در بازه $(0, 2\pi)$ برابر $\frac{11\pi}{6}$ است، بنابراین:

$$\frac{11\pi}{6} = \frac{\pi}{\frac{6}{11}} \Rightarrow a = \frac{6}{11}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۴، فصل ۵)

۱۳- پاسخ: گزینه ۴

می‌دانیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Sin} x}{x} = 1$$

برای حل این حد که دارای حالت ابهام $\frac{0}{0}$ است، ابتدا صورت و مخرج را در مزدوج صورت ضرب می‌کنیم و داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x+1}}{\text{Sin}^2 x + \text{Sin} 2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2+1) - (x+1)}{(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x+1})(\text{Sin}^2 x + \text{Sin} 2x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x+1}} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{\text{Sin}^2 x + \text{Sin} 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{2(\text{Sin}^2 x + \text{Sin} 2x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x-1)}{2(\text{Sin}^2 x + 2\text{Sin} x \text{Cos} x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x-1)}{\text{Sin} x(2\text{Sin} x + 4\text{Cos} x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\text{Sin} x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{2\text{Sin} x + 4\text{Cos} x} = 1 \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۵، فصل ۵)

۱۴- پاسخ: گزینه ۲

نکته (تعریف پیوستگی): گوییم تابع f در نقطه $x = a$ پیوسته است هرگاه:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

تابع f به شرطی در نقطه $x = k$ پیوسته است که حد و مقدار آن در این نقطه برابر باشد؛ بنابراین اگر تابع داده شده در این تست در

$x = k \in \mathbb{Z}$ پیوسته باشد، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow k^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow k^-} f(x) = f(k)$$

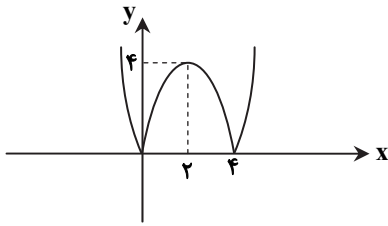
$$\Rightarrow \frac{2k^2 + k - 3}{1 + k \times k} = \frac{2k^2 + k - 3}{1 + k(k-1)}$$

$$\Rightarrow (2k^2 + k - 3) \left(\frac{1}{1+k^2} - \frac{1}{1+k(k-1)} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2k^2 + k - 3 = 0 \\ \frac{1}{1+k^2} = \frac{1}{1+k(k-1)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 1, -\frac{3}{2} \\ k^2 = k(k-1) \Rightarrow k^2 = k^2 - k \Rightarrow k = 0 \end{cases} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 1, 0$$

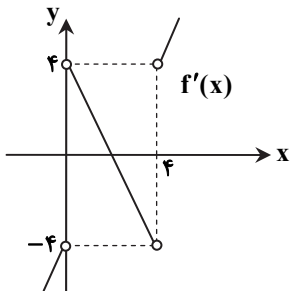
بنابراین این تابع در دو نقطه با طول صحیح پیوسته است.

ابتدا نمودار $f(x)$ را رسم می‌کنیم:



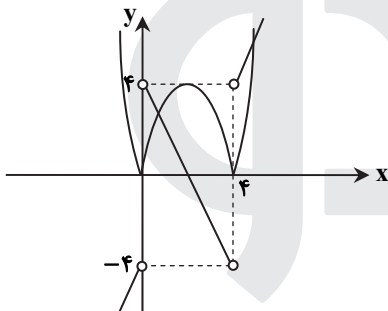
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & x > 4 \\ 4x - x^2 & 0 \leq x \leq 4 \\ x^2 - 4x & x < 0 \end{cases}$$

اکنون از تابع f مشتق گرفته و نمودار $f'(x)$ را رسم می‌کنیم:



$$f'(x) = \begin{cases} 2x - 4 & x > 4 \\ 4 - 2x & 0 < x < 4 \\ 2x - 4 & x < 0 \end{cases}$$

حال اگر $f(x)$ و $f'(x)$ را در یک محور رسم کنیم، مشاهده می‌کنیم که یکدیگر را در ۲ نقطه قطع می‌کنند.



شرط آنکه تابع دوضابطه‌ای f در $x = -1$ مشتق‌پذیر باشد آن است که در $x = -1$ پیوسته باشد و مشتقات چپ و راست در $x = -1$ برابر هم باشند، پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = f(-1) \Rightarrow -a + \frac{1}{1} = -1 + b + 3 \Rightarrow a + b = -1 \quad (I)$$

در طرف $x = -1$ تابع $f(x)$ به صورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} ax + \frac{1}{x+2} & x \leq -1 \\ x^3 + bx^2 + 3 & x > -1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} a - \frac{1}{(x+2)^2} & x \leq -1 \\ 3x^2 + 2bx & x \geq -1 \end{cases} \Rightarrow f'_-(-1) = f'_+(-1) \Rightarrow a - 1 = 3 - 2b \Rightarrow a + 2b = 4 \quad (II)$$

از حل معادلات (I) و (II) داریم:

$$b = 5$$

نکته: فرض کنیم تابع f بر بازه‌ای مانند I ($I \subseteq D_f$) پیوسته باشد و $c \in I$ یک نقطه بحرانی تابع f باشد، هرگاه f بر این بازه به‌جز احتمالاً در نقطه c ، مشتق‌پذیر باشد، در این صورت:

(الف) اگر به‌ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (a, c) ، $f'(x) > 0$ و به‌ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (c, b) ، $f'(x) < 0$ ، در این صورت $f(c)$ یک مقدار ماکزیمم نسبی f است.

(ب) اگر به‌ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (a, c) ، $f'(x) < 0$ و به‌ازای تمام مقادیر x در بازه‌ای مانند (c, b) ، $f'(x) > 0$ ، در این صورت $f(c)$ یک مقدار مینیمم نسبی f است.

(پ) اگر f در نقطه c تغییر علامت ندهد، به‌طوری که f' در هر دو طرف c مثبت یا در هر دو طرف آن منفی باشد، آنگاه $f(c)$ نه مینیمم نسبی و نه ماکزیمم نسبی است.

نکته: در تابع مشتق‌پذیر f نقاط اکسترمم نسبی ریشه‌های معادله $f'(x) = 0$ هستند.

برای به دست آوردن اکسترم‌های تابع چندجمله‌ای f ، ریشه‌های f' را به دست می‌آوریم و در جدول، f' را تعیین علامت می‌کنیم:

$$f(x) = x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 1 - x^2 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 2x^2 - 2x = 2x(2x^2 - x - 1) \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0, 1, -\frac{1}{2}$$

x		$-\frac{1}{2}$	0	1	
f'		$-$	$+$	$-$	$+$
f		\searrow	\nearrow	\searrow	\nearrow

$$\Rightarrow \begin{cases} f(0) = 1 & \text{ماکزیمم نسبی} \\ f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{16} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{8} + 1 - \frac{1}{4} = \frac{43}{48} \\ f(1) = \frac{1}{3} & \text{مینیمم مطلق} \end{cases}$$

بنابراین تفاضل ماکزیمم نسبی از مینیمم مطلق برابر $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ است.

۱۸- پاسخ: گزینه ۲ \blacktriangle مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۵)

نکته: در مسائل بهینه‌سازی برای ماکزیمم یا مینیمم کردن یک عبارت ابتدا تابع آن عبارت را بر حسب یکی از متغیرهای مسئله می‌نویسیم و سپس با استفاده از مشتق و نقاط بحرانی پاسخ مناسب مسئله را به دست می‌آوریم.

چون یک قوطی استوانه‌ای بدون در داریم، پس سطح آن از سطح جانبی و یک قاعده تشکیل شده است:

$$S = 2\pi rh + \pi r^2$$

از طرفی حجم آن 8π است، یعنی:

$$\pi r^2 h = 8\pi \Rightarrow r^2 h = 8 \Rightarrow h = \frac{8}{r^2}$$

حالا رابطه مساحت را بر حسب r بازنویسی می‌کنیم:

$$S(r) = 2\pi r \times \frac{8}{r^2} + \pi r^2 = \frac{16\pi}{r} + \pi r^2$$

مشتق گرفته و آن را برابر صفر می‌گذاریم:

$$S'(r) = \frac{-16\pi}{r^2} + 2\pi r = 0 \Rightarrow \frac{2\pi r^3 - 16\pi}{r^2} = 0 \Rightarrow r = 2 \Rightarrow h = 2$$

بنابراین کمترین مقدار S به ازای $h = 2$ به دست می‌آید.

۱۹- پاسخ: گزینه ۳ \blacktriangle مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۱)

نکته: در هر مثلث با دو ضلع نابرابر، زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر از زاویه روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر است.

با توجه به فرض سؤال اگر زاویه‌های A و C بیشترین مقدار ممکن را داشته باشند، مقدار زاویه B به کمترین مقدار ممکن می‌رسد. پس طبق نکته، داریم:

$$BC > AB \Rightarrow \hat{A} > \hat{C}$$

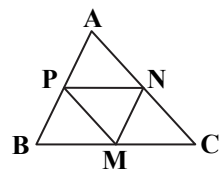
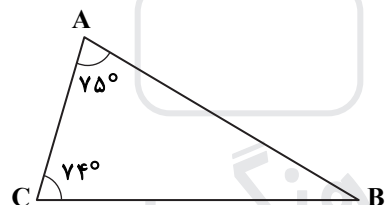
طبق فرض $\hat{A} = 75^\circ$ ، پس بیشترین مقدار صحیح برای \hat{C} برابر 74° است.

$$\hat{A} + \hat{C} = 75^\circ + 74^\circ = 149^\circ \Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - 149^\circ = 31^\circ$$

بنابراین کمترین مقدار صحیح برای زاویه B برابر 31° است.

۲۰- پاسخ: گزینه ۱ \blacktriangle مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۳)

نکته ۱: مثلثی که رأس‌های آن وسط اضلاع مثلث ABC قرار دارد، مثلث میانه‌ای نامیده می‌شود. این مثلث، مثلث ABC را به ۴ مثلث هم‌نهشت تقسیم می‌کند.



$$S_{\triangle MNP} = S_{\triangle APN} = S_{\triangle BMP} = S_{\triangle CNM} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$$

نکته ۲: با رسم میانه‌های یک مثلث، شش مثلث هم مساحت ایجاد می‌شود.

میانه‌های رسم شده، میانه‌های مثلث MNP هم هستند، پس با استفاده از نکته ۲ داریم:

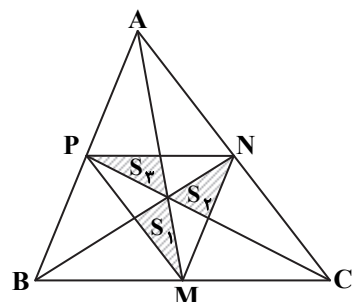
$$S_1 = S_2 = S_3 = \frac{1}{6} S_{\triangle MNP}$$

اکنون با استفاده از نکته بالا داریم:

$$S_{\triangle MNP} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} \Rightarrow S_1 = S_2 = S_3 = \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{24} S_{\triangle ABC}$$

بنابراین مساحت قسمت هاشورخورده برابر است با:

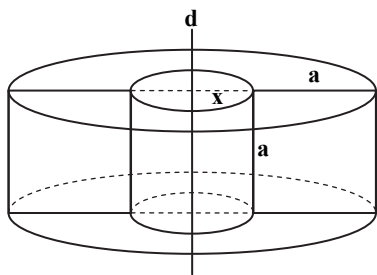
$$S = S_1 + S_2 + S_3 = 3 \times \frac{1}{24} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{8} S_{\triangle ABC}$$



۲۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۴)

نکته: حجم استوانه‌های به شعاع قاعده r و ارتفاع h برابر با $V = \pi r^2 h$ است.
 شکل حاصل از دوران مربع حول خط d ، فضای بین دو استوانه به ارتفاع a و شعاع‌های قاعده x و $a+x$ است. پس داریم:



- شعاع قاعده استوانه بزرگ : $r_1 = a + x$
- شعاع قاعده استوانه کوچک : $r_2 = x$
- ارتفاع هر دو استوانه : $h = a$
- حجم استوانه بزرگ : $V_1 = \pi r_1^2 h = \pi(a+x)^2 a$
- حجم استوانه کوچک : $V_2 = \pi r_2^2 h = \pi x^2 a$

حجم حاصل از دوران : $V = V_1 - V_2 = \pi(a+x)^2 a - \pi x^2 a = \pi a((a+x)^2 - x^2) = \pi a(a^2 + x^2 + 2ax - x^2) = \pi a(a^2 + 2ax)$

$\Rightarrow V = \pi a^2(a+2x) \stackrel{2x=a}{=} \pi a^2(a+a) \Rightarrow V = \pi a^2 \times 2a = 2\pi a^3 \xrightarrow{V=54\pi} 2\pi a^3 = 54\pi \Rightarrow a^3 = 27$

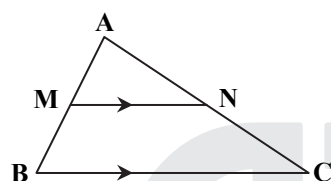
$\Rightarrow a = 3 \Rightarrow$ محیط مربع : $4a = 12$

۲۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۲)

نکته (تعمیم قضیه تالس): در مثلث ABC ، اگر پاره خط MN به موازات BC دو ضلع دیگر را قطع کند، خواهیم داشت:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



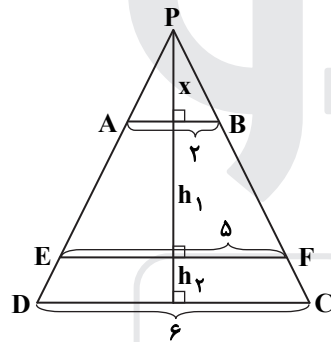
ابتدا AD و BC را امتداد می‌دهیم تا یکدیگر را در نقطه P قطع کنند. اکنون با استفاده از تعمیم قضیه تالس داریم:

$\triangle PEF : AB \parallel EF \Rightarrow \frac{x}{x+h_1} = \frac{AB}{EF} = \frac{2}{5} \xrightarrow{\text{تفضیل درمخرج}} \frac{x}{h_1} = \frac{2}{3} \quad (1)$

$\triangle PCD : EF \parallel CD \Rightarrow \frac{x+h_1}{x+h_1+h_2} = \frac{EF}{CD} = \frac{5}{6} \xrightarrow{\text{تفضیل درمخرج}} \frac{x+h_1}{h_2} = \frac{5}{1}$

$\frac{x}{h_2} = \frac{x}{x+h_1} \times \frac{x+h_1}{h_2} = \frac{2}{5} \times \frac{5}{1} \Rightarrow \frac{x}{h_2} = 2 \Rightarrow \frac{h_2}{x} = \frac{1}{2} \quad (2)$

$\frac{x}{h_1} \times \frac{h_2}{x} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = 3$ از (۱) و (۲) داریم:



۲۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (درس‌های ۱ و ۳، فصل ۱)

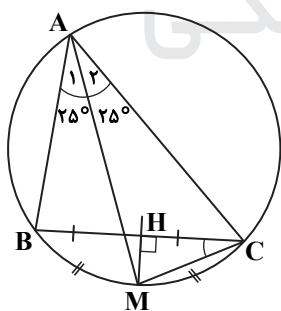
نکته ۱: عمودمنصف هر ضلع یک مثلث و نیمساز زاویه مقابل به آن ضلع، یکدیگر را روی دایره محیطی مثلث قطع می‌کنند.
 نکته ۲: اندازه هر زاویه محاطی، برابر با نصف کمان مقابل آن است.

مطابق شکل و با توجه به نکته ۱، نقطه M ، محل تلاقی عمودمنصف ضلع BC ، با نیمساز زاویه A از مثلث ABC روی دایره محیطی قرار دارد، پس با توجه به نکته ۲، داریم:

$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = 25^\circ \Rightarrow \widehat{BM} = \widehat{CM} = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$

و از آنجا مطابق شکل، اندازه زاویه \hat{MCB} با توجه به نکته ۲، برابر است با:

$\hat{MCB} = \frac{\widehat{BM}}{2} = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$ «محاطی»



۲۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (درس ۱، فصل ۲)

نکته: در تجانس به مرکز M و ضریب تجانس k ، اندازه پاره خطها $|k|$ برابر می‌شود.
 ابتدا مجانس O را نسبت به مرکز M با ضریب $k = 2$ می‌یابیم. با توجه به شکل داریم:

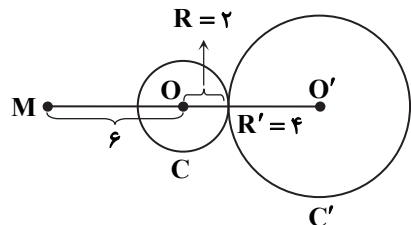
$MO' = 2MO = 2 \times 6 = 12$

$OO' = MO' - MO = 12 - 6 = 6$

اکنون دایره C' را به مرکز O' و شعاع $R' = 2R = 4$ رسم می‌کنیم. در این صورت داریم:

$OO' = R + R'$

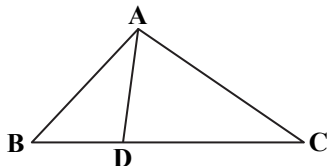
بنابراین دو دایره C و C' مماس خارج هستند.



۲۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (درس ۲، فصل ۳)

نکته (قضیه استوارت): در مثلث دلخواه ABC، اگر D نقطه‌ای دلخواه روی BC باشد، آنگاه:

$$AB^2 \times CD + AC^2 \times BD = BC(AD^2 + BD \times CD)$$



با توجه به شکل مقابل و طبق فرض داریم:

$$AB = AC = 5 + 4 = 9$$

$$BM = BC = x$$

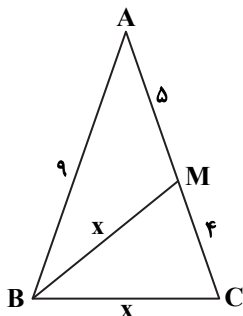
طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

$$BC^2 \times AM + AB^2 \times MC = AC(BM^2 + AM \times MC)$$

$$\Rightarrow 5x^2 + 81 \times 4 = 9(x^2 + 5 \times 4)$$

$$\Rightarrow 5x^2 + 324 = 9x^2 + 180$$

$$\Rightarrow 4x^2 = 144 \Rightarrow x^2 = 36 \xrightarrow{x > 0} x = 6$$



۲۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۱)

نکته: $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ و $|A| = ad - bc$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = A \Rightarrow A^2 + I = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

و $|A^2 + I| = \frac{9}{4} - \frac{1}{4} = 2$

$$(A^2 + I)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \\ -1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \\ -1/2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \\ -1 & 2 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

۲۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۳، فصل ۲)

فاصله دو نقطه $A(-2, 4)$ و $A'(-2, -2)$ برابر $2a$ است، پس می‌توان نوشت:

$$2a = AA' = \sqrt{(-2+2)^2 + (4+2)^2}$$

$$\Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

$$\text{طول کوتاه‌ترین وتر کانونی بیضی} = \frac{2b^2}{a} \Rightarrow \frac{2b^2}{a} = 4 \xrightarrow{a=3} 2b^2 = 12 \Rightarrow b = \sqrt{6} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{9 - 6} = \sqrt{3}$$

$$\text{فاصله کانونی} = FF' = 2c = 2\sqrt{3}$$

۲۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۲)

با توجه به شکل مقابل، مثلث OMH قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، پس

$$MH = OH = R$$

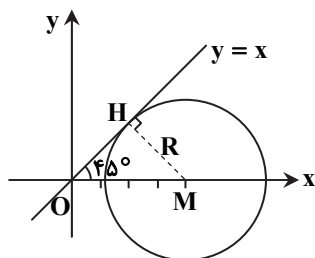
$$OH^2 + MH^2 = OM^2 \Rightarrow R^2 + R^2 = OM^2 = 4^2 \Rightarrow R^2 = 8$$

پس معادله دایره به صورت زیر است:

$$(x-4)^2 + y^2 = 8$$

اکنون با قرار دادن $x = 2$ در معادله دایره، عرض نقاط A و B را محاسبه می‌کنیم:

$$(2-4)^2 + y^2 = 8 \Rightarrow y^2 = 4 \Rightarrow y = \pm 2 \Rightarrow y_A^2 + y_B^2 = 4 + 4 = 8$$



▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۳)

نکته ۱: مساحت مثلثی که روی دو بردار \vec{a} و \vec{b} بنا شده، برابر است با: $\frac{1}{2}|\vec{a} \times \vec{b}|$

نکته ۲: $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta$

نکته ۳: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$

ابتدا با توجه به نکات ۱ و ۲، داریم:

$$\frac{1}{2}|\vec{a} \times \vec{b}| = ۳۶ \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = ۷۲ \Rightarrow |\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta = ۷۲ \Rightarrow ۱۰ \times ۱۲ \times \sin\theta = ۷۲ \Rightarrow \sin\theta = \frac{۶}{۱۰} = \frac{۳}{۵}$$

$$\xrightarrow{\text{زاویه حاده}} \cos\theta = \sqrt{1 - \sin^2\theta} = \sqrt{1 - \frac{۹}{۲۵}} = \sqrt{\frac{۱۶}{۲۵}} = \frac{۴}{۵} \quad (*)$$

اینک برای محاسبه اندازه بردار $2\vec{a} - \vec{b}$ ، با توجه به نکته ۳ و رابطه (*)، خواهیم داشت:

$$|2\vec{a} - \vec{b}|^2 = 4|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2(2\vec{a}) \cdot \vec{b} = 4(100) + 144 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} = 544 - 4|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta = 544 - 4(10)(12)\left(\frac{4}{5}\right) = 544 - 384 = 160$$

$$\Rightarrow |2\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * آمار و احتمال (درس ۱، فصل ۱)

نکته ۱: جدول ارزش گزاره‌های شرطی به صورت روبه‌رو است:

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

نکته ۲: نقیض گزاره p را با $\sim p$ نمایش داده که ارزش آن دقیقاً مخالف ارزش گزاره p است.

با توجه به نکات، جدول ارزش گزاره $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ را تشکیل می‌دهیم:

p	q	$q \Rightarrow p$	$p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$	$\sim [p \Rightarrow (q \Rightarrow p)]$
د	د	د	د	ن
د	ن	د	د	ن
ن	د	ن	د	ن
ن	ن	د	د	ن

واضح است که: $\sim [p \Rightarrow (q \Rightarrow p)] \equiv F$ و گزینه ۴ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (درس‌های ۲ و ۳، فصل ۱)

نکته ۱: $A \times B = B \times A \Rightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset \vee A = B$

نکته ۲: (جذب) $\begin{cases} A \cup (A \cap B) = A \\ A \cap (A \cup B) = A \end{cases}$

نکته ۳: $A \cup A' = U$

با توجه به نکته ۱، داریم:

$$A \times B = B \times A \xrightarrow{\substack{A \neq \emptyset \\ B \neq \emptyset}} A = B \quad (*)$$

با توجه به نکات ۲ و ۳، عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\underbrace{[B \cap (A' \cup B)]}_{(جذب) B} \cup \underbrace{[A' \cup (C \cap A')]}_{(جذب) A'} = B \cup A' \stackrel{(*)}{=} A \cup A' = U$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (درس ۳، فصل ۲)

۳۲- پاسخ: گزینه ۳

نکته: دو پیشامد A و B را مستقل گوئیم هرگاه احتمال وقوع هریک در دیگری تأثیری نداشته باشد. اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، داریم: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

پیشامد خروج مهره از جعبه A، مستقل از پیشامد خروج مهره از جعبه B است، پس با توجه به نکته، داریم:

A	۲ سفید
	۳ سیاه
	۱ سبز
	۶ مهره

$$P(\text{هر دو مهره هم‌رنگ}) = P(\text{هر دو سفید یا هر دو سیاه یا هر دو سبز})$$

$$= P(\text{هر دو مهره سفید}) + P(\text{هر دو مهره سیاه}) + P(\text{هر دو مهره سبز})$$

$$= \frac{2}{6} \times \frac{1}{5} + \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{18}{60} = \frac{3}{10} = 0.3$$

B	۴ سفید
	۲ سیاه
	۴ سبز
	۱۰ مهره

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (درس‌های ۲ و ۳، فصل ۳)

۳۳- پاسخ: گزینه ۲

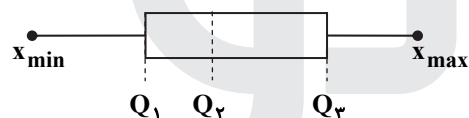
نکته ۱: عدد وسط مجموعه‌ای از داده‌ها که به صورت صعودی مرتب شده‌اند را میانه نامیده و با Q_2 نمایش می‌دهیم.

اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، میانه دقیقاً داده وسط است.

اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانه برابر با میانگین دو داده وسط است.

نکته ۲: میانه نیمه اول داده‌ها را با Q_1 نمایش داده و چارک اول می‌نامیم و میانه نیمه دوم داده‌ها را با Q_3 نمایش داده و چارک سوم می‌نامیم.

نکته ۳: نمودار جعبه‌ای نموداری است که پراکندگی داده‌ها را بر اساس پنج معیار (۱ کوچک‌ترین داده، ۲ چارک اول، ۳ میانه، ۴ چارک سوم و ۵ بزرگ‌ترین داده، به صورت زیر نمایش می‌دهد:



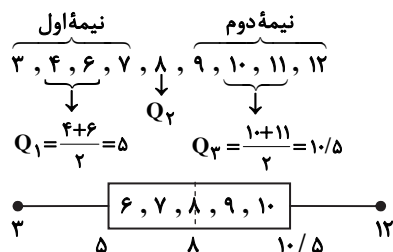
نکته ۴: میانگین n داده $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ را با \bar{x} نمایش داده و برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

نکته ۵: واریانس n داده $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ را با σ^2 نمایش داده و برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

با توجه به نکات ۱، ۲ و ۳، ابتدا داده‌ها را به صورت صعودی مرتب کرده و با یافتن میانه و چارک‌های اول و سوم، نمودار جعبه‌ای داده‌ها را رسم می‌کنیم:



داده‌های داخل جعبه، عبارت‌اند از: ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰

و با توجه به نکات ۴ و ۵، واریانس این ۵ داده به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\bar{x} = \frac{6+7+8+9+10}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{(6-8)^2 + (7-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (10-8)^2}{5} = \frac{4+1+0+1+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

۳۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (درس ۲، فصل ۱)

نکته: اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد، آنگاه اعداد صحیح و منحصر به فرد r و q وجود دارد به طوری که $a = bq + r$ و $0 \leq r < b$.

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$a = 20q + \frac{3}{11}q \xrightarrow{0 \leq r < b} \frac{3}{11}q < 20 \Rightarrow q < \frac{20 \times 11}{3} \xrightarrow{q \in \mathbb{Z}} q \leq 73$$

باقی مانده عددی صحیح است، پس باید $\frac{3}{11}q$ عددی صحیح باشد، پس باید q مضرب ۱۱ باشد. بنابراین بزرگترین مقدار قابل قبول برای q برابر است با:

$$q_{\max} = 66$$

پس بزرگترین مقدار طبیعی a برابر است با:

$$a_{\max} = 20(66) + \frac{3}{11}(66) = 1320 + 18 = 1338$$

بنابراین مجموع ارقام این عدد برابر است با:

$$1 + 3 + 3 + 8 = 15$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (درس ۳، فصل ۱)

۳۵- پاسخ: گزینه ۲

نکته: برای حل معادله هم‌نهشتی $ax \equiv c \pmod{b}$ با شرط آنکه $(a, b) \mid c$ ، ابتدا طرفین را در صورت امکان ساده می‌کنیم، سپس آن قدر ضرایب پیمانه را به عدد ثابت می‌افزاییم تا مضرب a شود. سپس طرفین را بر a تقسیم می‌کنیم (در این حالت در صورت نیاز پیمانه را هم تغییر می‌دهیم).

$$15x \equiv 93 \pmod{9} \Rightarrow 15x - 9x \equiv 93 - 10 \times 9 \pmod{9} \Rightarrow 6x \equiv 3 \pmod{9} \xrightarrow{\div 3} 2x \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow 2x \equiv 1 + 3 \pmod{3} \Rightarrow 2x \equiv 4 \pmod{3}$$

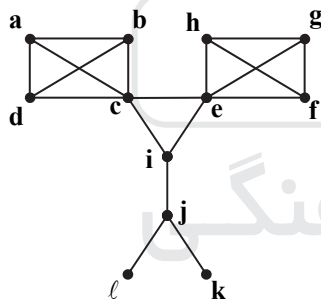
$$x \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow x = 3k + 2, 10 \leq 3k + 2 \leq 99 \Rightarrow 3 \leq k \leq 32$$

بنابراین تعداد مقادیر k برابر است با:

$$32 - 3 + 1 = 30$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (درس ۲، فصل ۲)

۳۶- پاسخ: گزینه ۳



نکته: در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G ، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارد، مجموعه احاطه‌گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم. به مجموعه احاطه‌گر گراف، یک γ -مجموعه هم می‌گوییم.

از هر کدام از مستطیل‌های قطر دار، باید یک رأس انتخاب شود. برای اینکه تعداد رئوس بیشتری احاطه شوند، دو رأس c و e را در نظر می‌گیریم. در این صورت از بین رئوس z ، k و l باید حداقل یک رأس انتخاب شود. بنابراین مجموعه $\{e, c, z\}$ یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم این گراف است. پس عدد احاطه‌گری این گراف برابر $\gamma(G) = 3$ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (درس ۲، فصل ۳)

۳۷- پاسخ: گزینه ۳

$$|\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B| = |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|)$$

$$\left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor: \text{نکته: تعداد اعداد طبیعی مضرب } k \text{ (بخش پذیر بر } k) \text{ از مجموعه } \{1, 2, 3, \dots, n\} \text{ برابر است با:}$$

با توجه به نکته داریم:

A: اعداد بخش پذیر بر ۳

B: اعداد بخش پذیر بر ۴

$$|\overline{A \cap B}| = |\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B| = |S| - (|A| + |B| - |A \cap B|) = 400 - \left(\left\lfloor \frac{400}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{400}{4} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{400}{12} \right\rfloor \right) = 400 - (133 + 100 - 33)$$

$$= 400 - 200 = 200$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۳۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (درس ۲، فصل ۳)

نکته (تعمیم اصل لانه کبوتری): هرگاه $kn + 1$ کبوتر یا بیشتر در n لانه قرار گیرند در این صورت لانه‌ای وجود دارد که در آن حداقل $k + 1$ کبوتر قرار گرفته است.
با توجه به نکته داریم:

$$k + 1 = 3 \Rightarrow k = 2$$

از طرفی چون می‌خواهیم حرف اول و آخر فامیلی آن‌ها یکسان باشد، تعداد لانه‌ها برابر است با:

$$n = \underset{\substack{\text{تعداد حروف} \\ \text{الفبای فارسی}}}{32} \times 32 = 1024$$

و در نهایت با توجه به نکته؛ خواهیم داشت:

$$kn + 1 = (2 \times 1024) + 1 = 2049$$

یعنی این مدرسه باید حداقل ۲۰۴۹ دانش‌آموز داشته باشد.

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

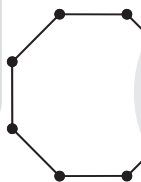
۳۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (درس ۱، فصل ۲)

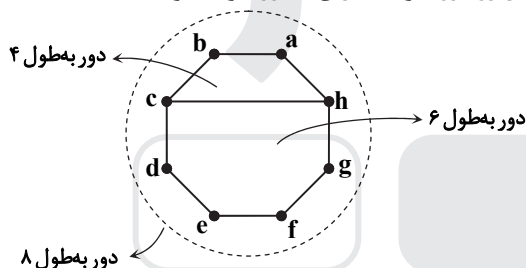
نکته (تعریف دور): دنباله $v_1 v_2 \dots v_n v_1$ ($n \geq 3$) از رئوس دوبه‌دو متمایز که در آن، هر رأس با رأس بعدی مجاور است را یک دور به طول n می‌نامیم.

تنها گرافی که بین هر دو رأس آن دقیقاً دو مسیر وجود دارد، گراف ۲- منتظم همبند یا همان گراف C_n است.

بنابراین گراف موردنظر، گراف C_8 مطابق شکل زیر است:



بدیهی است که با اضافه کردن یک یال بین هر دو رأس دلخواه این گراف مطابق شکل روبه‌رو، گراف، دارای ۳ دور خواهد بود.



بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۴۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (درس ۱، فصل ۳)

نکته ۱: تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_k = n$ برابر است با: $\binom{n+k-1}{k-1}$

نکته ۲: در شمارش تعداد جواب‌های معادلات سیاله، اگر متغیر یا متغیرهایی ضریب یا توان داشته باشند، ابتدا با قرار دادن اعداد مناسب به جای این متغیر یا متغیرها، معادله را به حالت استاندارد در آورده، سپس به کمک نکته قبل، تعداد جواب‌ها را می‌یابیم.
با توجه به نکات، داریم:

$$x_1^2 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = 6 \Rightarrow \begin{matrix} k=3 \\ n=6 \end{matrix} : \binom{6+3-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28$$

$$x_1 = 1 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = 5 \Rightarrow \begin{matrix} k=3 \\ n=5 \end{matrix} : \binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21$$

$$x_1 = 2 \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = 2 \Rightarrow \begin{matrix} k=3 \\ n=2 \end{matrix} : \binom{2+3-1}{3-1} = \binom{4}{2} = 6$$

بدیهی است که به جای x_1 اعداد بزرگ‌تر از ۲ نمی‌توان قرار داد، زیرا طرف دوم تساوی، عددی منفی می‌شود.

پس این معادله تعداد $28 + 21 + 6 = 55$ جواب صحیح و نامنفی دارد.

فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

$$V_{\text{جسم}} = (14/5 - 9/5) \text{ mL} = 5/0 \text{ mL} = 5/0 \times 10^{-3} \text{ L} \quad \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = 6000 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times 5/0 \times 10^{-3} \text{ L} = 30 \text{ g}$$

۴۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۳)

مواد پارامغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی قوی، خاصیت مغناطیسی (آهنربایی) موقت پیدا می‌کنند و مواد دیامغناطیسی دارای دو قطبی مغناطیسی خالصی نیستند.

۴۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$Q = -ne \Rightarrow Q = -10^{16} \times 1/6 \times 10^{-19} = -1/6 \times 10^{-3} \text{ C}$$

بنابراین بار صفحه منفی خازن $-1/6 \times 10^{-3} \text{ C}$ و بار خازن $Q = 1/6 \times 10^{-3} \text{ C}$ است.

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C} = \frac{1/6 \times 10^{-3}}{8.0 \times 10^{-6}} = 20 \text{ V}$$

۴۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

■ وزن و کشش طناب دو نیروی وارد بر جسم هستند ولی هریک واکنش دیگری نیست، بلکه واکنش نیروی وزن به زمین و واکنش نیروی کشش طناب به طناب وارد می‌شود. (گزینه ۱ نادرست)

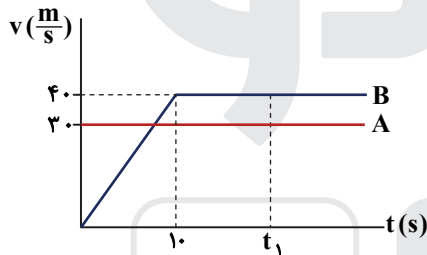
■ نیرویی که سقف بر طناب وارد می‌کند، واکنش نیروی طناب بر سقف است. (گزینه ۲ نادرست)

■ نیروی کشش طناب با وزن جسم برابر است و این دو نیرو یکدیگر را خنثی می‌کنند. (گزینه ۳ درست)

■ نیرویی طناب بر سقف به سمت پایین است. (گزینه ۴ نادرست)

۴۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

در مدت ۱۰ ثانیه سرعت اتومبیل B به $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد.



$$t = 10 \text{ s} \Rightarrow v = a \cdot t = 10 \times 4 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

به هم رسیدن دو متحرک یعنی $x_A = x_B$ و چون در $t = 0$ در یک محل بوده‌اند می‌توان گفت زمانی به هم می‌رسند که $\Delta x_A = \Delta x_B$ باشد. یعنی مساحت زیر نمودار $v-t$ دو متحرک برابر شود.

$$S_A = 30 \cdot t_1, \quad S_B = \frac{t_1 + (t_1 - 10)}{2} \times 40 = (t_1 - 5) \times 40 = 40 \cdot t_1 - 200$$

$$S_A = S_B \Rightarrow 30 \cdot t_1 = 40 \cdot t_1 - 200 \Rightarrow t_1 = 20 \text{ s}$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 30^2 - 10^2 = 2a \times (85 - 45) \Rightarrow (30 - 10)(30 + 10) = 80a \Rightarrow a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 10 = 3 \times 10 + v_0 \Rightarrow v_0 = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 50 = 10t - 20 \Rightarrow t = 7 \text{ s}$$

۴۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x_0 &= 33 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + 33$$

$$\left. \begin{aligned} v &= at + v_0 \\ v(5) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 5a + v_0 = 0 \Rightarrow v_0 = -5a$$

$$x(11) = 0 \Rightarrow \frac{121a}{2} + 11v_0 + 33 = 0 \Rightarrow \frac{11}{2}a + v_0 + 3 = 0 \xrightarrow{v_0 = -5a} 0/5a + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ v_0 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$x = -3t^2 + 30t + 33 \Rightarrow x(4) = -3 \times 16 + 30 \times 4 + 33 = 105 \text{ m}$$

متحرک در $t = 5 \text{ s}$ تغییر جهت حرکت داده است؛ بنابراین:

$$x(5) - x(4) = 108 - 105 = 3 \text{ m}$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

ابتدا تندی گلوله هنگام رسیدن به سطح زمین را به دست می آوریم.

$$v^2 = -2g\Delta y \Rightarrow v^2 = -2 \times 10 \times (-20) \Rightarrow |v| = 20 \frac{m}{s}$$

طبق رابطه شتاب متوسط و با فرض اینکه جهت مثبت محور مکان به سمت بالا است، می توان نوشت:

$$\left. \begin{matrix} v_1 = -20 \hat{j} \\ v_2 = 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \bar{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{0 - (-20 \hat{j})}{0.2} = (100 \frac{m}{s^2}) \hat{j}$$

بنابراین اندازه شتاب متوسط $100 \frac{m}{s^2}$ و جهت آن در جهت محور، یعنی به سمت بالا است.

۴۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$(F_{net})_x = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{600 - 400}{30 - 20} = 20 N$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

$$(F_{net})_x = F - f_k = F - \mu_k F_N = F - \mu_k mg \Rightarrow 20 = 30 - 10 \mu_k \Rightarrow \mu_k = 0.1$$

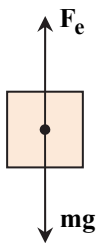
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۰- پاسخ: گزینه ۲

$$F_e = kx, \quad x_1 = 65 - 55 = 10 \text{ cm}, \quad x_2 = 61 - 55 = 6 \text{ cm}$$

$$\text{حالت اول: } F_{e1} - mg = ma \Rightarrow kx_1 - 50 = 5a$$

$$\text{حالت دوم: } mg - F_{e2} = ma \Rightarrow 50 - kx_2 = 5a$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{k}{10} - 50 = 5a \\ 50 - \frac{6k}{100} = 5a \end{cases} \Rightarrow \frac{k}{10} - 50 = 50 - \frac{6k}{100} \Rightarrow \frac{16k}{100} = 100 \Rightarrow k = 625 \frac{N}{m}$$

$$\frac{k}{10} - 50 = 5a \Rightarrow 62.5 - 50 = 5a \Rightarrow 12.5 = 5a \Rightarrow a = 2.5 \frac{m}{s^2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۱- پاسخ: گزینه ۳

هر دو صفحه دایره‌ای در هر دقیقه، ۱۲۰ دور می چرخند.

$$T_A = T_B = \frac{\Delta t}{N} = \frac{60}{120} = 0.5 \text{ s}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow \begin{cases} v_A = \frac{2\pi \times 0.25}{0.5} = \pi \frac{m}{s} \\ v_B = \frac{2\pi \times 0.1}{0.5} = \frac{2\pi}{5} \frac{m}{s} \end{cases}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۲- پاسخ: گزینه ۴

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.5} = 4\pi \frac{\text{rad}}{s}$$

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{-kx}{m} = -\omega^2 x \Rightarrow a = -16\pi^2 \times (-2) \times 10^{-3} = 32 \times 10 \times 10^{-3} = 0.32 \frac{m}{s^2}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۳- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به قاعده دست راست، وقتی چهار انگشت از سوی میدان الکتریکی به سمت میدان مغناطیسی می چرخد، انگشت شست جهت انتشار موج را نشان می دهد؛ پس جهت میدان مغناطیسی موج روبه بالا است. میدان های الکتریکی و مغناطیسی در یک موج

الکترومغناطیسی، همگام یعنی هم فازند؛ پس وقتی بزرگی میدان الکتریکی $\frac{\sqrt{3}}{2}$ مقدار بیشینه خود است، بزرگی میدان مغناطیسی نیز

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ مقدار بیشینه اش است.}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۵۴- پاسخ: گزینه ۲

$$\text{(نمودار الف)} \Rightarrow 2\lambda = 160 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}$$

$$\text{(نمودار ب)} \Rightarrow \frac{3}{2} T = 0.6 \text{ s} \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

$$\lambda = v \cdot T \Rightarrow 0.8 = v \times 0.4 \Rightarrow v = 2.0 \frac{m}{s}$$

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow \sin \theta_2 = 0.6 \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

$$\frac{36}{OA} = \cos 37^\circ = \frac{4}{5} \Rightarrow OA = 60 \text{ cm}$$

$$\frac{72}{OB} = \cos 37^\circ = \frac{4}{5} \Rightarrow OB = 90 \text{ cm}$$

$$n = \frac{c}{v} = \frac{3 \times 10^8}{v_{\text{درمایع}}} \Rightarrow v_{\text{درمایع}} = \frac{9}{4} \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\left. \begin{aligned} AO = c \times t_1 \Rightarrow 0.6 = 3 \times 10^8 t_1 \Rightarrow t_1 = 2 \times 10^{-9} \text{ s} = 2 \text{ ns} \\ OB = v \times t_2 \Rightarrow 0.9 = \frac{9}{4} \times 10^8 t_2 \Rightarrow t_2 = 4 \times 10^{-9} \text{ s} = 4 \text{ ns} \end{aligned} \right\} \Rightarrow t_1 + t_2 = 6 \text{ ns}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۵۶- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا ارتباط بین طول موج‌ها را به دست می‌آوریم:

$$f_A < f_B < f_C \Rightarrow \lambda_A > \lambda_B > \lambda_C$$

در پدیده پراش برای یک شکاف ثابت، هرچه قدر طول موج کوتاه‌تر باشد، نقش پراش ضعیف‌تر و هرچه قدر طول موج بلندتر باشد، نقش پراش بارزتر است؛ بنابراین اگر برای موج C پراش رخ دهد، برای طول موج‌های بلندتر از آن یعنی برای موج‌های A و B نیز رخ خواهد داد؛ به طوری که پراش موج A نسبت به بقیه بارزتر است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۵۷- پاسخ: گزینه ۱

$$I = \frac{P_{\text{منبع}}}{4\pi d^2} = \frac{100}{4\pi \times (20)^2} = \frac{1}{16\pi} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

شدت نور در فاصله d از لامپ (محل صفحه)

$$I = \frac{E}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1}{16\pi} = \frac{E}{\pi \times (0.1)^2 \times 128} \Rightarrow E = 0.08 \text{ J}$$

(انرژی نورانی رسیده به صفحه)

$$E = \frac{0.08}{1/6 \times 10^{-19}} = 5 \times 10^{17} \text{ eV}$$

$$E = n \times \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow 5 \times 10^{17} \text{ eV} = n \times \frac{1240 \text{ nm} \cdot \text{eV}}{620 \text{ nm}} = n \times 2 \text{ eV} \Rightarrow n = 2.5 \times 10^{17} \text{ فوتون}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۵۸- پاسخ: گزینه ۲

بلندترین طول موج رشته‌ی بالمر ($n' = 2$) مربوط به گذار الکترون از $n = 3$ به $n' = 2$ است:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\text{max}}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{5R}{36} \Rightarrow \lambda_{\text{max}} = \frac{36}{5R}$$

کوتاه‌ترین طول موج رشته‌ی پاشن ($n' = 3$) مربوط به گذار از $n = \infty$ به $n' = 3$ است:

$$\frac{1}{\lambda_{\text{min}}} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{R}{9} \Rightarrow \lambda_{\text{min}} = \frac{9}{R}$$

$$\frac{\lambda_{\text{max}}}{\lambda_{\text{min}}} = \frac{36}{9} = 0.8$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۵۹- پاسخ: گزینه ۳

$$N_{\text{فعال باقی مانده}} = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow N_{\text{واپاشی شده}} = N_0 - \frac{N_0}{2^n} = N_0 \left(1 - \frac{1}{2^n} \right)$$

$$n = \frac{t}{T_{1/2}} = \frac{60}{12} = 5 \Rightarrow 6/2 \times 10^{23} = N_0 \left(1 - \frac{1}{2^5} \right) = \frac{31}{32} N_0 \Rightarrow N_0 = \frac{32 \times 6/2 \times 10^{23}}{31} = 6/4 \times 10^{23}$$

$$N = \frac{N_0}{2^n} \Rightarrow 8 \times 10^{22} = \frac{6/4 \times 10^{23}}{2^n} \Rightarrow 2^n = 8 \Rightarrow n = 3 = \frac{t}{12 \text{ min}} \Rightarrow t = 36 \text{ min}$$

۶۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

در راکتورهای هسته‌ای، نوترون‌های حاصل از شکافت، سریع هستند که در این حالت احتمال جذب آن‌ها توسط ^{238}U بیشتر است؛ لذا با استفاده از مواد کندکننده‌ای مانند آب، نوترون‌ها را کند می‌کنند تا احتمال جذب آن‌ها توسط ^{235}U بیشتر شود.

۶۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$F_1 = k \frac{1/5 \times 4 \times 10^{-12}}{d^2 \times 10^{-4}}$$

نیروی الکتریکی بین دو بار در فاصله d سانتی‌متر به صورت روبه‌رو است:

$$\text{پس از تماس دو گلوله بار هر یک } \frac{-2/5}{2} \mu\text{C} \text{ خواهد بود:}$$

$$F_2 = k \frac{2/5 \times 2/5 \times 10^{-12}}{(d+1)^2 \times 10^{-4}}$$

$$F_2 = \frac{1}{6} F_1 \Rightarrow \frac{2/5 \times 2/5}{4(d+1)^2} = \frac{4 \times 1/5}{d^2} \times \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{2/5}{2(d+1)} = \frac{1}{d} \Rightarrow 2/5 d = 2d + 2 \Rightarrow 0/5 d = 2 \Rightarrow d = 4 \text{ cm}$$

۶۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

چون بار مثبت در جهت خطوط حرکت کرده، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد.

$$\Delta U = -EqAB \times \cos 37^\circ = -4 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-2} \times 0/8 = -38 / 4 \times 10^{-3} \text{ J} = -38 / 4 \text{ mJ}$$

۶۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۲)

بررسی نادرستی گزینه‌های دیگر:

(۱) در دمای ثابت، مقاومت الکتریکی یک سیم مسی در ولتاژهای مختلف، ثابت است.

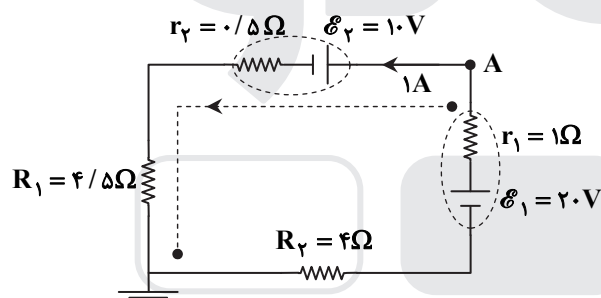
(۲) دیود نورگسیل (LED) در دمای ثابت از قانون اهم پیروی نمی‌کند.

(۳) هر اندازه ضریب دمایی مقاومت ویژه یک رسانا بیشتر باشد، در اثر افزایش دما مقاومت ویژه آن بیشتر تغییر می‌کند.

۶۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

چون $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ است، جهت جریان در مدار پادساعت‌گرد خواهد بود.



$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_{eq} + r_1 + r_2} = \frac{20 - 10}{4/5 + 1 + 0/5} = \frac{10}{10} = 1 \text{ A}$$

اکنون از نقطه A در جهت جریان شروع به حرکت می‌کنیم تا به نقطه زمین (V زمین = 0) برسیم.

$$V_A - \mathcal{E}_2 - r_2 I - R_1 I = V_{\text{زمین}} \\ \Rightarrow V_A - 10 - 0/5 \times 1 - 4/5 \times 1 = 0 \Rightarrow V_A = 15 \text{ V}$$

۶۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

فرض می‌کنیم مقاومت R_1 کوچک‌تر از R_2 باشد. طبق رابطه $P_{\text{کل}} = \frac{V^2}{R_{eq}}$ ، چون $V = 200 \text{ V}$ ثابت است، کمترین توان مصرفی مدار به‌ازای

بیشترین مقاومت رخ می‌دهد. هنگامی که مقاومت بزرگ‌تر (R_2) به‌تنهایی در مدار باشد، مقاومت معادل بیشینه (چرا؟) و توان کمینه است. در این حالت داریم:

$$P_{\min} = \frac{V^2}{R_2} \Rightarrow 50 = \frac{200^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = 800 \Omega$$

با وصل شدن هم‌زمان دو کلید، مقاومت‌ها با هم موازی می‌شوند و در این وضعیت مقاومت مدار کمترین مقدار و توان کل مصرفی بیشترین مقدار را دارد. در این حالت داریم:

$$P_{\max} = \frac{V^2}{R_{12}} \Rightarrow 250 = \frac{200^2}{R_{12}} \Rightarrow R_{12} = 160 \Omega$$

با توجه به مقادیر به‌دست‌آمده برای R_2 و R_{12} ، مقدار مقاومت R_1 را به‌دست می‌آوریم:

$$R_{12} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow 160 = \frac{R_1 \times 800}{R_1 + 800} \Rightarrow 1 = \frac{R_1 \times 5}{R_1 + 800} \Rightarrow R_1 + 800 = 5R_1 \Rightarrow R_1 = 200 \Omega$$

نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{200}{800} = \frac{1}{4}$$

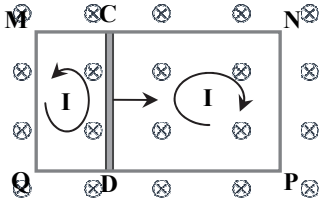
۶۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

زاویه بین سیم و میدان مغناطیسی، 60° است.

$$F = ILB \sin \theta = 5 \times 0.3 \times 400 \times 10^{-4} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{100} \text{ N}$$

و جهت آن مطابق قاعده دست راست، درون سو است.

۶۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)



با حرکت میله به سمت راست، مساحت حلقه MCDQ افزایش و در نتیجه شار مغناطیسی گذرنده از آن افزایش یافته و مساحت حلقه CNPD و شار گذرنده از آن کاهش می‌یابد؛ بنابراین طبق قانون لنز برای مخالفت با این تغییر شار، در حلقه MCDQ جریان پادساعت‌گرد و در حلقه CNPD جریان ساعت‌گرد القا می‌شود.

۶۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{2} L I_1^2 \\ U_2 = \frac{1}{2} L I_2^2 \end{cases} \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2} L (I_2^2 - I_1^2) \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2} L (I_2 - I_1)(I_2 + I_1)$$

$$\Rightarrow 240 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0.8 \times 10^{-3} \times (20) \times (I_2 + I_1) \Rightarrow I_2 + I_1 = 30 \text{ A} \Rightarrow \begin{cases} I_2 + I_1 = 30 \text{ A} \\ I_2 - I_1 = 20 \text{ A} \end{cases} \Rightarrow I_2 = 25 \text{ A}, I_1 = 5 \text{ A}$$

$$U_1 = \frac{1}{2} \times 0.8 \times 10^{-3} \times 5^2 = 10 \times 10^{-3} \text{ J} = 10 \text{ mJ}$$

۶۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۲)

حالت اول:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 = P_0 + \rho g h \quad (1) \text{ رابطه}$$

حالت دوم:

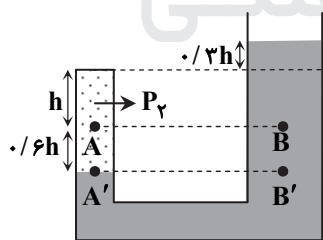
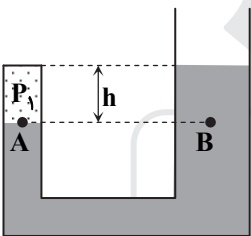
در حالت دوم، چون حجم گاز ۶۰ درصد اضافه شده، با توجه به اینکه مساحت مقطع ثابت است، پس ارتفاع گاز ۶۰ درصد افزایش می‌یابد؛ یعنی گاز در شاخه سمت چپ $0.6h$ پایین‌تر آمده است. اگر فرض کنیم سطح مایع در طرف مقابل به اندازه x بالاتر رفته، با توجه به تساوی حجم مایع جابه‌جا شده خواهیم داشت:

$$0.6h \times A = x \times 2A \Rightarrow x = 0.3h$$

$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow P_2 = P_0 + \rho g (0.6h + x + h) = P_0 + \rho g \times 1.9h \quad (2) \text{ رابطه}$$

$$\xrightarrow{\text{روابط (1) و (2)}} P_2 - P_1 = 1800 Pa \Rightarrow P_0 + 1.9\rho g h - P_0 - \rho g h = 1800$$

$$\Rightarrow 0.9\rho g h = 1800 \Rightarrow 0.9 \times 1000 \times 10 \times h = 1800 \Rightarrow h = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$



۷۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

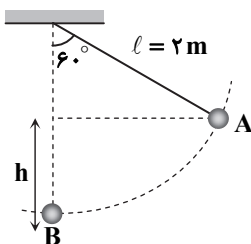
۷۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

برای محاسبه کار نیروی وزن، نخست باید ارتفاع h را محاسبه کنیم:

$$h = l - l \cos 60^\circ = 2 - 2 \times \frac{1}{2} = 1 \text{ m}$$

$$W_{\text{وزن}} = mgh = 0.5 \times 10 \times 1 = 5 \text{ J}$$

نیروی کشش نخ که در راستای شعاع دایره مسیر حرکت گلوله بر آن وارد می‌شود، همواره بر جابه‌جایی گلوله عمود است و در نتیجه طبق رابطه $W = F d \cos \theta$ ، کار کشش نخ در این جابه‌جایی صفر خواهد بود.



▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۷۲- پاسخ: گزینه ۲

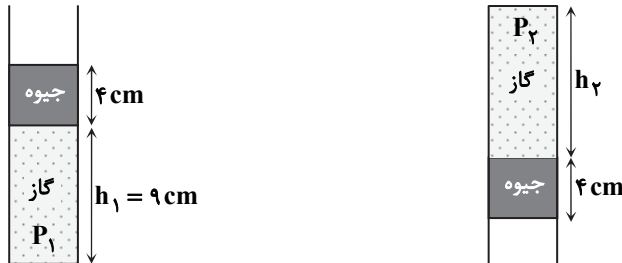
$$\Delta A = A_1 \times 2\alpha \Delta \theta \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_1} = 2\alpha \Delta \theta = 2 \times 1/7 \times 10^{-5} \times 100 = 3/4 \times 10^{-3}$$

$$\text{درصد تغییر مساحت} = \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 3/4 \times 10^{-1} = \%/34$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۷۳- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا فشار گاز محبوس داخل لوله را در دو حالت به دست می آوریم:



$$P_1 = P_0 + P_{\text{جیوه}}$$

$$P_1 = 76 + 4 = 80 \text{ cmHg}$$

$$P_0 = P_2 + P_{\text{جیوه}}$$

$$76 = P_2 + 4 \Rightarrow P_2 = 72 \text{ cmHg}$$

قانون گازها را برای دو حالت می نویسیم:

$$T : \text{ ثابت} \Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_1 h_1 A = P_2 h_2 A \Rightarrow 80 \times 9 = 72 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 10 \text{ cm}$$

جابه جایی ستون جیوه نسبت به انتهای لوله برابر اختلاف h_1 و h_2 است.

$$\Delta h = h_2 - h_1 = 10 - 9 = 1 \text{ cm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۷۴- پاسخ: گزینه ۳

ΔU فقط به حالت اولیه و نهایی دستگاه بستگی دارد و به مسیر فرایند وابسته نیست.

$$\Delta U_1 = \Delta U_2 \Rightarrow Q_1 + W_1 = Q_2 + W_2 \Rightarrow +3000 + (-2000) = Q_2 + W_2 \Rightarrow Q_2 + W_2 = +1000 \text{ J}$$

گزینه ۱: نادرست است، زیرا اگرچه $W_2 + Q_2 = +1000 \text{ J}$ و $W_2 < 0$ است، اما توجه کنید که مساحت زیر نمودار $P-V$ در فرایند (۲)

بیشتر از فرایند (۱) است، یعنی $|W_2| > |W_1|$ و این موضوع در گزینه ۱ رعایت نشده است.

گزینه ۲: نادرست است، زیرا اولاً $W_2 + Q_2 = 1500 + (-2500) = -1000 \text{ J}$ و ثانیاً در فرایند مورد نظر که انبساط است، حتماً $W_2 < 0$

خواهد بود.

گزینه ۴: نادرست است، زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} Q_2 = +3500 \text{ J} \\ W_2 = -3000 \text{ J} \end{array} \right\} \Rightarrow Q_2 + W_2 = +500 \text{ J}$$

گزینه ۳ از همه این جهات درست است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۷۵- پاسخ: گزینه ۳

$$A \text{ ماشین گرمایی} : \eta_1 = \frac{|W_1|}{Q_{H1}} \Rightarrow Q_{H1} = \frac{10}{0.25} = 40 \text{ kJ}, |Q_{L1}| = Q_{H1} - |W_1| = 40 - 10 = 30 \text{ kJ}$$

$$B \text{ ماشین گرمایی} : Q_{H2} = |Q_{L1}| = 30 \text{ kJ}, \eta_2 = \frac{|W_2|}{Q_{H2}} = \frac{Q_{H2} - |Q_{L2}|}{Q_{H2}} = 1 - \frac{|Q_{L2}|}{Q_{H2}}$$

$$\Rightarrow \eta_2 = 1 - \frac{21}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10} \Rightarrow \eta_2 = \%30$$

شیمه

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۶- پاسخ: گزینه ۴

هیدروژن دارای ۵ رادیوایزوتوپ (${}^1_1\text{H}$ تا ${}^5_1\text{H}$) است.

۷۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۱)

ابتدا جرم مولی ترکیب و سپس جرم مولی عنصر X را محاسبه می‌کنیم:

$$6/02 \times 10^{22} \text{XF}_3 \times \frac{1 \text{mol XF}_3}{6/02 \times 10^{23} \text{XF}_3} \times \frac{M \text{ g XF}_3}{1 \text{mol XF}_3} = 8/8 \text{ g XF}_3 \Rightarrow M = 88 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$(3 \times 19) + M_X = 88 \Rightarrow M_X = 31 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

می‌دانیم اندازه جرم مولی یک عنصر به تقریب برابر با عدد جرمی آن است. بنابراین:

$$N + Z = 31 \xrightarrow{N=Z+1} Z = 15$$

پس آرایش الکترونی آن به صورت $X: [\text{Ne}] 3s^2 3p^3$ می‌باشد.

عنصر X در گروه ۱۵ جدول قرار دارد، ۵ الکترون ظرفیتی داشته و با دریافت ۳ الکترون (یا به اشتراک‌گذاری ۳ الکترون) به آرایشی مشابه با گاز نجیب دست می‌یابد.

۷۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

الکترون‌ها در هنگام بازگشت به حالت پایه، تمامی انرژی که قبلاً دریافت کرده‌اند را از دست می‌دهند.

۷۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱) و شیمی ۲ (فصل ۱)

عبارت‌های «دوم» و «چهارم» درست هستند.

وقتی آرایش الکترونی آنیونی با دو بار منفی به $4p^6$ ختم می‌شود، یعنی آرایش الکترونی اتم عنصر مورد نظر به $4p^4$ ختم شده، دارای ۶ الکترون ظرفیتی و متعلق به گروه ۱۶ و دوره ۴ جدول (یعنی عدد اتمی ۳۴) است. عدد اتمی نخستین فلز واسطه برابر با ۲۱ است:

$$34 - 21 = 13$$

بررسی عبارت‌های نادرست:

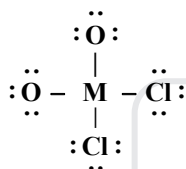
عبارت اول: عنصر X به دسته p جدول دوره‌ای تعلق دارد.

عبارت سوم: در آرایش الکترونی اتم عنصر X، شمار الکترون‌هایی که عدد کوانتومی فرعی آن‌ها برابر یک است (الکترون‌های موجود در زیرلایه p) برابر با ۱۶ می‌باشد.

۸۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

ساختار لوویس گونه مورد نظر به صورت زیر است:



در ساختار این گونه، ۳۲ الکترون وجود دارد:

$$M + 2(6) + 2(7) = 32 \Rightarrow M = 6$$

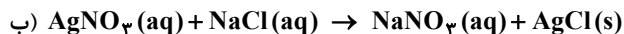
پس اتم عنصر M، شش الکترون ظرفیتی دارد و مربوط به گروه ۱۶ جدول است.

۸۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

همه عبارت‌های داده شده درست هستند.

عبارت اول: همان‌طور که در شکل‌های کتاب درسی مشاهده می‌شود، شکل‌های هندسی دو یون NO_3^- و CO_3^{2-} مشابه است.



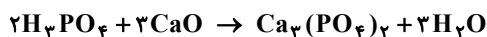
عبارت دوم: با توجه به معادله واکنش، ۱ مول AgNO_3 (۱۷۰g) با ۱ مول NaCl (۵۸/۵g) واکنش داده و ۱ مول (۱۴۳/۵g) رسوب AgCl تولید می‌شود.

عبارت سوم: فرآورده‌های واکنش، AgCl و NaNO_3 هستند که نسبت شمار کاتیون به آنیون در آن‌ها برابر ۱ است.

عبارت چهارم: طبق قانون پایستگی جرم درست است. (در هر دو سمت معادله، ۱۷ اتم وجود دارد.)

۸۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)



$$\frac{400}{1000} \text{L} \times \frac{0/2 \text{ mol H}_3\text{PO}_4}{1 \text{L}} \times \frac{1 \text{ mol Ca}_3(\text{PO}_4)_2}{2 \text{ mol H}_3\text{PO}_4} \times \frac{310 \text{ g Ca}_3(\text{PO}_4)_2}{1 \text{ mol Ca}_3(\text{PO}_4)_2} = 12/4 \text{ g (جرم کل کلسیم فسفات حاصل)}$$

(این مقدار از کلسیم فسفات حل می‌شود). $x = 0/2 \text{ g}$ $\Rightarrow x = 0/05 = \frac{x}{400} \times 100$ بر اساس انحلال‌پذیری

$$\text{جرم بلور حاصل} = 12/4 - 0/2 = 12/2 \text{ g}$$

۸۳- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

فقط عبارت «چهارم» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: مقایسه $\text{HBr} > \text{HCl} > \text{HF}$ را می‌توان به جرم مولی نسبت داد، ولی مقایسه نقطه جوش این مواد به صورت $\text{HF} > \text{HBr} > \text{HCl}$ است.

عبارت دوم: پیوند هیدروژنی را می‌توان قوی‌ترین نیروی بین مولکولی در نظر گرفت. (پیوند هیدروژنی جزء نیروهای وان‌دروالس نیست.)
عبارت سوم: نیروی جاذبه بین مولکولی استون، از نوع وان‌دروالس و نیروی جاذبه بین مولکولی اتانول و آب، از نوع پیوند هیدروژنی است.

۸۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)

$$? \text{g O}_2 = 2000 \text{g H}_2\text{O} \times \frac{0.03 \text{g O}_2}{100 \text{g H}_2\text{O}} = 0.6 \text{g O}_2$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{0.6 \text{g O}_2}{2000 \text{g H}_2\text{O}} \times 10^6 = 300 \text{ppm}$$

با کاهش فشار تا ۱ atm، به تقریب ۰/۰۲۵ گرم اکسیژن به‌ازای هر ۱۰۰ گرم محلول، از آن خارج می‌شود.

$$? \text{g O}_2 = 2000 \text{g H}_2\text{O} \times \frac{0.025 \text{g O}_2}{100 \text{g H}_2\text{O}} = 0.5 \text{g}$$

$$? \text{L O}_2 = 0.5 \text{g O}_2 \times \frac{1 \text{mol O}_2}{32 \text{g O}_2} \times \frac{24 \text{L O}_2}{1 \text{mol O}_2} = 0.375 \text{L}$$

۸۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱) و شیمی ۳ (فصل ۲)

همه عبارت‌ها نادرست هستند.

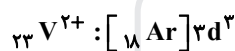
عبارت اول: هم A (۳۳ V) و هم B (۵ Sn) فلز هستند.

عبارت دوم: هالوژن مایع در دمای اتاق، Br_2 است. از طرفی عدد اتمی B برابر با ۵۰ است:

$$50 - 35 = 15$$

عبارت سوم: برای ساختن حلبی، ورقه‌ای از آهن با لایه نازکی از Sn (B) پوشیده می‌شود.

عبارت چهارم: در آرایش الکترونی V^{2+} ، سه الکترون در زیرلایه $3d$ با $2 = l$ وجود دارد.



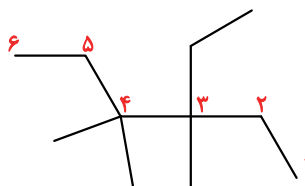
۸۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۱)

$$(I) \quad 100 \text{g} \times \frac{18.0 \text{g}}{100 \text{g}} \times \frac{1 \text{mol}}{18.0 \text{g}} \times \frac{2 \text{mol CO}_2}{1 \text{mol}} \times \frac{80}{90} = 1.6 \text{mol CO}_2$$

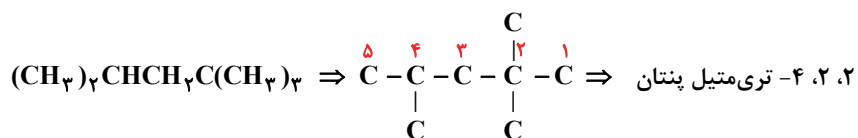
با توجه به واکنش دوم خواهیم داشت:

$$1.6 \text{mol CO}_2 \times \frac{1 \text{mol Mg}^{2+}}{1 \text{mol CO}_2} \times \frac{24 \text{g Mg}^{2+}}{1 \text{mol Mg}^{2+}} \times \frac{1 \text{ton H}_2\text{O}}{48.0 \text{g Mg}^{2+}} = 0.8 \text{ton H}_2\text{O}$$

۸۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)



۳- اتیل - ۳، ۴، ۴، تری‌متیل هگزان



از آنجا که هر مول از هیدروکربن مورد نظر، با ۲ مول گاز هیدروژن به حالت سیر شده درمی آید، فرمول عمومی آن C_nH_{2n-2} است.

$$0.08 g C_nH_{2n-2} \times \frac{1 \text{ mol } C_nH_{2n-2}}{(14n-2) g C_nH_{2n-2}} \times \frac{n \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_nH_{2n-2}} \times \frac{22400 \text{ mL}}{1 \text{ mol } CO_2} = 134/4 \text{ mL } CO_2$$

$$8 \times 2240 n = 1344 (14n-2) \Rightarrow 8 \cdot n = 14n - 12 \Rightarrow n = 3 \Rightarrow C_3H_4$$

$$\frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم هیدروژن}} = \frac{3 \times 12}{4 \times 1} = 9$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) جرم مولکولی C_3H_4 ، ۴۰ amu است.

(۲) از سوختن کامل هر مول C_3H_4 ، ۲ مول یا ۳۶ گرم آب تولید می‌شود.

(۴) هر مول از ترکیب مورد نظر، با ۲ مول برم نیز واکنش می‌دهد.

$$1 g C_3H_4 \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_4}{40 g C_3H_4} \times \frac{2 \text{ mol } Br_2}{1 \text{ mol } C_3H_4} \times \frac{160 g Br_2}{1 \text{ mol } Br_2} = 8 g Br_2$$

$$\text{در پایان واکنش } 3/75 \text{ mol C} = 3.0 s \times \frac{1 \text{ min}}{60 s} \times \frac{7/5 \text{ mol C}}{1 \text{ min}}$$

$$\text{مصرف شده } 7/5 \text{ mol B} = 3/75 \text{ mol C} \times \frac{2 \text{ mol B}}{1 \text{ mol C}}$$

$$\text{باقی مانده } 2/5 \text{ mol B} = 10 - 7/5$$

$$6/25 \text{ mol} = 3/75 \text{ mol C} + 2/5 \text{ mol B} = \text{کل مول‌های گازی موجود در ظرف}$$

$$5 \text{ mol} = 10 \text{ mol B} \times \frac{1 \text{ mol C}}{2 \text{ mol B}} = \text{مورد انتظار mol C}$$

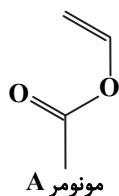
$$75\% = \frac{\text{مقدار نظری}}{\text{مقدار عملی}} \times 100 = \frac{3/75}{5} \times 100 = 75\%$$

فرمول مولکولی: $C_{15}H_{20}O$

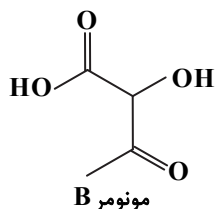
$$\text{تعداد پیوندها} = \frac{(15 \times 4) + (20 \times 1) + 2}{2} = 41$$

تنها در مورد «چهارم» عامل مؤثر بر سرعت واکنش به درستی بیان شده است. موارد «اول»، «دوم» و «سوم» به ترتیب به عامل‌های غلظت، ماهیت واکنش دهنده‌ها و سطح تماس اشاره دارند.

پلیمر A از دسته پلیمرهایی است که مونومر آن دارای پیوند دوگانه کربن-کربن است و اتصال کربن-کربن باعث تشکیل این پلیمر می‌شود و آب به عنوان فرآورده در این واکنش‌ها تولید نمی‌شود.



پلیمر B از دسته پلی‌استرها است و در آن، پیوند استری یا تشکیل گروه استری که با تولید آب همراه است، باعث اتصال مونومرها به یکدیگر می‌شود.



▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

۹۳- پاسخ: گزینه ۳



$$\bar{R}(\text{NO}_2) = \bar{R}(\text{واکنش}) = 2 \times 0.575 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1} \times 0.5 \text{ L} = 0.575 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\text{NO}_2 \text{ مول اولیه} = 115 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{46 \text{ g}} = 2.5 \text{ mol}$$

$$\text{NO}_2 \text{ مصرف شده پس از } 1/5 \text{ دقیقه} = 1/5 \text{ min} \times \frac{0.575 \text{ mol}}{1 \text{ min}} = \frac{3 \times 0.575}{2} = \frac{1.725}{2}$$

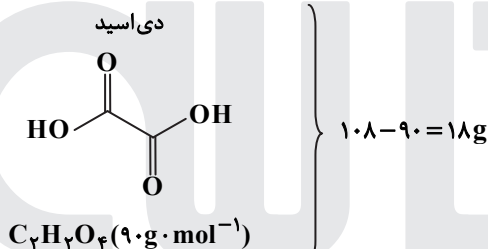
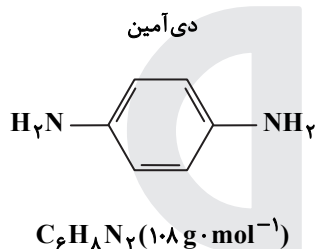
$$\text{NO}_2 \text{ باقی مانده} = \frac{5}{2} - \frac{1.725}{2} = \frac{3.275}{2}$$

$$\text{درصد NO}_2 \text{ باقی مانده} = \frac{\text{مول NO}_2 \text{ باقی مانده}}{\text{مول اولیه NO}_2} \times 100 = \frac{3.275}{2.5} \times 100 = 65.5\%$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

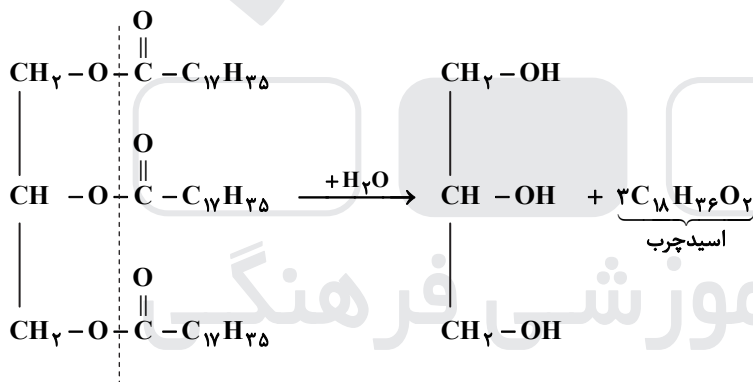
۹۴- پاسخ: گزینه ۱

ساختار مونومرهای سازنده پلیمر نشان داده شده:



▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۵- پاسخ: گزینه ۴

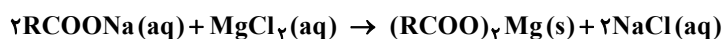


$$\frac{\text{شمار اتم های H}}{\text{شمار اتم های C}} = \frac{36}{18} = 2$$

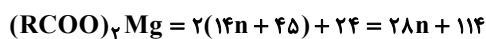
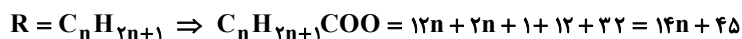
توجه: در اسیدهای آلی با زنجیر هیدروکربنی سیر شده ($\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$)، همواره نسبت شمار اتم های هیدروژن به کربن برابر با ۲ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۶- پاسخ: گزینه ۳



$$\frac{0.1 \times 0.5 \text{ L}}{1} = \frac{2/81}{M} \Rightarrow M = 562 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$



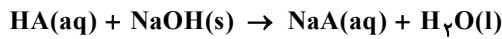
$$28n + 114 = 562 \Rightarrow n = 16$$

بنابراین زنجیر کربنی صابون، ۱۶ اتم کربن دارد. با احتساب کربن گروه عاملی، صابون مورد نظر در مجموع ۱۷ اتم کربن دارد.

۹۷- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

در واکنش‌های خنثی شدن برای خنثی کردن محلول اسید باید به محلول به اندازه‌ای باز افزوده شود که اسید به‌طور کامل در واکنش با باز مصرف شود:



اسید تک‌پروتون‌دار است و برای خنثی شدن هر مول آن به یک مول از باز سدیم هیدروکسید نیاز است. پس 0.4 گرم سدیم هیدروکسید $(0.1 \text{ mol NaOH} = \frac{0.4}{40})$ ، 0.1 مول از اسید HA را خنثی کرده است.

غلظت محلول اسید برابر با $0.5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} = \frac{0.1}{0.2}$ است.

درجه یونش HA:

$$\alpha = \frac{[\text{H}^+]}{M} \Rightarrow \alpha = \frac{10^{-4/3}}{0.5} = \frac{5 \times 10^{-5}}{0.5} = 10^{-3}$$

۹۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

$$E_A^\circ < E_B^\circ$$

$$E_{\text{سلول}} = E_B^\circ - E_A^\circ$$

قدرت کاهش‌دهی A نسبت به B بیشتر است.

قدرت اکسندگی B^{2+} از A^{2+} بیشتر است.

با توجه به نمودار، چون غلظت A^{2+} در حال افزایش و غلظت B^{2+} در حال کاهش است، بنابراین A و B به ترتیب آند و کاتد هستند، در نتیجه A گونه کاهنده و B^{2+} گونه اکسنده است.

از آنجایی که موقعیت A و B در جدول نسبت به هیدروژن مشخص نیست، نمی‌توان در مورد موقعیت آن‌ها نسبت به هیدروژن قضاوت نمود.

کاتیون‌های B^{2+} به سمت تیغه B رفته و با جذب الکترون کاهش می‌یابند.

۹۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

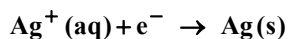
عبارت «چهارم» نادرست است.

با توجه به E° های داده شده، Zn آند و Cu کاتد است. از این رو Zn قطب منفی و Cu قطب مثبت است، بنابراین جهت حرکت الکترون‌ها از آند به کاتد است و محلول ظرف کاتدی به دلیل کاهش غلظت Cu^{2+} کم‌رنگ می‌شود. جهت حرکت آنیون‌ها از ظرف کاتدی (قطب مثبت) به ظرف آندی است. در ظرف کاتدی Cu^{2+} با گرفتن الکترون کاهش یافته و نقش اکسنده دارد.

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۲)

در آباری با محلول نقره نیترات، یون‌های نقره در سطح قاشق کاهش یافته و به فلز نقره تبدیل می‌شوند و تغییر جرم قاشق برابر با جرم فلز نقره کاهش یافته است:



$$\frac{n_e}{1} = \frac{0.54}{108} \Rightarrow n_e = 0.005 \text{ mol } e^-$$

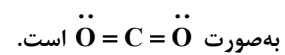
$$\text{تعداد الکترون‌ها} = 0.005 \times 6.02 \times 10^{23} = 3.01 \times 10^{21}$$

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۳)

دومین عنصر فراوان در پوسته جامد زمین، سیلیسیم است که جزء عنصرهای اصلی سازنده جامدهای کوه‌الانسی در طبیعت است. بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) در ساختار SiO_2 ، هر اتم Si با چهار پیوند یگانه به ۴ اتم O و هر اتم O با دو پیوند یگانه به دو اتم Si متصل است، ولی ساختار CO_2

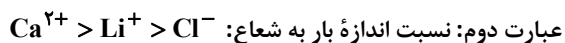


(۳) بیش از ۹۰٪ پوسته جامد زمین، از ترکیبات گوناگون دو عنصر Si و O است و نه فقط SiO_2 !

(۴) شمار اتم‌های Si و O در حلقه‌های موجود در ساختار سیلیس با هم برابر است.

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

موارد «اول»، «سوم» و «چهارم» درست هستند.
بررسی مقایسه نادرست:



۱۰۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

عبارت‌های «ب» و «ت» درست‌اند.

ب) در واکنش‌های (۱) و (۳) سطح انرژی فرآورده‌ها پایین‌تر از واکنش‌دهنده‌ها است؛ بنابراین گرماده هستند. در واکنش (۲) سطح انرژی فرآورده‌ها بالاتر است و یک واکنش گرماگیر محسوب می‌شود.

ت) واکنش (۱) انرژی فعال‌سازی کمتری دارد و در شرایط یکسان با سرعت بیشتری انجام می‌شود. این واکنش گرماده است و $|\Delta H|$ آن از دو واکنش دیگر بیشتر است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) واکنش حذف NO در مبدل‌های کاتالیستی ($2\text{NO} \rightarrow \text{N}_2 + \text{O}_2$) گرماده است، در حالی که واکنش (۲)، یک واکنش گرماگیر می‌باشد.

پ) در واکنش‌های گرماگیر، همواره E_a از ΔH بزرگ‌تر است؛ بنابراین حتی در حضور کاتالیزگر هم، مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش (۲) نمی‌تواند از 20 kJ کمتر شود.

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

با افزودن گاز نیتروژن به ظرف، غلظت مولی آن افزایش می‌یابد و با افزایش یافتن سرعت واکنش رفت، سامانه از تعادل خارج می‌شود.
بررسی عبارت‌های نادرست:

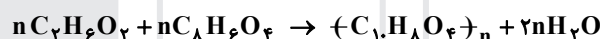
۱) پس از برقراری تعادلی جدید در ظرف، شمار مول H_2 کمتر از شمار مول آن در تعادل اولیه، ولی شمار مول N_2 و NH_3 بیشتر از شمار مول آن‌ها در تعادل اولیه است.

۳) واکنش با پیشرفت در جهت رفت دوباره به تعادل می‌رسد و طی این فرایند به‌ازای مصرف شدن ۴ مول گاز، ۲ مول گاز تولید می‌شود؛ بنابراین نمی‌توان گفت در تعادل جدید، شمار مول مواد، x مول افزایش یافته است.

۴) تغییر ایجادشده مقدار ثابت تعادل را تغییر نمی‌دهد.

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

فرایند (II)، تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید را نشان می‌دهد که در آن، مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن ۱۲ واحد ($2 \times 6 = 12$) تغییر می‌کند.



$$\text{جرم PET} = 192n = 192 \times 20 = 3840 \text{ g} = 3 / 84 \text{ kg}$$

