سروش اندیشه
مؤسسه فرهنگی هنری

کد آزمون ۱۱۷۸

شماره داوطلب
نام خانوادگی و نام
- - -
خراسان رضوی
شهر

0513845369O

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

دفترچه شماره ۱

جمهوری اسلامی ایران
وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی موسسه سروش اندیشه حیات

پاسخنامه آزمون شبیه ساز کنکور

گروه آزمایشی علوم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۱۰۵عدد	مدت پاسخگویی: ۱۴۵دقیقه

عنوان مواد امتحانی تعداد،شماره سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

برای مشاهده پاسخنامه آزمون به سایت موسسه مراجعه نمایید

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی به‌صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است. داریم:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 15 \\ a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 = 30 \end{cases} \xrightarrow{a_n = a_1 + (n-1)d} \begin{cases} a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d = 15 \\ a_1 + 4d + a_1 + 5d + a_1 + 6d + a_1 + 7d + a_1 + 8d = 30 \end{cases}$$

$$(-5)\times \begin{cases} 4a_1 + 6d = 15 \\ 5a_1 + 30d = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -20a_1 - 30d = -75 \\ 5a_1 + 30d = 30 \end{cases} \Rightarrow -15a_1 = -45 \Rightarrow a_1 = 3, d = \frac{1}{2}$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = 3 + 10(\frac{1}{2}) = 8$$

۲ - گزینه ۱ هر نامعادله را جداگانه حل کرده و از جواب‌ها اشتراک می‌گیریم.

$$\frac{2x-3}{x+1} > 1 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{x-4}{x+1} > 0 \rightarrow$$

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
	+	نت	−	○	+		

$$\Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 4$$

$$\frac{2x-3}{x+1} < 3 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{-x-6}{x+1} < 0 \rightarrow$$

x	$-\infty$		-6		-1		$+\infty$
	−	○	+	نت	−		

$$\Rightarrow x < -6 \text{ یا } x > -1$$

$$\Rightarrow x < -6 \quad \text{یا} \quad x > -1 \quad (II)$$

از اشتراک (I) و (II) به جواب $x > 4$ یا $x < -6$ می‌رسیم که همان $\mathbb{R} - [-6, 4]$ است.

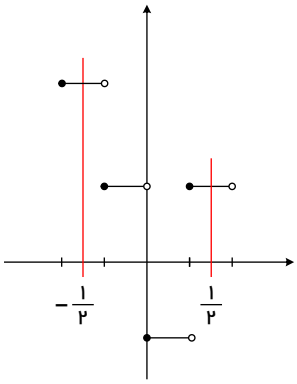
۳ - گزینه ۲ روش اول: چون داخل براکت $3x$ داریم طول پله‌ها $\frac{1}{3}$ است تابع را در بازی $-\frac{2}{3} \le x < \frac{2}{3}$ رسم می‌کنیم که بازهٔ سؤال را شامل می‌شود.

اگر $-\frac{2}{3} \le x < \frac{1}{3} \Rightarrow [3x] = -2 \Rightarrow y = 3$

اگر $-\frac{1}{3} \le x < 0 \Rightarrow [3x] = -1 \Rightarrow y = 1$

اگر $0 \le x < \frac{1}{3} \Rightarrow [3x] = 0 \Rightarrow y = -1$

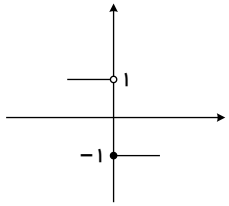
اگر $\frac{1}{3} \le x < \frac{2}{3} \Rightarrow [3x] = 1 \Rightarrow y = 1$



روش دوم: کافی است در حوالی صفر تابع را بررسی کنیم:

$$if: x \to 0^+ \Rightarrow [3x] = 0 \Rightarrow y = -1$$

$$if: x \to 0^- \Rightarrow [3x] = -1 \Rightarrow y = 1$$



فقط در گزینهٔ ۲ تابع در نقطهٔ $x = 0$ ناپیوسته است.

۴ - گزینه ۴

$f=\{(۲,a),(a,a^۲-۲),(a,۳a-۴),(a^۳-۶,b)\}$

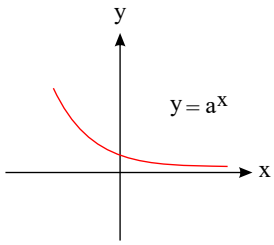
شرط تابع بودن $\Rightarrow a^۲-۲=۳a-۴\Rightarrow a^۲-۳a+۲=۰\Rightarrow (a-۱)(a-۲)=۰\Rightarrow a=۱\ ,\ a=۲$

$a=۱: f=\{(۲,۱),(۱,-۱),(-۵,b)\}\Rightarrow b\in\mathbb{R}\Rightarrow b^۲\geq ۰\Rightarrow -b^۲\leq ۰$

$a=۲: f=\{(۲,۲),(۲,۲),(۲,b)\}\Rightarrow b=۲\Rightarrow a^۲-b^۲=۴-۴=۰$

باتوجه به رابطهٔ (۱) گزینهٔ ۴ صحیح است.

۵ - گزینه ۲ تابع $y=a^x$ به‌ازای $۰<a<۱$ اکیداً نزولی است و به صورت



است و به‌ازای $a=۰$ و $a=۱$ تابع ثابت و درنتیجه هم صعودی و هم نزولی است

پس برای آنکه تابع داده شده نزولی باشد باید:

$$۰\leq\frac{۳m+۱}{۴}\leq ۱\rightarrow ۰\leq ۳m+۱\leq ۴\rightarrow -۱\leq ۳m\leq ۳\rightarrow\frac{-۱}{۳}\leq m\leq ۱$$

که در این بازه، اعداد صحیح صفر و یک قرار دارند.

۶ - گزینه ۴

از رابطهٔ $\tan(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=\cot\alpha$ استفاده می‌کنیم.

$$\tan ۳x\cdot\tan x=۱\rightarrow\tan ۳x=\frac{۱}{\tan x}\rightarrow\tan ۳x=\cot x\rightarrow\tan ۳x=\tan(\frac{\pi}{۲}-x)$$

$$\xrightarrow{\tan x=\tan\alpha\rightarrow x=k\pi+\alpha} ۳x=k\pi+\frac{\pi}{۲}-x\rightarrow ۴x=k\pi+\frac{\pi}{۲}\rightarrow x=\frac{k\pi}{۴}+\frac{\pi}{۸}$$

۷ - گزینه ۱ به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ اول: $\lim\limits_{x\to(\frac{۲\pi}{۳})^+}\frac{\sin x}{۱+۲\cos x}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۱+۲(\frac{-۱}{۲})^-}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۰^-}=-\infty$: درست

گزینهٔ سوم: $\lim\limits_{x\to(\frac{۲\pi}{۳})^-}\frac{\sin x}{۱+۲\cos x}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۱+۲(\frac{-۱}{۲})^+}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۰^+}=+\infty$: نادرست

گزینهٔ چهارم: $\lim\limits_{x\to\frac{۴\pi}{۳}}\frac{\sin x}{۱+۲\cos x}$

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to(\frac{۴\pi}{۳})^+}\frac{\sin x}{۱+۲\cos x}=\frac{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۱+۲(-\frac{۱}{۲})^+}=\frac{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۰^+}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to(\frac{۴\pi}{۳})^-}\frac{\sin x}{۱+۲\cos x}=\frac{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۱+۲(-\frac{۱}{۲})^-}=\frac{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{۰^-}=+\infty\end{cases}\rightarrow \text{نادرست}$$

جه کنید:

$$\sin\frac{۲\pi}{۳}=\sin(\pi-\frac{\pi}{۳})=\sin\frac{\pi}{۳}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\cos\frac{۲\pi}{۳}=\cos(\pi-\frac{\pi}{۳})=-\cos\frac{\pi}{۳}=-\frac{۱}{۲}\rightarrow\begin{cases}\cos(\frac{۲\pi}{۳})^+=(-\frac{۱}{۲})^-\\ \cos(\frac{۲\pi}{۳})^-=(-\frac{۱}{۲})^+\end{cases}$$

$$\sin\frac{۴\pi}{۳}=\sin(\pi+\frac{\pi}{۳})=-\sin\frac{\pi}{۳}=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\cos\frac{۴\pi}{۳}=\cos(\pi+\frac{\pi}{۳})=-\cos\frac{\pi}{۳}=-\frac{۱}{۲}\rightarrow\begin{cases}\cos(\frac{۴\pi}{۳})^{+}=(\frac{-۱}{۲})^{+}\\ \cos(\frac{۴\pi}{۳})^{-}=(\frac{-۱}{۲})^{-}\end{cases}$$

۸ - گزینه ۲ در $x\to ۲$ مقادیر تابع از پایین به ۴ نزدیک می‌شوند.

$$۲\lim_{x\to ۲}[f(x)]-\left[\lim_{x\to ۲}f(x)\right]=۲[۴^{-}]-[۴]=۲\times ۳-۴=۲$$

۹ - گزینه ۳

$$x+b\neq ۰\rightarrow x\neq -b\ ,\ \ a-x^{۲}>۰\rightarrow x^{۲}<a\rightarrow -\sqrt{a}<x<\sqrt{a}\rightarrow D_f=(-\sqrt{a},\sqrt{a})-\{-b\}$$

چون دامنهٔ تابع به‌صورت یک همسایگی محذوف ۱ است، پس داریم:

$$-b=۱\Rightarrow b=-۱$$

همچنین چون دامنهٔ تابع شامل همسایگی چپ ۲ می‌باشد ولی شامل هیچ همسایگی راست ۲ نیست، پس داریم:

$$\sqrt{a}=۲\Rightarrow a=۴\Rightarrow D_f=(-۲,۲)-\{-۱\}$$

$$\text{پس}: a+b=۴+(-۱)=۳$$

۱۰ - گزینه ۴ وقتی $x\to a$، می‌توان نتیجه گرفت که x در یک همسایگی از عدد a قرار می‌گیرد که حتماً غیرصحیح است پس: وقتی x به هر سه عدد نزدیک می‌شود مقدار حد -۲ می‌شود و $f(۲)=۳$ خواهد بود.

$$\Rightarrow \text{حاصل عبارت}=-۲+(-۲)+(-۲)+۳=-۳$$

۱۱ - گزینه ۲ روش اول:

$$y=\frac{۱}{x^{۴}-۴x^{۳}+۴x^{۲}+۵}=\frac{۱}{x^{۲}(x^{۲}-۴x+۴)+۵}=\frac{۱}{x^{۲}(x-۲)^{۲}+۵}$$

کمترین مقدار عبارت $x^{۲}(x-۲)^{۲}$ مساوی صفر است بنابراین کمترین مقدار مخرج کسر مساوی ۵ است پس ماکسیمم مطلق تابع $\frac{۱}{۵}$ است. (صورت کسر یک عدد مثبت است پس بیشترین مقدار کسر وقتی به دست می‌آید که مخرج کسر، کمترین مقدار را داشته باشد.)

روش دوم: از تابع مشتق می‌گیریم و نقاط بحرانی آن را به دست می‌آوریم:

$$D_f=R=(-\infty,+\infty)$$

$$y'=\frac{-(۴x^{۳}-۱۲x^{۲}+۸x)}{(x^{۴}-۴x^{۳}+۴x^{۲}+۵)^{۲}}=\frac{-۴x(x^{۲}-۳x+۲)}{(x^{۴}-۴x^{۳}+۴x^{۲}+۵)^{۲}}=\frac{-۴x(x-۱)(x-۲)}{(x^{۴}-۴x^{۳}+۴x^{۲}+۵)^{۲}}=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۰\\ x=۱\\ x=۲\end{cases}$$

حال مقادیر تابع را وقتی $x\to\pm\infty$ و همچنین در طول‌های نقاط بحرانی حساب می‌کنیم.

$$f(۰)=\frac{۱}{۵}\ \text{مطلق}\ \min\ \text{و}\ f(۱)=\frac{۱}{۶}\ ,\ f(۲)=\frac{۱}{۵}\ ,\ \lim_{x\to\pm\infty}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{۱}{x^{۴}}=\frac{۱}{+\infty}=۰$$

توجه کنید که اگر بیشترین یا کمترین مقدار تابع به‌ازای $\pm\infty$ به دست می‌آمدند تابع $\max$ یا $\min$ مطلق نداشت.

۱۲ - گزینه ۴ فاصلهٔ نقطهٔ $A(x,y)$ از نقطهٔ $B(۴,۰)$، برابر با $d=\sqrt{(x-۴)^{۲}+y^{۲}}$ است، از طرفی نقطهٔ A روی منحنی تابع $y=\sqrt{۲x+۹}$ است، بنابراین داریم:

$$\text{یک‌متغیره}: d=\sqrt{(x-۴)^{۲}+y^{۲}}=\sqrt{(x-۴)^{۲}+(۲x+۹)}=\sqrt{x^{۲}-۶x+۲۵}$$

درنتیجه داریم:

$$\xrightarrow{\text{مشتق}=۰}\frac{۱(۲x-۶)}{۲\sqrt{x^{۲}-۶x+۲۵}}=۰\rightarrow x=۳$$

$$d_{\min}=\sqrt{۹-۱۸+۲۵}=\sqrt{۱۶}=۴$$

۱۳ - گزینه ۳

$$\frac{f(۲+h)-f(۲)}{۲+h-۲}=\frac{۸}{۹}\Rightarrow\frac{۲+h+\frac{۱}{۲+h}-۲-\frac{۱}{۲}}{h}=\frac{۸}{۹}\Rightarrow ۸h=۹h+\frac{۹}{۲+h}-\frac{۹}{۲}$$

$$h=\frac{۹}{۲}-\frac{۹}{۲+h}\Rightarrow h=\frac{۱۸+۹h-۱۸}{۲(۲+h)}\Rightarrow ۱=\frac{۹}{۲(۲+h)}\Rightarrow ۴+۲h=۹\Rightarrow h=\frac{۵}{۲}=۲/۵$$

۱۴ - گزینه ۱ شیب خط مماس بر منحنی در $x=۲$ همان شیب خط گذرنده از دو نقطهٔ $A(۰,۳)$ و $B(-۶,۰)$ است.

$$m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{۰-۳}{-۶-۰}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow x=۲\text{ شیب مماس در }=\frac{۱}{۲}\Rightarrow f'(۲)=\frac{۱}{۲}$$

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲+h)-f(۲-h)}{h}=\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲+h)-f(۲)+f(۲)-f(۲-h)}{h}$$

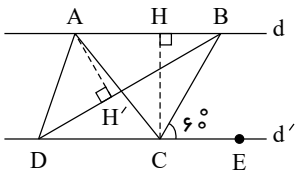
$$=\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲+h)-f(۲)-(f(۲-h)-f(۲))}{h}=\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲+h)-f(۲)}{h}-\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲-h)-f(۲)}{h}$$

$$=f'(۲)+\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲+(-h))-f(۲)}{-h}=f'(۲)+f'(۲)=۲f'(۲)=۲(\frac{۱}{۲})=۱$$

البته حد داده شده را به کمک هوپیتال می‌توان محاسبه کرد:

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲+h)-f(۲-h)}{h}=\frac{۰}{۰}\xrightarrow{HOP}\lim_{h\to ۰}\frac{f'(۲+h)+f'(۲-h)}{۱}=۲f'(۲)=۲(\frac{۱}{۲})=۱$$

۱۵ - گزینه ۳



$d||d'$ و BC مورب است پس $A\hat{B}C=B\hat{C}E=۶۰^\circ$، از طرفی بنا به فرض در مثلث ABC داریم: $\hat{A}=\hat{C}$. در نتیجه $\hat{C}=\hat{A}=۶۰^\circ$ است و مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است. بنابر قضیه‌ی فیثاغورس می دانیم که ارتفاع (h) در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a برابر با $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ است پس:

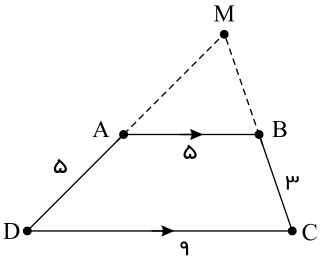
$$CH=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times BC=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times\frac{۳}{۲}=\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}$$

بنابر نتیجه‌ی (۳) صفحه‌ی ۳۲ کتاب درسی داریم:

$$S_{ABC}=S_{ABD}\Rightarrow\frac{CH\times AB}{۲}=\frac{AH'\times DB}{۲}\xrightarrow{DB=۲AB}CH=۲AH'\Rightarrow\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}=۲AH'\Rightarrow AH'=\frac{۳\sqrt{۳}}{۸}$$

۱۶ - گزینه ۱

با توجه به شکل داریم:

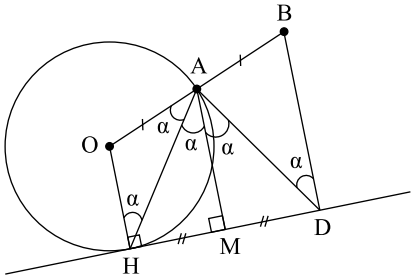


$$\overset{\Delta}{MDC}:AB||DC\xrightarrow{\text{بنابر قضیه تالس}}\frac{MA}{MD}=\frac{MB}{MC}=\frac{AB}{DC}\to\frac{MA}{MA+۵}=\frac{MB}{MB+۳}=\frac{۵}{۹}\to\frac{(MA+MB)}{(MA+MB)+۸}=\frac{۵}{۹}$$

$$\to ۹(MA+MB)=۵(MA+MB)+۴۰\to ۴(MA+MB)=۴۰\to MA+MB=۱۰$$

$$\overset{\Delta}{MAB}\text{ محیط}:MA+MB+AB=۱۰+۵=۱۵$$

۱۷ - گزینه ۳ مطابق شکل، A را به H وصل کرده و از A عمود AM را بر مماس وارد می‌کنیم. چون $OH||AM||BD, OA=AB$ به‌راحتی از قضیهٔ تالس نتیجه می‌شود که $HM=MD$. با توجه به شکل داریم:



$$\overset{\Delta}{OAH}:OA=OH\Rightarrow O\hat{A}H=O\hat{H}A=\alpha$$

$$OH||AM,\text{ مورب }AH\Rightarrow O\hat{H}A=H\hat{A}M=\alpha$$

$$\overset{\Delta}{AHD}:H\hat{A}M=M\hat{A}D=\alpha\text{ متساوی‌الساقین}$$

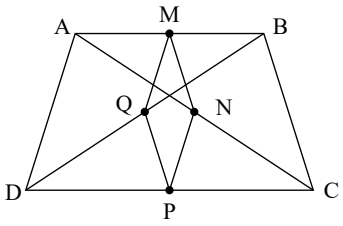
$AM||BD$, مورب $AD \Rightarrow M\hat{A}D = A\hat{D}B = \alpha$

در واقع ما نشان دادیم که $O\hat{A}D = ۳A\hat{D}B$ ، لذا با توجه به فرض داریم:

$O\hat{A}D = ۳(۳۴^\circ) = ۱۰۲^\circ$

۱۸ - گزینه ۱ مطابق شکل داریم:

$$\left.\begin{matrix} AB \text{ وسط } M \\ BD \text{ وسط } Q \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{نتیجهٔ تالس}} MQ = \frac{۱}{۲}AD$$
$$\left.\begin{matrix} AB \text{ وسط } M \\ AC \text{ وسط } N \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{نتیجهٔ تالس}} MN = \frac{۱}{۲}BC$$

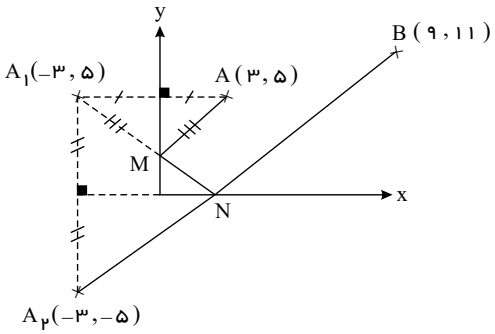


از طرفی چهارضلعی $MNPQ$ لوزی است پس $MN = MQ$ بنابراین $AD = BC$.

۱۹ - گزینه ۳ باید مسیر کوتاه را به‌دست آوریم. A را ابتدا نسبت به محور yها و سپس نقطهٔ حاصل را نسبت به محور xها بازتاب می‌کنیم:

$A_۱$: قرینهٔ A نسبت به محور yها است.

$A_۲$: قرینهٔ $A_۱$ نسبت به محور xها است.



کمترین اندازهٔ خط شکسته $AMNB$ برابر می‌شود با:

$$|AMNB| = |A_۲B| = \sqrt{(x_B - x_{A_۲})^۲ + (y_B - y_{A_۲})^۲} = \sqrt{(۹+۳)^۲ + (۱۱+۵)^۲} = \sqrt{۱۴۴ + ۲۵۶} = ۲۰$$

۲۰ - گزینه ۲

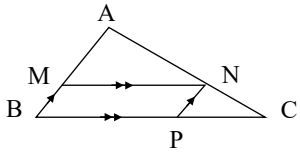
حداکثر مکعبی که باید برداشته شود. $= ۴ \times ۵ \times ۵ + ۱۱ = ۱۱۱$

حداقل مکعبی که باید برداشته شود. $= ۱۱ \times ۵ = ۵۵$

اختلاف حداکثر و حداقل مکعبی که باید برداشته شود. $= ۱۱۱ - ۵۵ = ۵۶$

۲۱ - گزینه ۱

$MNPB$ متوازی‌الاضلاع است، بنابراین $NP||AB$, $MN||BC$ و داریم:



$$\frac{AM}{MB} = \frac{۳}{۲} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AM}{AB} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \frac{BM}{AB} = \frac{۲}{۵} \quad (۱)$$
$$MN||BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{۳}{۵} \xrightarrow{MN=BP} \frac{BP}{BC} = \frac{۳}{۵} \quad (۲)$$

$$\frac{S_{MNPB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{MB \times BP \times \sin\hat{B}}{\frac{۱}{۲}AB \times BC \times \sin\hat{B}} \overset{(۱),(۲)}{=\!=} \frac{\frac{۲}{۵}AB \times \frac{۳}{۵}BC}{\frac{۱}{۲}AB \times BC} = \frac{۱۲}{۲۵} = ۰/۴۸ = ۴۸\%$$

۱ - گزینه ۱ با به دست آوردن ماتریس‌های $A^۲$ و $A^۳$، قانونی برای A^n می‌یابیم:

$$A^۲ = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ & -۲ \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix}$$
$$A^۳ = \begin{bmatrix} ۳ & -۲ \\ ۲ & -۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴ & -۳ \\ ۳ & -۲ \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{استقرا}} A^n = \begin{bmatrix} n+۱ & -n \\ n & -n+۱ \end{bmatrix}$$
$$\xrightarrow{n=۱۰۰} A^{۱۰۰} = \begin{bmatrix} ۱۰۱ & -۱۰۰ \\ ۱۰۰ & -۹۹ \end{bmatrix}$$

۲۳ - گزینه ۴

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\begin{cases} ۲c = FF' = \sqrt{(۵-۵)^۲ + (۴-(-۴))^۲} = \sqrt{۰^۲ + ۸^۲} = ۸ \to c = ۴ \\ ۲b = ۴ \to b = ۲ \end{cases}$$

داریم : $a^۲ = b^۲ + c^۲ \to a^۲ = ۲^۲ + ۴^۲ = ۲۰ \to a = ۲\sqrt{۵}$

طول وتر کانون کانونی یک بیضی از رابطهٔ $\frac{۲b^۲}{a}$ به‌دست می‌آید:

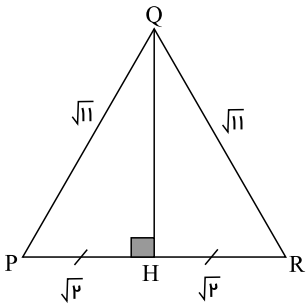
$$\text{وتر کانونی} = \frac{۲b^۲}{a} = \frac{۲ \times ۲^۲}{۲\sqrt{۵}} = \frac{۴}{\sqrt{۵}} \times \frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۵}} = \frac{۴\sqrt{۵}}{۵}$$

۲۴ - گزینه ۳

ابتدا فاصلهٔ دوبه‌دوی نقاط را از یکدیگر به‌دست می‌آوریم:

$$|PQ| = \sqrt{(۰-۱)^۲ + (-۱-۰)^۲ + (-۲-۱)^۲} = \sqrt{۱۱}$$
$$|PR| = \sqrt{(۳-۱)^۲ + (۰-۰)^۲ + (-۱-۱)^۲} = \sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}$$
$$|QR| = \sqrt{(۳-۰)^۲ + (۰+۱)^۲ + (-۱+۲)^۲} = \sqrt{۱۱}$$

چون $|PQ| = |QR|$، پس مثلث PQR متساوی‌الساقین است و مطابق شکل داریم:



$$\overset{\Delta}{PQH} : QH^۲ + PH^۲ = PQ^۲ \to QH^۲ + (\sqrt{۲})^۲ = (\sqrt{۱۱})^۲ \to QH = ۳$$
$$S_{\overset{\Delta}{PQR}} = \frac{۱}{۲}QH \times PR = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۲\sqrt{۲} = ۳\sqrt{۲}$$

۲۵ - گزینه ۱

$$\Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p) \equiv (q \vee \sim p) \wedge (p \vee \sim q) \equiv [q \wedge (p \vee \sim q)] \vee [\sim p \wedge (p \vee \sim q)] \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q) \equiv (p \wedge q) \vee \sim (p \vee q)$$

۲۶ - گزینه ۲ اگر A دروغ گفته باشد، یعنی A یا کوتاه‌ترین است یا بلندترین. در این صورت حتماً یکی از C و D هم دروغ گفته‌اند که ممکن نیست. پس A راست گفته است.

اگر B دروغ گفته باشد، یعنی B کوتاه‌ترین است، پس D هم دروغ می‌گوید که ممکن نیست، بنابراین B هم راست گفته است.

اگر D دروغ گفته باشد و بقیه راست گفته باشند، هیچ‌یک از A، B، C و D کوتاه‌ترین فرد نیستند که ممکن نیست. پس D هم راست گفته است.

تنها حالتی که باقی می‌ماند، این است که C دروغ گفته باشد. در این حالت، D کوتاه‌ترین فرد است. هیچ‌یک از A و C هم بلندترین فرد نیستند. پس B بلندترین فرد است.

۲۷ - گزینه ۳ اگر تمام داده‌های آماری را در عددی ضرب کنیم، میانگین نیز در آن عدد ضرب می‌شود و اگر از تمام داده‌های آماری، مقداری ثابت را کم کنیم، از میانگین نیز آن مقدار ثابت کم می‌شود.

$$\text{میانگین} = (۵۷ - ۱۲) \times ۳ = ۴۵ \times ۳ = ۱۳۵$$

۲۸ - گزینه ۴ می‌دانیم مجموع احتمال‌ها برابر با ۱ است:

می‌دانیم: $P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + P(۵) + P(۶) = ۱$

$$x + ۳x + x + ۳x + x + ۳x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۱۲}$$

$$P(\text{رقم تاس بزرگ‌تر از ۳}) = P(۴) + P(۵) + P(۶) = ۳x + x + ۳x = ۷x = \frac{۷}{۱۲}$$

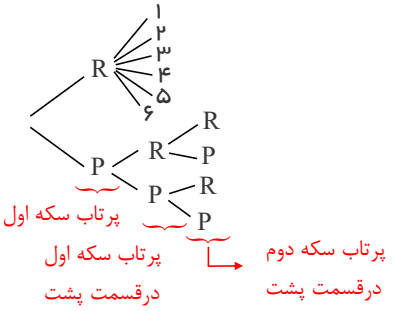
۱ - گزینه ۲ با استفاده از نمودار درختی سؤال را حل می‌کنیم:

$P =$ پشت و $R =$ رو

$$\Rightarrow A=\{(R,۱),(R,۲),\cdots,(R,۶),(P,R,P),(P,P,R)\}$$

$$B=\underbrace{\{(P,R,P),(P,P,R),(P,P,P)\}}_{\text{زیرا از لفظ حداقل استفاده کرده است.}}$$

$$\underset{A\ \text{اتفاق بیفتد.}}{A-B}\ \overset{\text{فقط}}{=}\{(R,۱),(R,۲),\cdots,(R,۶)\}$$



$$\rightarrow \underset{\text{یک مجموعهٔ } x \text{ عضوی}}{\text{تعداد زیرمجموعه‌های}}=۲^x \xrightarrow[\text{۶ عضو است}\quad \text{دارای } (A-B)]{x=۶} ۲^۶=۶۴$$

۳۰ - گزینه ۱ در این گراف رأسی از درجهٔ ۸ نمی‌تواند وجود داشته باشد زیرا اگر رأس درجهٔ ۸ وجود داشته باشد، با تمام رئوس دیگر مجاور خواهد بود و عدد احاطه‌گری گراف برابر با یک می‌شود. پس درجهٔ تمام رئوس را ۷ در نظر می‌گیریم، زیرا می‌خواهیم حداکثر تعداد یال را داشته باشیم. اما گراف -۷ منتظم از مرتبه ۹ وجود ندارد، پس درجهٔ یکی از رئوس را کمتر از ۷ می‌کنیم، یعنی ۶.

درنتیجه ۸ رأس درجهٔ ۷ و یک رأس درجه ۶ داریم. پس مجموع درجات برابر با $۸\times ۷+۶=۶۲$ است. می‌دانیم اندازهٔ گراف برابر با نصف مجموع درجات گراف است، پس اندازهٔ گراف برابر با $\frac{۶۲}{۲}=۳۱$ است.

۳۱ - گزینه ۱ دقت: در تقسیم رابطهٔ هم‌نهشتی $ac\overset{m}{\equiv}bc$ بر c، پیمانه بر (m,c) تقسیم می شود.

تذکر: اگر $a\overset{m}{\equiv}b$ آنگاه: $m|a-b$

$$a^۳-a^۲-a+۱\overset{m}{\equiv}a^۲-۱$$
$$a^۲(a-۱)-(a-۱)\overset{m}{\equiv}a^۲-۱$$
$$(a-۱)(a^۲-۱)\overset{m}{\equiv}a^۲-۱\ ,\ (a^۲-۱,m)=۱\Rightarrow a-۱\overset{m}{\equiv}۱\Rightarrow a-۲\overset{m}{\equiv}۰\Rightarrow m|a-۲$$

۳۲ - گزینه ۲ الف) اگر $a=b$ می‌توان نتیجه گرفت $a^۳=b^۳$ و برعکس اگر $a^۳=b^۳$ می‌توان گفت $a=b$.

ب) اگر $a=b$ می‌توان ادعا کرد $a^۲=b^۲$ ولی برعکس خیر! مثلاً $۲^۲=(-۲)^۲$ ولی $۲\neq -۲$.

پ) اگر $a<b$ نمی‌توان ادعا کرد $a^۲<b^۲$ مثلاً $۲<-۳$ ولی $۲^۲\not<(-۳)^۲$.

ت) اگر $a<b$ نمی‌توان ادعا کرد $\frac{۱}{b}<\frac{۱}{a}$ مثلاً $۲<-۳$ ولی $\frac{۱}{۲}\not<\frac{۱}{-۳}$.

پس فقط رابطهٔ الف صحیح است.

۳۳ - گزینه ۲ اگر $x_۱$ تعداد میله‌های به طول ۷، $x_۲$ تعداد میله‌های به طول ۴ و $x_۳$ تعداد میله‌های به طول ۵ باشند آنگاه پاسخ، تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_۱+x_۲+x_۳=۳$ است که برابر است با: $\binom{۳+۳-۱}{۳-۱}=۱۰$

۳۴ - گزینه ۳ $x\neq ۲$ و $x\neq ۱$ چون در مربع لاتین B در سطر سوم عدد ۲ و در ستون اول عدد ۱ را داریم.

$x\neq ۳$ زیرا در این صورت در مربع لاتین متعامد در درایه‌های سطر یک و ستون سه و نیز سطر سه و ستون یک عدد ۳۳ خواهیم داشت، پس: $\boxed{x=۴}$

با توجه به متعامد بودن مربع‌های لاتین A و B، درایه‌هایی از مربع B که با درایه‌های شامل عدد ۳ در مربع A متناظر هستند، باید به اعدادی متمایز اختصاص داشته باشند که در این صورت $y=۴$ است.

بنابراین: $x+y=۴+۱=۵$

۳۵ - گزینه ۴ شرط آنکه یک معادلهٔ درجهٔ دوم دارای دو ریشهٔ حقیقی منفی متمایز باشد آن است که $\Delta>۰$، $S<۰$ و $P>۰$ باشد.

$$\Delta>۰\xrightarrow{b^۲-۴ac>۰}۴m^۲-۴(m-۶)(-۳)>۰\Rightarrow m^۲+۳m-۱۸>۰\Rightarrow (m+۶)(m-۳)>۰$$
$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} m<-۶\quad \text{یا}\quad m>۳\quad (I)$$

$$S<۰\Rightarrow \frac{-b}{a}<۰\Rightarrow \frac{۲m}{m-۶}<۰\xrightarrow{\text{تعیین علامت}}۰<m<۶\qquad (II)$$

$$P>۰\Rightarrow \frac{c}{a}>۰\Rightarrow \frac{-۳}{m-۶}>۰\Rightarrow m-۶<۰\Rightarrow m<۶\qquad (III)$$

اشتراک جواب‌های I و II و III به جواب $۳<m<۶$ می‌رسیم.

۱ - گزینه ۲ $x^۲+x$ را متغیر جدید A در نظر می‌گیریم. معادله به صورت زیر خواهد شد:

$$A^۲-۱۸A+۷۲=۰\Rightarrow (A-۱۲)(A-۶)=۰$$
$$\Rightarrow \begin{cases} A=۱۲\Rightarrow x^۲+x-۱۲=۰\xrightarrow{\Delta>۰}\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=-۱ \\ A=۶\Rightarrow x^۲+x-۶=۰\xrightarrow{\Delta>۰}\alpha'+\beta'=-\frac{b}{a}=-۱ \end{cases}\Rightarrow \alpha+\beta+\alpha'+\beta'=-۲$$

۳۷ - گزینه ۱

$$\left.\begin{array}{l}(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^{۶}=\frac{(\sqrt{۲})^{۶}}{۲^{۶}}=\frac{(\sqrt{۲^{۲}})^{۳}}{۲^{۶}}=\frac{۲^{۳}}{۲^{۶}}=\frac{۱}{۲^{۳}}\\ ۲\frac{۱}{۴}=\frac{۹}{۴}=\frac{۳^{۲}}{۲^{۲}}\\ (۰/۷۵)^{-۳}=(\frac{۳}{۴})^{-۳}=(\frac{۴}{۳})^{۳}=\frac{(۲^{۲})^{۳}}{۳^{۳}}=\frac{۲^{۶}}{۳^{۳}}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{۱}{۲^{۳}}\times\frac{۳^{۲}}{۲^{۲}}\times\frac{۲^{۶}}{۳^{۳}}=\frac{۳^{۲}\times۲^{۶}}{۲^{۵}\times۳^{۳}}=\frac{۲^{۶-۵}}{۳^{۳-۲}}=\frac{۲}{۳}$$

۳۸ - گزینه ۳ روش اول:

$$\underbrace{۴n^{۲}-۴n+۱}_{(۲n-۱)^{۲}}<۴n^{۲}-۳n+۱<\underbrace{۴n^{۲}}_{(۲n)^{۲}}\rightarrow ۲n-۱<\sqrt{۴n^{۲}-۳n+۱}<۲n\Rightarrow\left[\sqrt{۴n^{۲}-۳n+۱}\right]=۲n-۱$$

$$\underbrace{n^{۲}-۴n+۴}_{(n-۲)^{۲}}<n^{۲}-۲n<\underbrace{n^{۲}-۲n+۱}_{(n-۱)^{۲}}\rightarrow n-۲<\sqrt{n^{۲}-۲n}<n-۱\Rightarrow\left[\sqrt{n^{۲}-۲n}\right]=n-۲$$

$$\left[\sqrt{۴n^{۲}-۳n+۱}\right]-۲\left[\sqrt{n^{۲}-۲n}\right]=(۲n-۱)-۲(n-۲)=۳$$

روش دوم: کافی است یک عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۲ مثلاً $n=۳$ را قرار دهیم.

$$n=۳\rightarrow\left[\sqrt{۳۶-۹+۱}\right]-۲\left[\sqrt{۹-۶}\right]=[\underbrace{\sqrt{۲۸}}_{۵/\cdots}]-۲[\underbrace{\sqrt{۳}}_{۱/\cdots}]=۵-۲(۱)=۳$$

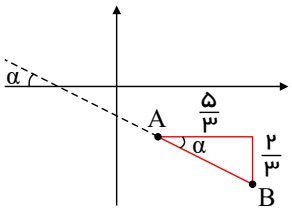
۳۹ - گزینه ۳

x	$-\infty$	۵	$+\infty$
p(x)	+	۰	-

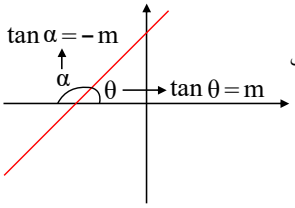
با توجه به جدول می‌توان تشخیص داد که عبارت $p(x)$ باید از درجه اول باشد (زیرا فقط دارای یک ریشه است و علامت عبارت در طرفین ریشه عوض می‌شود.) پس الزاماً $۲a-۳=۰$ یعنی $a=\frac{۳}{۲}$ از طرفی چون باید به ازای مقادیر کوچک‌تر از ریشه، علامت عبارت مخالف علامت ضریب x باشد، پس باید $b-۲<۰$ باشد که چون b طبیعی است فقط می‌تواند برابر ۱ باشد، یعنی $b=۱$، پس عبارت به شکل کلی $p(x)=-x+۴c-۱$ خواهد بود و چون $x=۵$ ریشهٔ عبارت است، پس باید $p(۵)=۰$ باشد، یعنی داریم:

$$p(۵)=-۵+۴c-۱=۰\Rightarrow ۴c=۶\Rightarrow c=\frac{۳}{۲}\Rightarrow abc=\frac{۳}{۲}\times۱\times\frac{۳}{۲}=\frac{۹}{۴}$$

۴۰ - گزینه ۳



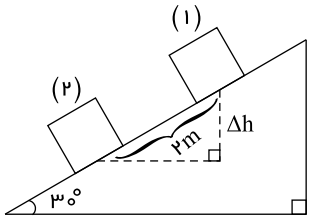
شیب خط عبارت است از تانژانت زاویه‌ای که خط با سمت راست محور طول‌ها تشکیل می‌دهد.



پس : $\tan\alpha=-m=\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}=\frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۵}{۳}}=\frac{۲}{۵}\rightarrow m=-\frac{۲}{۵}$

پاسخنامه تشریحی

۴۱ - گزینه ۴



$$\Delta h = ۲ \times \sin ۳۰ = ۲ \times \frac{۱}{۲} = ۱m$$

$$W_f = E_۲ - E_۱ = (U_۲ + K_۲) - (U_۱ + K_۱) \rightarrow W_f = U_۲ - U_۱ = -mg\Delta h = -۲ \times ۱۰ \times ۱ = -۲۰J$$

۴۲ - گزینه ۱ ابتدا فشار هوا را برحسب $cmHg$ محاسبه می‌کنیم.

$$P_۰ = (\rho g h)_{\text{جیوه}} \Rightarrow ۱/۰۳۳۶ \times ۱۰^۵ = ۱۳/۶ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times h$$

$$\Rightarrow h = ۰/۷۶m \Rightarrow P_۰ = ۷۶cmHg$$

اکنون براساس رابطهٔ فشار در ته لولهٔ $P = P_۰ + h_{Hg}$ داریم:

$$\frac{P_۲}{P_۱} = ۲ \Rightarrow \frac{۷۶ + h'}{۷۶ + ۴} = ۲ \Rightarrow ۷۶ + h' = ۱۶۰ \Rightarrow h' = ۸۴cm$$

۴۳ - گزینه ۱ با استفاده از معادلهٔ پیوستگی داریم:

$$\underset{\text{محل نقطهٔ } A}{\underset{\downarrow}{A_A}\ \underset{\text{سطح مقطع در}}{\underset{\text{سرعت شاره}}{\overset{\uparrow}{v_A}}}} = \underset{\text{محل نقطهٔ } B}{\underset{\downarrow}{A_B}\ \underset{\text{سطح مقطع در}}{\underset{\text{سرعت شاره}}{\overset{\uparrow}{v_B}}}} \xrightarrow{A_A > A_B} v_A < v_B$$

طبق اصل برنولی هرچه سرعت شاره بیشتر باشد، فشار در محل شاره کمتر است.

$$v_A < v_B \rightarrow \boxed{P_A > P_B}$$

۴۴ - گزینه ۳ چون درنهایت یخ صفر درجه هم باقی مانده بنابراین دمای تعادل صفر درجهٔ سلسیوس خواهد بود. گرمایی که آب $۲۰^\circ C$ هنگام تبدیل به آب صفر درجه از دست می‌دهد سبب ذوب $\frac{۲}{۳}$ جرم قطعه یخ صفر درجه خواهد شد. بنابراین:

$$۰/۸ \times ۴۲۰۰ \times ۲۰ = \frac{۲}{۳}m \times ۳۳۶۰۰۰ \Rightarrow ۰/۸ \times ۲۱ \times ۲ = ۱۱۲m \Rightarrow m = ۰/۳kg = ۳۰۰g$$

۴۵ - گزینه ۳ در میان کمیت‌های داده شده، تنها جرم کمیتی نرده‌ای است و سایر کمیت ها برداری هستند.

۴۶ - گزینه ۳

در شکل مشخص است که رابطهٔ P با V خطی است که از مبدأ می‌گذرد.

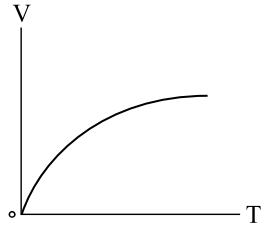
$$\begin{cases} P = aV \ \ (\star) \\ a > ۰ \end{cases}$$

حال با استفاده از معادلهٔ حالت برای گاز کامل داریم:

$$\text{از طرفی } \Rightarrow PV = nRT \xrightarrow{\star} (aV)(V) = nRT \rightarrow V^۲ = \underbrace{\left(\frac{nR}{a}\right)}_{A} T$$

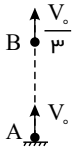
$$\rightarrow V = \sqrt{AT} = \underbrace{\sqrt{A}}_{B}\sqrt{T} \rightarrow \boxed{V = B\sqrt{T}}$$

مانند معادلهٔ $y = ۲\sqrt{x}$ است.



۴۷ - گزینه ۲

$$E_A = \cancel{U_A}^{0} + K_A = K_A = \frac{۱}{۲}mv_{۰}^{۲} \quad (۱)$$



$$E_B = U_B + K_B = U_B + \frac{۱}{۲}m(\frac{v_۰}{۳})^{۲} = U_B + \frac{۱}{۱۸}mv_{۰}^{۲} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \frac{۱}{۱۸}mv_{۰}^{۲} + U_B = \frac{۱}{۲}mv_{۰}^{۲} \Rightarrow U_B = \frac{۱}{۲}mv_{۰}^{۲} - \frac{۱}{۱۸}mv_{۰}^{۲} = \frac{۸}{۱۸}mv_{۰}^{۲}$$

روش دوم: انرژی مکانیکی گلوله ثابت است. سپس مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی‌اش ثابت هستند. در نقطه‌ای که تندی گلوله، $\frac{۱}{۳}$ تندی اولیه‌اش می‌شود، انرژی جنبشی آن $\frac{۱}{۹}$ انرژی اولیه (یا همان انرژی مکانیکی) می‌شود. سپس انرژی پتانسیل در این نقطه $\frac{۸}{۹}$ انرژی مکانیکی خواهد بود.

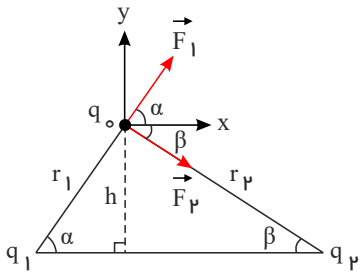
$$(U + K = E \rightarrow \frac{U}{E} + \frac{K}{E} = ۱)$$

$$\Rightarrow U_B = \frac{۴}{۹}mv_{۰}^{۲}$$

$$\frac{U_B}{E} = \frac{\frac{۴}{۹}mv_{۰}^{۲}}{\frac{۱}{۲}mv_{۰}^{۲}} = \frac{۸}{۹}$$

۴۸ - گزینه ۳

با توجه به شکل زیر برای اینکه برایند نیروهای وارد بر بار $q_۰$ در راستای محور x ها باشد، باید دو بار $q_۱$ و $q_۲$ حتماً ناهم‌نام باشند. فرض کنیم بار $q_۰$ مثبت باشد (منفی هم باشد در پاسخ تأثیری ندارد) در این صورت شکل مقابل را در نظر بگیرید:



حال فرض می‌کنیم $q_۱$ مثبت و $q_۲$ منفی باشد.

برای اینکه برایند نیروها در راستای محور x ها باشد باید برآیند نیروها در راستای محور y ها صفر باشد.

$$F_y = ۰ \Rightarrow F_۱ \sin\alpha = F_۲ \sin\beta \Rightarrow \frac{k|q_۱||q_۰|}{{r_۱}^{۲}}\sin\alpha = \frac{k|q_۲||q_۰|}{{r_۲}^{۲}}\sin\beta$$

$$\frac{r_۱ = \frac{h}{\sin\alpha}}{r_۲ = \frac{h}{\sin\beta}} \Rightarrow \frac{|q_۱|\sin\alpha}{\frac{h^{۲}}{\sin^{۲}\alpha}} = \frac{|q_۲|\sin\beta}{\frac{h^{۲}}{\sin^{۲}\beta}} \Rightarrow |q_۱|\sin^{۳}\alpha = |q_۲|\sin^{۳}\beta$$

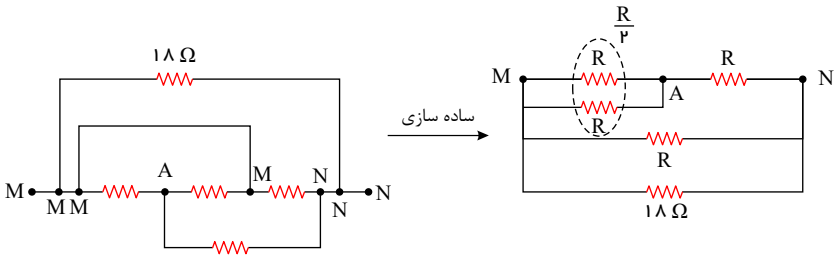
$$\Rightarrow \frac{|q_۱|}{|q_۲|} = \frac{\sin^{۳}\beta}{\sin^{۳}\alpha} \xrightarrow{q_۱q_۲<۰} \frac{q_۱}{q_۲} = -\frac{\sin^{۳}\beta}{\sin^{۳}\alpha}$$

۴۹ - گزینه ۲ می‌دانیم این جدول، موسوم به سری الکتریسیتهٔ مالشی (تریبو الکتریک؛ $tribo$ در زبان یونانی به معنای مالش است) می‌باشد. در این جدول مواد پایین‌تر، الکترون‌خواهی بیشتری دارند؛ یعنی اگر دو ماده در این جدول در تماس با یکدیگر قرار گیرند، الکترون‌ها از مادهٔ بالاتر جدول به ماده‌ای که پایین‌تر قرار دارند منتقل می‌شود.

نکتهٔ دوم: بار الکتریکی یک کمیت کوانتومی است. یعنی مضرب درستی از بار الکتریکی e است: ($q = \pm ne$ و $n \in \mathbb{N}$) . از طرف دیگر بار مادهٔ B باید منفی باشد: $q = -ne$ یعنی:

$$\frac{q}{e} = -n$$
$$e = ۱٫۶ \times ۱۰^{-۱۹} C = ۱٫۶ \times ۱۰^{-۱۳} \mu C$$
$$\rightarrow \begin{cases} \frac{۳٫۶ \times ۱۰^{-۱۳}}{۱٫۶ \times ۱۰^{-۱۳}} = ۲٫۲۵ \notin \mathbb{N} \\ \frac{۴٫۸ \times ۱۰^{-۱۳}}{۱٫۶ \times ۱۰^{-۱۳}} = ۳ \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow q_B = -۴٫۸ \times ۱۰^{-۱۳} \mu C$$

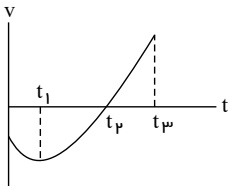
۵۰ - گزینه ۳ مدار را به‌صورت زیر مرتب کرده، سپس مقاومت معادل را برحسب R نوشته و مقدار R را به دست می‌آوریم.



$$\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{\frac{R}{۲}+R}+\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۱۸}\Rightarrow\frac{۱}{\frac{R}{۲}}=\frac{۱}{\frac{۳}{۲}R}+\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۱۸}\Rightarrow R=۶\Omega$$

۵۱ - گزینه ۴

در بازهٔ صفر تا $t_۲$ متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، چون سرعت در این بازه منفی است.

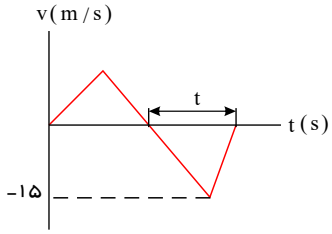


با توجه به این‌که در این بازه سرعت تغییر علامت نمی‌دهد و متحرک روی خط راست حرکت می‌کند، پس اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی شده در این بازه برابر است.

شیب خط واصل دو نقطه در نمودار سرعت - زمان برابر با شتاب متوسط است. از لحظهٔ صفر تا $t_۲$ شیب خط واصل مثبت است، پس شتاب متوسط مثبت است.

از صفر تا $t_۱$ چون شیب خط مماس بر نمودار منفی است، شتاب منفی و از $t_۱$ تا $t_۲$ شیب خط مماس بر نمودار مثبت است، پس شتاب مثبت است. (در لحظهٔ $t_۱$ جهت شتاب عوض شده است.) پس گزینهٔ «۴» نادرست است.

۵۲ - گزینه ۲ با توجه به نمودار اگر به اندازهٔ t ثانیه جسم در خلاف جهت محور x حرکت کند، داریم:



$$|\Delta x|=S=\frac{۱۵\times t}{۲}\Rightarrow|v_{av}|=\frac{|\Delta x|}{\Delta t}=\frac{\frac{۱۵\times t}{۲}}{t}=۷/۵\frac{m}{s}$$

۵۳ - گزینه ۲ ابتدا (t) لحظه‌ای را که تا آن لحظه متحرک در جهت محور x حرکت کرده است را به‌دست می‌آوریم:

$$a_A=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-۸-۱۶}{۱۸}=\frac{-۲۴}{۱۸}=-\frac{۴}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

$$v_A=a_At+v_{۰A}\xrightarrow{v_t=۰}۰=-\frac{۴}{۳}t+۱۶\rightarrow t=۱۲s$$

اکنون جابه‌جایی متحرک B را در مدت $۱۲s$ به‌دست می‌آوریم:

$$a_B=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-۸-(-۲۰)}{۱۸}=\frac{۱۲}{۱۸}=\frac{۲}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

$$\Delta x_B=\frac{۱}{۲}a_Bt^۲+v_{۰B}t\xrightarrow{t'=۱۲s}\Delta x_B=(\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۳}\times۱۲^۲)+(-۲۰\times۱۲)=۴۸-۲۴۰=-۱۹۲m$$

$$|\Delta x_B|=۱۹۲m$$

۵۴ - گزینه ۴ برای یونیزه کردن باید الکترون کاملاً از قید هسته جدا شود و به مدار ∞ برود.

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n_L^۲}-\frac{۱}{n_U^۲})\Rightarrow\frac{۱}{\lambda}=۰/۰۱(\frac{۱}{۱^۲}-\frac{۱}{\cancel{\infty^۲}})=۰/۰۱\Rightarrow\lambda=۱۰۰nm$$

۵۵ - گزینه ۴ ابتدا با استفاده از نمودار نقش موج دورهٔ تناوب نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\lambda}{۴}+\lambda=۱۲/۵\Rightarrow\frac{۵\lambda}{۴}=۱۲/۵\Rightarrow\lambda=۱۰cm=۰/۱m$$

$$\lambda=vT\Rightarrow۰/۱=۱۰\times T\Rightarrow T=\frac{۱}{۱۰۰}S$$

از آن‌جایی که هر ذره از محیط انتشار موج حرکت نوسانی ذرهٔ ماقبل خود را تکرار می‌کند، پس می‌توان گفت در لحظهٔ $t=۰$ ذرهٔ M در مکان $y=۰$ بوده و به سمت بالا در حرکت است. حال باید ببینیم پس از $\frac{۱}{۲۰۰}s$ مکان ذرهٔ M کجاست.

$$\frac{\Delta t}{T}=\frac{\frac{۱}{۲۰۰}}{\frac{۱}{۱۰۰}}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow \Delta t=\frac{T}{۲}$$

یعنی در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۲۰۰}s$ ذرهٔ M در مکان $y=۰$ بوده و به طرف پایین در حرکت است. لذا با توجه به آن‌که سرعت ذره در مرکز نوسان بیشینه است، می‌توان نوشت:

$$|v_{max}|=A\omega=A\times\frac{۲\pi}{T}=۶\times ۱۰^{-۲}\times\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۱۰۰}}=۱۲\pi m/s\Rightarrow v_M=-۱۲\pi m/s$$

۵۶ - گزینه ۱ برای مقدار معینی گاز کامل، انرژی درونی فقط تابع دمای مطلق گاز است، بنابراین در این سؤال چون ابتدا و انتها برای هر سه مسیر یکسان است، بنابراین تغییرات انرژی درونی در هر سه مسیر یکسان خواهد بود و از طرفی چون فشار و حجم در انتهای مسیر بیشتر از فشار و حجم در ابتدای مسیر است، بنابراین دمای مطلق در انتهای مسیر بیشتر از ابتدای مسیر است؛ بنابراین داریم:

$$\Delta U_a=\Delta U_b=\Delta U_c>۰ \qquad (۱)$$

از طرفی مساحت زیر نمودار $P-V$ برابر با اندازهٔ کاری است که محیط روی گاز انجام می‌دهد و چون فرآیند انبساطی است، کار محیط روی گاز منفی است.

$$S_a<S_b<S_c\Rightarrow |W_a|<|W_b|<|W_c|\xrightarrow[W<۰]{\text{فرآیند انبساطی}} W_c<W_b<W_a<۰ \qquad (۲)$$

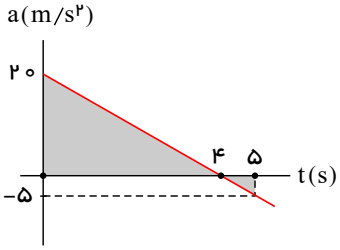
با توجه به قانون اول ترمودینامیک $(\Delta U=Q+W)$ و روابط (۱) و (۲)، می‌توان نتیجه گرفت:

$$Q_c>Q_b>Q_a>۰$$

۵۷ - گزینه ۳

$$F_{net}=ma\Rightarrow a=\frac{F_{net}}{m}\xrightarrow[m=۲۰۰g=۰/۲\,kg]{F_{net}=-t+۴} a=\frac{-t+۴}{۰/۲}=-۵t+۲۰$$

مساحت محصور بین نمودار شتاب – زمان و محور زمان برابر با تغییرات سرعت است. بنابراین:



$$\Delta v=\frac{۲۰\times ۴}{۲}-\frac{۵}{۲}=۳۷/۵\,m/s$$
$$\xrightarrow{\Delta v=v-(-۱۰)} v=۳۷/۵-۱۰=۲۷/۵\,m/s$$

۵۸ - گزینه ۱ در ابتدا با توجه به شیب هر خط، معادلهٔ مربوط به آن خط را نوشته، با قرار دادن t در هر معادلهٔ v مربوط به آن لحظه را یافته و درنهایت شتاب متوسط را محاسبه می‌کنیم.

$$a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{\Delta t}$$
$$\begin{cases}\xrightarrow{t=۰\ -\ t=۵} v=۲t\xrightarrow{t=۲} v_۱=۴\\ \xrightarrow{t=۱۰\ -\ t=۱۴} v-۱۰=-\frac{۱۰}{۴}(t-۱۰)\xrightarrow{t=۱۲} v_۲=۵\end{cases}\Rightarrow a_{av}=\frac{۵-۴}{۱۰}=\frac{۱}{۱۰}\frac{m}{s^۲}$$

۵۹ - گزینه ۳

معادلهٔ مستقل از شتاب : $\Delta x=\frac{v+v_۰}{۲}\Delta t\Rightarrow ۰-۱۲=\frac{۰+v_۰}{۲}\times ۴\Rightarrow v_۰=-۶m/s$

با توجه به شکل سهمی و اینکه رأس سهمی در $t=۴$ است، سرعت در $t=۸s$ هم‌اندازهٔ سرعت در لحظهٔ صفر است، پس: $v=+۶m/s$

۶۰ - گزینه ۴ باید توجه داشت که بزرگی سرعت ماشین ثابت است، اما ممکن است جهت بردار سرعت در حال تغییر باشد، یعنی ممکن است اتومبیل در یک پیچ باشد، لذا نمی‌توان با اطمینان در مورد شتاب اظهارنظر کرد.

۶۱ - گزینه ۳

$$V_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۲۰-(-۴۰)}{۱۰}=\frac{۶۰}{۱۰}=۶\,m/s$$

۶۲ - گزینه ۳ در هر ثانیه یک‌بار طول پاره‌خط طی شده بنابراین در هر دو ثانیه نوسانگر یک نوسان کامل انجام می‌دهد یعنی: $T=۲s$ از طرفی:

$$\begin{cases}\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۲}=\pi\,rad/s\rightarrow v_{max}=A\omega=۲cm\times\pi\,rad/s\\ \text{دامنه}=\frac{\text{طول پاره‌خط نوسانی}}{۲}\rightarrow A=\frac{۴cm}{۲}=۲cm\end{cases}$$

$$\rightarrow v_{max}=۲\pi\,cm/s$$

۶۳ - گزینه ۴ بار الکتریکی یک جسم همواره مضرب صحیحی از بار پایه (e) است و اندازهٔ آن از رابطهٔ $q=\pm ne$ به‌دست می‌آید و داریم:

$$q = ne \rightarrow ۱ \times ۱۰^{-۶} = n \times ۱٫۶ \times ۱۰^{-۱۹} \rightarrow n = \frac{۱۰^{-۶}}{۱٫۶ \times ۱۰^{-۱۹}} = ۶٫۲۵ \times ۱۰^{۱۲}$$

بنابراین باید تعداد $۶٫۲۵ \times ۱۰^{۱۲}$ الکترون از سکه خنثی خارج شود تا بار الکتریکی آن $+۱\mu C$ شود.

۶۴ - گزینه ۴ در مورد انرژی پتانسیل می‌توان راحت‌تر تحلیل کرد. چون حرکت بار منفی در جهت میدان (حرکت به سمت منفی‌ها) اجباری است پس انرژی پتانسیل زیاد می‌شود.

در این جابجایی کار نیروی میدان الکتریکی، روی الکترون منفی است. پس انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون افزایش می‌یابد ولی بسته به این که الکترون با سرعت ثابت جابه‌جا شود و یا برآیند نیروهای خارجی وارد بر آن صفر نباشد، ممکن است سرعت آن هرگونه تغییراتی داشته باشد.

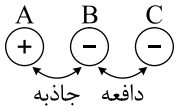
۶۵ - گزینه ۱

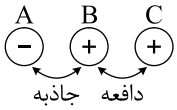
ولت‌سنج به‌طور سری به مدار بسته شده است و چون مقاومتش بسیار زیاد است، جریان الکتریکی در مدار صفر و عدد نشان‌داده‌شده به وسیلهٔ ولت‌سنج، همان نیرو محرکهٔ مولد است.

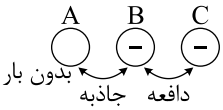
$$V = \varepsilon - Ir \xrightarrow{I=۰} V = \varepsilon = ۸V$$

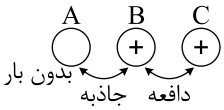
۶۶ - گزینه ۴ اگر B و C یکدیگر را دفع کنند، قطعاً این دو گلوله باردار بوده و بار آن‌ها با یکدیگر همنام است (رد گزینهٔ **۲** و **۳**). از طرفی گلولهٔ B جذب گلولهٔ A شده است. بنابراین گلولهٔ A باردار و بار آن با B ناهمنام است و یا بدون بار می‌باشد (توجه شود که یک گلولهٔ باردار، همواره یک گلولهٔ فلزی بدون بار را جذب می‌کند) و گزینهٔ **۴** می‌تواند صحیح باشد. دقت شود که در مورد مقدار بار گلوله‌ها نمی‌توان اظهار نظر کرد. (رد گزینهٔ **۱**)

حالت‌های ممکن ⟹

۱) 

یا 

۲) 

یا 

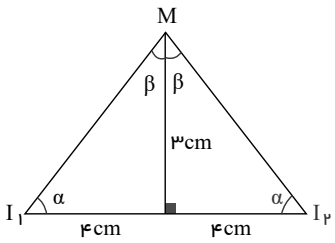
۶۷ - گزینه ۱ باید به دونکته توجه داشته باشید:

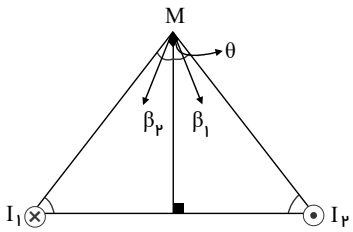
الف) خط میدان ناشی از هرسیم دریک نقطه، دایره‌ای به مرکز آن سیم در همان نقطه است و بردار میدان مغناطیسی درآن نقطه مماس بر این دایره و در نتیجه عمود بر شعاع است.

ب) برای تعیین جهت این میدان باید انگشت شست دست راست را در جهت جریان نگه دارید و به نحوهٔ جمع شدن چهار انگشت درهمان نقطه نگاه کنید.

$$\tan\alpha = \frac{۳}{۴} \rightarrow \alpha = ۳۷^\circ \rightarrow \beta = ۵۳^\circ \rightarrow ۲\beta = ۱۰۶^\circ \qquad ۲\beta = ۹۰ + \theta$$

$\vec{B}_۱$ و به همین ترتیب $\vec{B}_۲$ در داخل مثلث قرار می‌گیرند یعنی گزینه‌های **۲** و **۳** و **۴** صحیح نیستند.





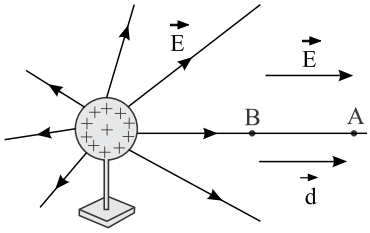
۶۸ - گزینه ۲ بدیهی است که با افزایش انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد. بنابراین داریم:

بنابر اصل پایستگی انرژی: $\Delta U + \Delta K = ۰ \Rightarrow \Delta U = -\Delta K$

$$\Delta U = -۸mJ \Rightarrow \Delta U = q\Delta V$$

$$\Rightarrow -۸ \times ۱۰^{-۳} = -۴ \times ۱۰^{-۶}(V_B - V_A) \Rightarrow V_B - V_A = ۲۰۰۰V = ۲kV$$

۶۹ - گزینه ۲ بار کره مثبت است، پس خطوط میدان الکتریکی از آن خارج می‌شود. با این حساب جهت خطوط میدان از B به A است. چون بار ذرهٔ باردار مثبت است، در جابه‌جایی با سرعت مثبت در جهت خطوط میدان، کار شخص منفی $(W < ۰)$، کار میدان مثبت $(W' > ۰)$ و اختلاف پتانسیل ذکرشده هم منفی $(\Delta V < ۰)$ خواهد بود.



۷۰ - گزینه ۱ چون میلهٔ MN به‌طرف چپ حرکت می‌کند، شار مغناطیسی کاهش می‌یابد و طبق قانون لنز برای مخالفت با این کاهش شار، باید میدان مغناطیسی القایی (B') در جهت B اصلی باشد. طبق قانون دست راست جهت جریان القایی از M به N خواهد بود، از طرفی چون میله با شتاب ثابت حرکت داده می‌شود، پس با گذشت زمان سرعت آن مرتب افزایش می‌یابد. در نتیجه جریان القایی نیز افزایش می‌یابد.

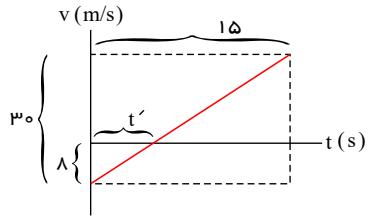
$$\uparrow I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BLv\uparrow}{R}$$

۷۱ - گزینه ۴ شدت نور مرتبط با توان لامپ است و با توجه به تشابه لامپ‌ها مرتبط با شدت جریان عبوری از لامپ است. اگر در مداری اختلاف پتانسیل دو سر لامپ برابر با اختلاف پتانسیل دو سر لامپ در مدار شکل صورت سؤال باشد، شدت نور در آن نیز مشابه شدت نور آن خواهد بود.

در گزینهٔ (۴) وجود یک لامپ موازی تأثیری بر اختلاف پتانسیل دو سر لامپ ندارد و درنتیجه شدت نور لامپ‌ها در گزینهٔ (۴) تقریباً برابر شدت نور لامپ در شکلِ صورت سؤال است.

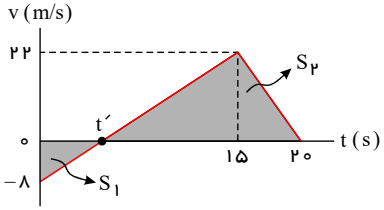
۷۲ - گزینه ۴ در ابتدا لحظه تلاقی نمودار با محور زمان (t') که همان لحظهٔ تغییر جهت نیز هست را می‌یابیم.

توجه: برای یافتن t' چندین روش وجود دارد. مثلاً می‌توان از قضیهٔ تالس هم کمک گرفت (یا از شیب خط استفاده کرد.)



$$\frac{t'}{۱۵}=\frac{۸}{۳۰}\rightarrow \boxed{t'=۴s}$$

قدرمطلق سطح زیر نمودار $v-t$، برابر مسافت پیموده شده است.



$$\frac{t'}{۸}=\frac{۱۵-t'}{۲۲}\Rightarrow t'=۴s$$

$$\left.\begin{array}{l}|S_۱|=\frac{۸\times۴}{۲}=۱۶\\ S_۲=\frac{۲۲\times(۲۰-۴)}{۲}=۱۷۶\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{مسافت کل}}۱۶+۱۷۶=۱۹۲m$$

۷۳ - گزینه ۱ باید ببینیم که خط دوم رشتهٔ بالمر و خط سوم رشتهٔ لیمان در چه گستره‌ای از طول موج‌ها قرار دارند:

خط دوم رشتهٔ بالمر $\Rightarrow$ طیف مرئی است $\Rightarrow \lambda_۰ , f_۰$

تمام خطوط رشتهٔ لیمان $\Rightarrow$ طیف فرابنفش است $\Rightarrow \lambda' , f'_۰$

$f'_۰ > f_۰ , \lambda' < \lambda_۰$

بنابراین اگر با فوتون‌های با طول موج مرئی پدیدهٔ فوتوالکتریک اتفاق اُفتاد، حتماً با فوتون‌های فرابنفش رشتهٔ لیمان هم اتفاق خواهد اُفتاد($\lambda_۰$ و $f_۰$ به ترتیب طول موج آستانه و بسامد آستانه هستند.).

۷۴ - گزینه ۱

۷۵ - گزینه ۴ روش اول: طبق رابطه‌ی انرژی فوتون $E=\frac{hc}{\lambda}$ ، هر چقدر اختلاف انرژی بین دو تراز کمتر باشد، طول موج فوتون تابش شده بیشتر است و می‌دانیم هرچقدر شمارهٔ ترازها بیشتر و فاصلهٔ بین ترازها کمتر باشد. اختلاف انرژی آن‌ها کمتر است. بنابراین گزینهٔ ۴ صحیح است.

روش دوم:

A پرتو : $n=۵, n'=۱ \Rightarrow$ رشته‌ی لیمان

B پرتو : $n=۴ , \ n'=۳ \Rightarrow$ رشته‌ی پاشن

C پرتو : $n=۶ , \ n'=۳ \Rightarrow$ رشته‌ی پاشن

D پرتو : $n=۶ , \ n'=۵ \Rightarrow$ رشته‌ی پفوند

در رشته‌های طیف اتم هیدروژن بلندترین طول موج و کمترین انرژی مربوط به رشته پفوند می‌باشد، بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

۷۶ - گزینه ۴ عبارت‌های (آ)، (ب) و (پ) درست‌اند.

آ) نور ستارهٔ B (آبی) طول موج کوتاه‌تری از نور ستارهٔ A (قرمز) داشته و میزان انحراف آن در عبور از منشور بیشتر است.

ب) خطوط طیف نشری خطی عناصر H، Li و Na در طیف ستارهٔ A وجود دارند.

پ و ت) ستارهٔ B شامل عنصرهای H و He بوده و چون نسبت به A ، عناصر سبک‌تری دارد و جرم ستاره‌ها یکسان است؛ می‌توان گفت ستارهٔ B جوان‌تر است.

۷۷ - گزینه ۲ واکنش انجام شده به‌صورت زیر است:

$$aM+\frac{b}{۲}F_۲\rightarrow M_aF_b$$

باتوجه به اینکه آنیون پایدار فلوئور، F^- است،واکنش فوق به صورت مقابل ساده می‌شود($a=۱$):

$$M+\frac{b}{۲}F_۲\rightarrow MF_b$$

$$\begin{matrix} molM & gMF_b \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} ۱ & M+۱۹b \\ ۰/۲۵ & ۱۵/۵ \end{bmatrix}\Rightarrow M+۱۹b=\frac{۱۵/۵}{۰/۲۵}=۶۲$$

با نگاهی به گزینه‌ها ($_۳Li$ ، $_{۱۲}Mg$ ، $_{۱۹}K$ و $_{۲۰}Ca$) می‌توان دریافت که ظرفیت فلز مورد نظر یا برابر یک است یا برابر ۲ (فلزهای مورد نظر مربوط به فلزهای گروه ۱ و ۲ هستند)، فرض می‌کنیم ظرفیت فلز M برابر یک است ($b=۱$):

$M+۱۹=۶۲\Rightarrow M=۴۳ \Rightarrow$ در هیچ گزینه‌ای نیست

ازمون جامع ریاضی دفترچه ۲ کد ۳

پس ظرفیت فلز M برابر ۲ است ($b=2$):

$M+19(2)=62 \Rightarrow M=24 \Rightarrow$ منیزیم

۷۸ - گزینه ۴ زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب‌شده را به شکل پرتوهایی با طول موج بلندتر از دست می‌دهد. این پرتوها که از جنس امواج الکترومغناطیس می‌باشند، مربوط به ناحیهٔ فروسرخ هستند.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: همهٔ امواج فروسرخ گسیل‌شده از زمین از هواکره عبور نمی‌کنند.

گزینهٔ «۲»: اثر گلخانه‌ای مربوط به پرتوهای فروسرخ است که از زمین تابش‌شده و به وسیلهٔ برخی از مولکول‌های هواکره مانند آب و کربن دی‌اکسید به دام می‌افتند و بدین ترتیب زمین را گرم‌تر می‌کنند.

گزینهٔ «۳»: بیشتر پرتوهای خورشیدی که به زمین تابیده می‌شوند، به وسیلهٔ زمین جذب می‌شوند و زمین بخش زیادی از گرمای جذب‌شده را به شکل پرتوهای فروسرخ از دست می‌دهد.

۷۹ - گزینه ۱

$$Bi(s)+4HNO_3(aq)\rightarrow \underbrace{(Bi^{3+}+3NO_3^-)(aq)}_{Bi(NO_3)_3}+NO(g)+2H_2O(l)$$

بر اساس این واکنش کاهش جرم مخلوط واکنش به دلیل خروج گاز NO است. با توجه به نمودار کاهش جرم مخلوط در بازهٔ زمانی ۰ تا ۵ دقیقه، ۳ گرم کاهش جرم داریم؛ یعنی ۳ گرم گاز NO تولید شده است، با این مقدار، غلظت Bi^{3+} تولید شده در این بازهٔ زمانی را به دست می‌آوریم:

$$Bi^{3+}\sim NO$$

$$\frac{[Bi^{3+}]\times 200mL}{1\times 1000}=\frac{3g}{1\times 30}\Rightarrow [Bi^{3+}]=0/5mol\cdot L^{-1}$$

بنابراین در مدت زمان ۵ دقیقه، ۰/۵ مول بر لیتر Bi^{3+} تولید می‌شود. در مورد نمودار گزینهٔ (۳) واکنش در دقیقهٔ دوم به پایین رسیده است؛ در صورتی که واکنش تا دقیقهٔ پنجم ادامه دارد.

۸۰ - گزینه ۲ به ازای مصرف ۲ مول N_2O_5 ، ۵ مول گاز تولید می‌شود؛ یعنی شمار مول‌های موجود در ظرف به اندازهٔ ۳ مول افزایش می‌یابد. به این ترتیب می‌توان شمار مول‌های مصرفی N_2O_5 را محاسبه کرد:

$$\text{شمار مول‌های اولیهٔ } N_2O_5=0/5\frac{mol}{L}\times 10L=5molN_2O_5$$

$$\text{میزان افزایش شمار مول‌ها}=\frac{70}{100}\times 5mol=3/5mol$$

$$\frac{2(\text{مول مصرف } N_2O_5)\ \big|\ 3(\text{مول افزایش شمار مول‌ها})}{x(\text{مول مصرف } N_2O_5)\ \big|\ 3/5(\text{مول افزایش شمار مول‌ها})}\Rightarrow x=2/33\ \ mol$$

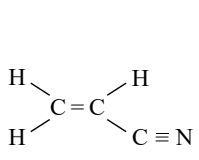
$$\overline{R}_{N_2O_5}=\frac{2/33(mol)}{10(L)\times\frac{1}{3}(min)}=0/69\ \ mol\cdot L^{-1}\cdot min^{-1}$$

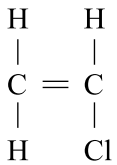
$$\text{واکنش } \overline{R}=\frac{\overline{R}_{N_2O_5}}{2}=\frac{0/69}{2}\simeq 0/35mol\cdot L^{-1}\cdot min^{-1}$$

۸۱ - گزینه ۳ موارد (الف) و (ت) صحیح هستند.

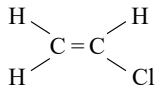
بررسی سایر موارد:

مورد ب) این مونومر دارای ۹ پیوند کووالانسی است، در حالی که تعداد پیوندهای مونومر پلی وینیل کلرید ۶ می‌باشد:





مورد پ) تعداد اتم‌ها در سیانواتن، ۷ است، در حالیکه تعداد اتم‌ها در وینیل کلرید ۶ است:



۸۲ - گزینه ۴ شکل A، پلی‌اتن سنگین و شکل B پلی‌اتن سبک است.

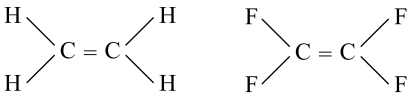
بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) پلی‌اتن سنگین چگالی بیشتر و انعطاف‌پذیری کمتری دارد.

گزینهٔ ۲) نیروی بین‌مولکولی در پلی‌اتن سنگین بیشتر است.

گزینهٔ ۳) مونومر سازندهٔ پلیمر موجود در سرنگ پروپن سه‌کربنه است؛ در حالیکه اتن ۲ کربنه است.

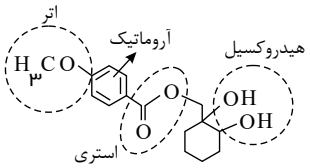
گزینهٔ ۴) هر دو مونومر دارای ۲ اتم کربن هستند.



مونومر پلی اتن　　مونومر تفلون

۸۳ - گزینه ۴

بررسی موارد و ساختار:



گزینهٔ «۱» و «۳»: این ترکیب دارای یک گروه عاملی استری $-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-$ ، دو گروه عاملی هیدروکسیل $(-OH)$ و یک گروه عاملی اتری $(C-O-C)$ و حلقهٔ آروماتیک است.

و به علت داشتن عامل $-OH$ می‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل بدهد.

گزینهٔ«۲»: هر اتم اکسیژن در این ترکیب دارای دو جفت الکترون ناپیوندی (۴ الکترون ناپیوندی) می‌باشد.

۸۴ - گزینه ۲

فرمول مولکولی الکل : $C_nH_{2n+1}OH$

$$C_nH_{2n+1}OH + HCOOH \rightarrow HCOOC_nH_{2n+1} + H_2O$$

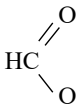
جرم مولی استر برابر $14n + 46$ است. کافی است از جرم فرمیک اسید به جرم استر برسیم تا n تعیین شود.

$$9/2gHCOOH \times \frac{1molHCOOH}{46gHCOOH} \times \frac{1molHCOOC_nH_{2n+1}}{1molHCOOH} \times \frac{(46+14n)gHCOOC_2H_{2n+1}}{1molHCOOC_nH_{2n+1}}$$

$$= 14/8gHCOOC_nH_{2n+1}$$

$$\Rightarrow 46 + 14n = 74 \Rightarrow n = 2 \Rightarrow$$ الکل مورد نظر : C_2H_5OH اتانول

نکته:: در واقع جرم فورمیک‌اسید(۴۶) را جداگانه وارد کرده‌ایم.



۸۵ - گزینه ۲

$$3/01 \times 10^{23}e^- \times \frac{1mole^-}{6/02 \times 10^{23}e^-} = 0/5mole^-$$

$$0/5mole^- \times \frac{1molNi}{2mole^-} = 0/25molNi$$

$$0/5mole^- \times \frac{2molAg}{2mole^-} = 0/5molAg$$

$Ni = 0/25mol \times 58 = 14/5g$ (از جرم تیغه کم می‌شود)

$Ag = 0/5mol \times 108 = 54g$

$54g \times \frac{20}{100} = 10/8g$ (به جرم تیغه اضافه می‌شود)

تغییرات جرم تیغه $= 10/8 - 14/5 = -3/7g$

بنابراین ۳/۷ گرم از جرم تیغه کم می‌شود.

۸۶ - گزینه ۳ معادله‌ی یونش اسید HA، به صورت زیر است. M غلظت مولی اسید و ?، درجه‌ی یونش است.

$$\underbrace{HA(aq)}_{\text{غلظت اولیه } M} + H_2O(l) \rightleftharpoons \underbrace{H_3O^+(aq)}_{\text{تولید شده } M\alpha} + \underbrace{A^-(aq)}_{\text{تولید شده } M\alpha} \quad \text{یونش یافته } M\alpha$$

قبل از یونش فقط مولکول‌های HA را در محلول داریم که دارای غلظت $12 \times 10^{-3}mol \cdot L^{-1}$ می‌باشند. پس از یونش علاوه بر یون‌های H_3O^+ و A^- که براثر یونش تولید می‌شوند مولکول‌های HA که وارد فرایند یونش نشده‌اند هم در محلول وجود دارند.

مجموع غلظت گونه‌های موجود در محلول پس از یونش:

باقی مانده $[H_3O^+] + [A^-] + [HA]$

$$= M\alpha + M\alpha + (M - M\alpha) = M + M\alpha$$

$$\frac{\text{مجموع غلظت گونه‌ها پس از یونش}}{\text{مجموع غلظت گونه‌ها قبل از یونش}} = \frac{M + M\alpha}{M} = 1 + \alpha$$

$\Rightarrow ۱ + \alpha = ۱٫۰۴ \Rightarrow \alpha = ۰٫۰۴$

$[H_۳O^+] = M \times \alpha = (۱۲ \times ۱۰^{-۳}) \times ۰٫۰۴ = ۴۸ \times ۱۰^{-۵} mol \cdot L^{-۱}$

$pH = -\log[H_۳O^+] = -\log(۴۸ \times ۱۰^{-۵}) = -(\log ۴۸ + \log ۱۰^{-۵})$

$= -(\log(۲^۴ \times ۳) + (-۵))$

$= -(۴\log ۲ + \log ۳ + (-۵)) = -((۴ \times ۰٫۳) + (۰٫۵) + (-۵)) = ۳٫۳$

۸۷ - گزینه ۲

$HCOOH(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + HCOO^-(aq)$			
غلظت اولیه	M	۰	۰
تغییر غلظت	$-x$	$+x$	$+x$
غلظت نهایی	$M - x$	x	x

طبق جدول تغییر غلظت و نمودار داده شده در صورت سؤال داریم:

$[HCOO^-] = x = ۰٫۰۱ mol \cdot L^{-۱}$

$[HCOOH] = M - x = ۰٫۲۴ mol \cdot L^{-۱} \Rightarrow M = ۰٫۲۵ mol \cdot L^{-۱}$

$\alpha = \frac{x}{M} = \frac{۰٫۰۱}{۰٫۲۵} = ۰٫۰۴ \Rightarrow \%\alpha = \%۴$

حجم محلول برابر است با:

$?mL\text{محلول} = ۲٫۳ g HCOOH \times \frac{۱ mol HCOOH}{۴۶ g HCOOH}$

$\times \frac{۱ L\text{محلول}}{۰٫۲۵ mol HCOOH} \times \frac{۱۰۰۰ mL\text{محلول}}{۱ L\text{محلول}} = ۲۰۰ mL\text{محلول}$

۸۸ - گزینه ۳ عبارت الف نادرست و عبارت‌های ب و پ درست هستند.

با توجه به اینکه در دورهٔ سوم، عنصر گروه ۱۴، یعنی سیلیسیم نمی‌تواند یون پایدار تشکیل دهد، بنابراین عناصر A, B, C و D به‌ترتیب آلومینیم، فسفر، گوگرد و کلر هستند. درنتیجه یون‌ها به‌صورت $Al^{۳+}, P^{۳-}, S^{۲-}$ و Cl^- می‌باشند. با توجه به شعاع و اندازهٔ بار یون‌ها، می‌توان گفت که ترتیب چگالی بار یون‌ها به‌صورت $A > B > C > D$ است. عنصر C (گوگرد) دارای شش الکترون ظرفیت است که با تعداد الکترون‌های ظرفیت عنصر $_{۲۴}Cr$ برابر است. مجموع اندازهٔ بار یون‌های $Mg^{۲+}$ و $B^{۳-}$ بیشتر از یون‌های $A^{۳+}$ و D^- است. بنابراین نیروی جاذبهٔ میان یون‌های $Mg^{۲+}$ و $B^{۳-}$ بیشتر است.

۸۹ - گزینه ۳ بررسی موارد:

مورد آ) نادرست. فرآورده‌ها نسبت به واکنش‌دهنده‌ها ناپایدارترند.

مورد ب) نادرست . سرعت واکنش رفت کمتر از سرعت واکنش برگشت است؛ ولی نسبت عددی خطی بین سرعت و انرژی فعالسازی وجود ندارد.

مورد پ) درست. با توجه به رابطهٔ (مجموع آنتالپی پیوندهای فرآورده‌ها- مجموع آنتالپی پیوندهای واکنش‌دهنده‌ها) $= \Delta H$ و مثبت بودن ΔH می‌توان نتیجه گرفت مجموع آنتالپی پیوندهای فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کمتر است.

مورد ت) نادرست. آنتالپی واکنش ذکرشده برابر ۱۸− کیلوژول است.

۹۰ - گزینه ۲ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»:

$\text{نسبت بار به شعاع} = \frac{۲}{۶۶} \simeq ۳٫۰۳ \times ۱۰^{-۲}$

گزینهٔ «۲»:

$\text{نسبت بار به شعاع} = ۱٫۰۹ \times ۱۰^{-۲} = \frac{۲}{A} \Rightarrow A \simeq ۱۸۴ pm$

گزینه‌های «۳» و «۴»:

آنتالپی فروپاشی با بار الکتریکی کاتیون و آنیون نسبت مستقیم و با شعاع آن‌ها رابطهٔ وارونه دارد. شعاع $Mg^{۲+}$ کوچک‌تر از Na^+ و شعاع Cl^- کوچک‌تر از $S^{۲-}$ است. به همین دلیل آنتالپی فروپاشی شبکهٔ $MgCl_۲$ بیشتر از $Na_۲S$ است.

۹۱ - گزینه ۳ واکنش $CxHy + O_۲ \rightarrow CO_۲ + H_۲O$ در هر دو مبدل‌ها کاربرد دارد.

واکنش $۳H_۲O + ۲N_۲ \leftarrow ۲NH_۳ + NO_۲ + NO$ فقط در مبدل دیزلی کاربرد دارد.

واکنش $۲NO \rightarrow N_۲ + O_۲$ فقط در مبدل بنزینی کاربرد دارد و خروج اکسیژن فقط در مبدل بنزینی است.

واکنش $۲CO + O_۲ \rightarrow ۲CO_۲$ در هر دو نوع مبدل کاربرد دارد.

آمونیاک فقط در مبدل دیزلی استفاده می‌شود.

خروج $H_۲O, CO_۲, N_۲$ در هر دو کاربرد دارد.

۹۲ - گزینه ۱ ΔH در هر دو مسیر یکسان و برابر $-۴۰ kJ$ است.

در مسیر (۱) $\Rightarrow x - ۱۸۰ = -۴۰$

$x = ۱۴۰ \rightarrow x + y = ۲۸۰ \rightarrow y = ۱۴۰$

(۲) در مسیر $\Rightarrow z-y=-۴۰ \rightarrow z-۱۴۰=-۴۰ \rightarrow z=۱۰۰$

۹۳ - گزینه ۳ بررسی موارد:

عبارت اول درست است.

عبارت دوم: اکسیژن دارای دو آلوتروپ یا دگر شکل است و نقطهٔ جوش $O_۲ < O_۳$ می‌باشد. چون جرم مولی $O_۳$ بیشتر و قطبی است.

عبارت سوم: با کاهش میزان $NO_۲$ میزان $O_۳$ به بیشترین مقدار خود می‌رسد.

$$NO_۲ + O_۲ \rightarrow NO + O_۳$$

عبارت چهارم: رنگ قهوه‌ای هوای آلوده به دلیل وجود گاز $NO_۲$ است که می‌تواند اوزون تروپوسفری تولید کند.

فقط عبارت دوم درست نیست.

۹۴ - گزینه ۳ عبارت‌های (آ) و (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت نادرست:

پ) اندازهٔ یون حاوی تکنسیم ($TcO_۴^-$) مشابه اندازهٔ یون یدید است نه یون تکنسیم.

۹۵ - گزینه ۲

$$A \text{ جرم اتمی میانگین} = \frac{(۴۵ \times ۱۰) + (۴۷ \times ۹۰)}{۱۰۰} = ۴۶/۸amu$$

$$X \text{ جرم اتمی میانگین} = \frac{(۳۵ \times ۲۰) + (۳۷ \times ۸۰)}{۱۰۰} = ۳۶/۶amu$$

$$M_{A_۲X_۳} = ۲(۴۶/۸) + ۳(۳۶/۶) = ۹۳/۶ + ۱۰۹/۸ = ۲۰۳/۴amu$$

۹۶ - گزینه ۲

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{درصد جرمی ۱۰ چگالی } ad}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \frac{۱۰ \times ۴۹ \times ۱/۲۵}{۹۸} = ۶/۲۵\, mol \cdot L^{-۱}$$

۹۷ - گزینه ۱

$${}_{۱۹}K : [{}_{۱۸}Ar]۴s^۱$$

${}_{۲۹}A$ یا ${}_{۲۹}Cu : [{}_{۱۸}Ar]۳d^{۱۰}۴s^۱$

۹۸ - گزینه ۳ روش اول:

$$gHNO_۳ = ۶molNO_۲ \times \frac{۲molHNO_۳}{۳molNO_۲} \times \frac{۶۳gHNO_۳}{۱molHNO_۳} = ۲۵۲gHNO_۳$$

روش دوم:

$$\begin{array}{ccccc} ۳NO_۲ & \sim & ۲HNO_۳ & & \\ \frac{۶mol}{۳} & = & \frac{x\,g}{۲ \times ۶۳} & \Rightarrow & x = ۲۵۲g \end{array}$$

۹۹ - گزینه ۱ با توجه به اینکه انحلال‌پذیری یعنی مقدار ماده در ۱۰۰ گرم حلّال، می‌توان نوشت:

$$\frac{۰/۱۳۹۱gPbCl_۲}{۱۰۰g \text{ آب}} \times \frac{۱molPbCl_۲}{۲۷۸/۲gPbCl_۲} \times \frac{۱g}{mL} \times \frac{۱۰۰۰mL}{۱L} = ۵ \times ۱۰^{-۳} mol \cdot L^{-۱}$$

توجه: می‌توان جرم محلول را به تقریب با جرم آب برابر در نظر گرفت.

۱۰۰ - گزینه ۳ موارد (آ) و (ت) درست‌اند.

بررسی موارد نادرست:

ب) در یک دوره از چپ به راست با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی عنصرها کاهش می‌یابد:

شعاع اتمی : ${}_۳Li > {}_۷N > {}_۸O > {}_۹F$

پ) شعاع اتمی Na از سه عنصر دیگر بزرگ‌تر است.

شعاع اتمی : ${}_{۱۱}Na > {}_۴Be > {}_۵B > {}_۷N$

۱۰۱ - گزینه ۲ از ترکیبی می‌توان به عنوان مونومر سازندهٔ یک پلی‌آمید استفاده کرد که ساختار آن یک دی آمین یا یک دی اسید باشد و یا ترکیبی باشد که شامل هر دو گروه عاملی اسید و آمین و ... است(آمینواسیدها). بنابراین فقط ترکیب های اول (دی آمین) و سوم (دارای یک گروه اسیدی و یک گروه آمینی) چنین ویژگی دارند.

۱۰۲ - گزینه ۴ در ۴ عنصر نخست دوره دوم، واکنش‌پذیری عنصرها با افزایش عدد اتمی کاهش می‌یابد و عنصر گروه اول، بیشترین واکنش‌پذیری را دارد.

۱۰۳ - گزینه ۲ زنجیر اصلی را باید از سمت چپ شماره‌گذاری کنیم، زیرا از کنار هم قرار گرفتن شماره شاخه‌های فرعی عدد کوچک‌تری به دست می‌آید (۲۵۵ < ۲۲۵). همچنین، نام شاخهٔ کلرو باید قبل از شاخهٔ متیل آورده شود (به علت اولویت حروف الفبایی)؛ پس گزینهٔ ۲ درست است.

۱۰۴ - گزینه ۳ در روش محاسبهٔ آنتالپی یک واکنش با استفاده از مقادیر آنتالپی پیوند، می‌توان از رابطهٔ زیر نیز استفاده کرد:

$$\Delta H = (\text{مجموع آنتالپی پیوندهای شکسته شده}) - (\text{مجموع آنتالپی پیوندهای تشکیل شده})$$

که با توجه به مقایسهٔ ساختار گستردهٔ مواد واکنش‌دهنده و فرآورده، می‌توان نتیجه گرفت که فقط یک مول پیوند $C-C$ و یک مول پیوند $H-H$ تشکیل شده و دو مول پیوند $C-H$ شکسته شده است:

$$\Delta H = (۲ \times ۴۱۲) - (۳۴۸ + ۴۳۶) = +۴۰kJ$$

با توجه به مقدار مثبت آنتالپی واکنش، می‌توان نتیجه گرفت که هگزان از سیکلوهگزان پایدارتر است.

۱۰۵ - گزینه ۴ ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$۱LiAlH_۴(s) + ۴H_۲O(s) \rightarrow ۱LiOH(aq) + ۱Al(OH)_۳(s) + ۴H_۲(g)$$

روش اول:

$$۵gLiAlH_۴ \times \frac{a}{۱۰۰} \times \frac{۱molLiAlH_۴}{۳۸gLiAlH_۴} \times \frac{۴molH_۲}{۱molLiAlH_۴} \times \frac{۲۲/۴LH_۲}{۱molH_۲} = ۱۱/۲LH_۲ \Rightarrow a = ۹۵$$

روش دوم:

$$\frac{۵ \times a}{۱ \times ۳۸ \times ۱۰۰} = \frac{۱۱/۲}{۴ \times ۲۲/۴} \rightarrow a = ۹۵\%$$