سروش اندیشه
مؤسسه فرهنگی هنری

کد آزمون ۱۱۷۰

شماره داوطلب
نام خانوادگی و نام
- - -
خراسان رضوی
شهر

0513845369O

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

دفترچه شماره ۱

جمهوری اسلامی ایران
وزارت فرهنگ و ارشاد اسلامی
موسسه سروش اندیشه حیات

پاسخنامه آزمون جمع بندی مباحث یازدهم

گروه آزمایشی علوم ریاضی

نام و نام خانوادگی: | شماره داوطلبی:

تعداد سوال: ۱۰۵عدد | مدت پاسخگویی: ۱۴۵دقیقه

عنوان مواد امتحانی تعداد،شماره سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
۲	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

برای مشاهده پاسخنامه آزمون به کانال تلگرام موسسه مراجعه نمایید

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴

اگر a, b, c سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ حسابی باشند، آنگاه $a + c = ۲b$ است. همچنین در یک دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول $a_۱$ و قدر نسبت r، جملهٔ nام از رابطهٔ $a_n = a_۱ r^{n-۱}$ به‌دست می‌آید.

$$a_۲ \, , \, ۲a_۵ \, , \, a_۸ \Rightarrow a_۱ r \, , \, ۲a_۱ r^۴ \, , \, a_۱ r^۷$$

$$\xrightarrow{\text{دنبالهٔ حسابی}} a_۱ r + a_۱ r^۷ = ۴a_۱ r^۴ \xrightarrow{\div a_۱ r} ۱ + r^۶ = ۴r^۳ \Rightarrow r^۶ - ۴r^۳ + ۱ = ۰$$

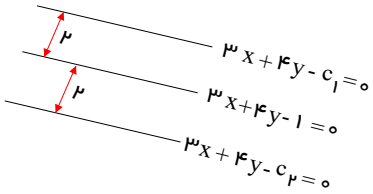
$$\xrightarrow{r^۳ = A} A^۲ - ۴A + ۱ = ۰ \Rightarrow \Delta = ۱۶ - ۴ = ۱۲ \Rightarrow \begin{cases} A = \dfrac{۴ + ۲\sqrt{۳}}{۲} = ۲ + \sqrt{۳} = r^۳ \\ A = \dfrac{۴ - ۲\sqrt{۳}}{۲} = ۲ - \sqrt{۳} = r^۳ \end{cases}$$

اگر فرض کنیم دنباله، صعودی است، جملهٔ هشتم بزرگ‌ترین جمله است.

$$\frac{a_۸}{a_۲} = \frac{a_۱ r^۷}{a_۱ r} = r^۶ = (r^۳)^۲ = (۲ + \sqrt{۳})^۲ = ۴ + ۳ + ۴\sqrt{۳} = ۷ + ۴\sqrt{۳}$$

۲ - گزینه ۲

مطابق شکل، دو خط موازی با خط $۳x + ۴y - ۱ = ۰$ وجود دارند که به فاصله‌ی ۲ از آن می‌باشند که می‌توانیم معادلات آن‌ها را به صورت $۳x + ۴y - c = ۰$ نشان دهیم.



$$\begin{matrix} ۳x + ۴y - ۱ = ۰ \\ ۳x + ۴y - c = ۰ \end{matrix} \xrightarrow{\text{فاصله}} d = \frac{|-۱ + c|}{\sqrt{۹ + ۱۶}} = \frac{|-۱ + c|}{۵} = ۲ \rightarrow |-۱ + c| = ۱۰$$

$$\rightarrow \begin{cases} -۱ + c = ۱۰ \rightarrow c = ۱۱ \rightarrow ۳x + ۴y - ۱۱ = ۰ \xrightarrow{x=۰} y = \frac{۱۱}{۴} = ۲/۷۵ \\ -۱ + c = -۱۰ \rightarrow c = -۹ \rightarrow ۳x + ۴y + ۹ = ۰ \xrightarrow{x=۰} y = -\frac{۹}{۴} = -۲/۲۵ \end{cases}$$

توجه کنید فاصله‌ی بین دو خط موازی $ax + by + c = ۰$ و $ax + by + c' = ۰$ از رابطه‌ی $d = \dfrac{|c - c'|}{\sqrt{a^۲ + b^۲}}$ بدست می‌آید.

۳ - گزینه ۲ دو حالت وجود دارد.

الف) مخرج عبارتی درجه اول باشد یعنی $m = ۱$ که داریم:

$$f(x) = \frac{۱ - x}{۳x + ۱} \Rightarrow ۳x + ۱ = ۰ \Rightarrow x = -\frac{۱}{۳} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \left\{-\frac{۱}{۳}\right\}$$

ب) مخرج ریشه مضاعف داشته باشد یعنی:

$$(m-۱)x^۲ + ۳x + ۱ = ۰ \Rightarrow \Delta = ۰ \Rightarrow ۹ - ۴(m-۱) = ۰ \Rightarrow ۹ - ۴m + ۴ = ۰ \Rightarrow m = \frac{۱۳}{۴}$$

بنابراین برای m دو مقدار ۱ و $\frac{۱۳}{۴}$ وجود دارد.

۴ - گزینه ۲

$$f(x) = \frac{b}{x + ۳} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-۳\}$$

چون دو تابع برابرند پس دامنهٔ تابع g هم باید به‌صورت $D_g = \mathbb{R} - \{-۳\}$ باشد، بنابراین مخرج تابع g باید ریشهٔ مضاعف $x = -۳$ داشته باشد، که داریم:

$$x^۲ + cx + d = (x + ۳)^۲ \Rightarrow x^۲ + cx + d = x^۲ + ۶x + ۹ \Rightarrow c = ۶ \, , \, d = ۹$$

$$g(x) = \frac{x - a}{(x + ۳)^۲} \Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{b}{x + ۳} = \frac{x - a}{(x + ۳)^۲} \Rightarrow b = \frac{x - a}{x + ۳}$$

$$\Rightarrow x - a = bx + ۳b \Rightarrow \begin{cases} b = ۱ \\ -a = ۳ \Rightarrow a = -۳ \end{cases} \Rightarrow \frac{abc}{d} = \frac{-۳ \times ۱ \times ۶}{۹} = -۲$$

۵ - گزینه ۳ می‌دانیم: $\boxed{\log_k a^n = n \log_k a}$

ابتدا عبارت A را خلاصه می‌کنیم.

$$A=\frac{\left(۲^{۲}\right)^{\frac{۳}{۴}}}{۱+\sqrt{۲}+\sqrt{۳}}+\left(۳^{۲}\right)^{\frac{۱}{۴}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۱+\sqrt{۲}+\sqrt{۳}}+\sqrt{۳}$$
$$=\frac{۲\sqrt{۲}\left(۱+\sqrt{۲}-\sqrt{۳}\right)}{\left(۱+\sqrt{۲}+\sqrt{۳}\right)\left(۱+\sqrt{۲}-\sqrt{۳}\right)}+\sqrt{۳}=\frac{۲\sqrt{۲}+۴-۲\sqrt{۶}}{\left(۱+\sqrt{۲}\right)^{۲}-\left(\sqrt{۳}\right)^{۲}}+\sqrt{۳}$$
$$=\frac{۲\sqrt{۲}+۴-۲\sqrt{۶}}{۱+۲\sqrt{۲}+۲-۳}+\sqrt{۳}=\frac{۲\sqrt{۲}+۴-۲\sqrt{۶}}{۲\sqrt{۲}}+\sqrt{۳}=\frac{۲\sqrt{۲}+۴-۲\sqrt{۶}+۲\sqrt{۶}}{۲\sqrt{۲}}$$
$$=\frac{۲\left(\sqrt{۲}+۲\right)}{۲\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}+۲}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}+\frac{۲}{\sqrt{۲}}=۱+\sqrt{۲}$$

توجه کنید که $\sqrt{۲}-۱=\frac{۱}{\sqrt{۲}+۱}$ است. پس داریم:

$$\Rightarrow \log_A\left(\sqrt{۲}-۱\right)=\log_{۱+\sqrt{۲}}\frac{۱}{\sqrt{۲}+۱}=\log_{۱+\sqrt{۲}}\left(\sqrt{۲}+۱\right)^{-۱}=-۱$$

۶ - گزینه ۲ جملهٔ عمومی دنبالهٔ حسابی به‌صورت $a_n=a_۱+(n-۱)d$ است. داریم:

$$\begin{cases}a_۱+a_۲+a_۳+a_۴=۱۵\\ a_۵+a_۶+a_۷+a_۸+a_۹=۳۰\end{cases}\xrightarrow{a_n=a_۱+(n-۱)d}\begin{cases}a_۱+a_۱+d+a_۱+۲d+a_۱+۳d=۱۵\\ a_۱+۴d+a_۱+۵d+a_۱+۶d+a_۱+۷d+a_۱+۸d=۳۰\end{cases}$$

$$(-۵)\times\begin{cases}۴a_۱+۶d=۱۵\\ ۵a_۱+۳۰d=۳۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-۲۰a_۱-۳۰d=-۷۵\\ ۵a_۱+۳۰d=۳۰\end{cases}\Rightarrow -۱۵a_۱=-۴۵\Rightarrow a_۱=۳, d=\frac{۱}{۲}$$

$$a_{۱۱}=a_۱+۱۰d=۳+۱۰(\frac{۱}{۲})=۸$$

۷ - گزینه ۴ با جمع کردن دو تابع $f+g$ و $f-g$ داریم:

$$(f+g)+(f-g)=۲f=\{(۳,۸),(۴,۸),(۵,۰)\}$$

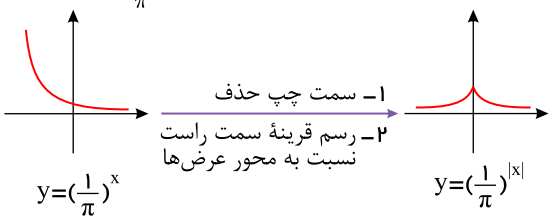
پس $f=\{(۳,۴),(۴,۴),(۵,۰)\}$ پس این‌طور به‌نظر می‌رسد که:

$$\frac{۱}{f}=\{(۳,\frac{۱}{۴}),(۴,\frac{۱}{۴})\}$$

یعنی دامنهٔ آن شامل دو عدد است ولی با دقت بیش‌تر می‌توان فهمید که چون دامنه‌های $f+g$ و $f-g$ اشتراک دامنه‌های f و g هستند، دامنهٔ f شامل اعداد دیگری هم می‌تواند باشد که با دامنهٔ g مشترک نباشند. پس $\frac{۱}{f}$ هم می‌تواند شامل زوج‌های بیش‌تری باشد. به‌طور کلی می‌توان گفت چون دامنهٔ f مشخص نیست، پس دامنهٔ $\frac{۱}{f}$ مشخص نیست.

۸ - گزینه ۲ برای رسم نمودار $y=f(|x|)$ باید قسمت چپ محور yها پاک شود و قرینه‌ی قسمت راست نسبت به محور yها در سمت چپ محور yها رسم شود.

$y=\pi^{-|x|}=(\frac{۱}{\pi})^{|x|}$



۹ - گزینه ۲ باید دامنهٔ دو تابع یکسان باشد یعنی $D_f=D_g=\mathbb{R}-\{-۱\}$ پس باید مخرج تابع f به‌ازای $x=-۱$ صفر شود.

$$۲x^{۳}-c=۰\xrightarrow{x=-۱}-۲-c=۰\Rightarrow c=-۲$$

باید ضابطهٔ دو تابع به‌ازای هر x از دامنهٔ تابع یکسان باشد.

$$f(x)=g(x)=۲\Rightarrow\frac{ax^{۳}+b}{۲x^{۳}+۲}=۲\Rightarrow ax^{۳}+b=۴x^{۳}+۴\Rightarrow a=۴\ ,\ \ b=۴$$

پس: $a+b+c=۴+۴-۲=۶$

۱۰ - گزینه ۲

می‌دانیم: $\log_k^a+\log_k^b=\log_k^{ab}\ ,\ \log_k^{a^n}=n\log_k^a$

$$\log(۶-۲\sqrt{۵})+۲\log(۱+\sqrt{۵})=\log(۶-۲\sqrt{۵})+\log(۱+\sqrt{۵})^{۲}=\log(۶-۲\sqrt{۵})+\log(۱+۵+۲\sqrt{۵})$$

$$=\log(۶-۲\sqrt{۵})+\log(۶+۲\sqrt{۵})=\log\underbrace{(۶-۲\sqrt{۵})(۶+۲\sqrt{۵})}_{\text{مزدوج}}=\log(۳۶-۲۰)=\log ۱۶=\log^{۲^۴}=۴\log ۲=۴k$$

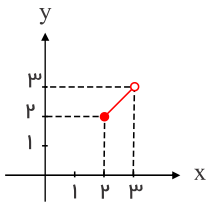
۱۱ - گزینه ۲ می‌دانیم ترکیب هر تابع معکوس‌پذیر با تابع معکوسش، تابع همانی است.

$$fof^{-۱}(x)=x\ ,\ x\in D_{f^{-۱}}\ \text{یا}\ x\in R_f$$

$$۱\le x<۲\Rightarrow[x]=۱\Rightarrow f(x)=x+[x]\Rightarrow f(x)=x+۱$$

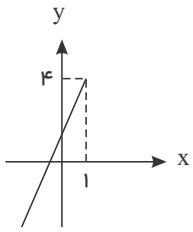
$$۱\le x<۲\Rightarrow ۲\le x+۱<۳\Rightarrow ۲\le f(x)<۳\Rightarrow R_f=[۲,۳)$$

$$y=fof^{-۱}(x)=x\ ,\ x\in[۲,۳)\Rightarrow y=x\ ,\ ۲\le x<۳\Rightarrow$$

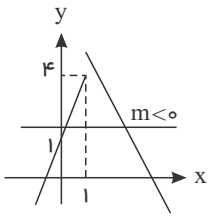


۱۲ - گزینه ۲

نمودار قسمت اول تابع $(x\le ۱)$ به‌صورت روبه‌رو است. با توجه به این‌که قسمت دوم تابع نیز به‌صورت یک خط راست با شیب m می‌باشد، واضح است که m نباید منفی شود، زیرا اگر m منفی باشد، حالتی مانند نمودار دوم رخ می‌دهد که در این‌صورت می توان خطی موازی محور xها یافت که نمودار تابع را در دو نقطه قطع کند. (رد گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴»)

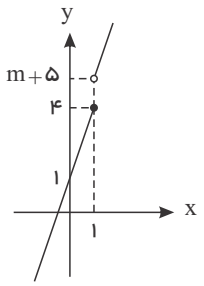


همچنین m نباید برابر با صفر شود زیرا در این‌صورت تابع ثابت خواهد شد و یک‌به‌یک نمی‌شود.



با شرط $m>۰$، نمودار تابع به‌صورت زیر می‌شود. برای آن‌که این نمودار مربوط به یک تابع یک‌به‌یک باشد، باید شرط $m+۵\ge ۴$ برقرار باشد که در نتیجه:

$$\begin{cases}m+۵\ge ۴\Rightarrow m>-۱\\ m>۰\end{cases}\xrightarrow{\text{اشتراک}}m>۰$$



۱۳ - گزینه ۱

اگر a,b,c سه جملهٔ متوالی یک دنبالهٔ هندسی باشند آنگاه: $b^{۲}=a\cdot c$ و b واسطهٔ هندسی است.

$$\left(۴\sqrt{۲}\right)^{۲}=۲^{a}\times ۲^{b}\Rightarrow ۲^{۵}=۲^{a+b}\Rightarrow a+b=۵\Rightarrow\frac{a+b}{۲}=۲/۵$$

۱۴ - گزینه ۲ ابتدا توجه کنید تابع f به‌صورت زیر است.

$$۱۰\le x<۱۰۰\Rightarrow ۱\le\log^{x}<۲\Rightarrow[\log^{x}]=۱$$

$$۱۰۰\le x<۱۰۰۰\Rightarrow ۲\le\log^{x}<۳\Rightarrow[\log^{x}]=۲$$

$$f(x)=\begin{cases}\vdots\\ ۱ & ۱۰\le x<۱۰۰\\ ۲ & ۱۰۰\le x<۱۰۰۰\\ \vdots\end{cases}$$

بنابراین تابع f روی بازهٔ $[۱۰,۱۰۰)$ پیوسته است. پس $۱۰+k$ نباید بیشتر از ۱۰۰ باشد. یعنی:

$$۱۰<۱۰+k\le ۱۰۰\Rightarrow ۰<k\le ۹۰$$

۱۵ - گزینه ۴ روش اول: نکته: اگر جملات a_k, a_m, a_n از یک دنبالهٔ حسابی به‌ترتیب سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی باشند، آنگاه:

$q = \frac{k-m}{m-n}$ قدر نسبت دنبالهٔ هندسی

بنابراین:

$$q = \frac{۱۱-۵}{۵-۱} = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲}$$

روش دوم: فرض کنیم a_n جمله عمومی دنبالهٔ حسابی می‌باشد:

$a_۱ , a_۵ , a_{۱۱}$ جمله متوالی تصاعد هندسی $\Rightarrow a_۵^۲ = a_۱ \times a_{۱۱}$

$$\Rightarrow (a_۱ + ۴d)^۲ = a_۱(a_۱ + ۱۰d) \Rightarrow a_۱^۲ + ۸a_۱d + ۱۶d^۲ = a_۱^۲ + ۱۰ad \Rightarrow ۱۶d^۲ = ۲a_۱d$$

$$\Rightarrow a_۱ = ۸d \Rightarrow q(\text{ قدر نسبت تصاعد هندسی }) = \frac{a_۵}{a_۱} = \frac{a_۱ + ۴d}{a_۱} = \frac{۸d + ۴d}{۸d} = \frac{۳}{۲}$$

۱۶ - گزینه ۳

می‌دانیم: $\boxed{\log_{k^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_k^a \ , \ \log_k^a = \frac{۱}{\log_a^k}}$

$$۳^{x-a} = ۲^{x^۲} \xrightarrow{\text{از دو طرف در مبنای سه لگاریتم می‌گیریم}} \log_۳^{۳^{x-a}} = \log_۳^{۲^{x^۲}}$$

$$\rightarrow x - a = x^۲ \log_۳^۲ \rightarrow (\log_۳^۲)x^۲ - x + a = ۰$$

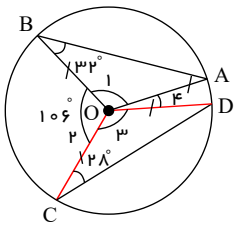
چون گفته شده این معادله‌ی درجه‌ی دوم دارای یک ریشه است پس $\Delta = ۰$ می‌باشد:

$$\Delta = ۰ \rightarrow ۱ - ۴a\log_۳^۲ = ۰ \rightarrow ۴a\log_۳^۲ = ۱$$

$$\rightarrow a\log_۳^۲ = \frac{۱}{۴} \rightarrow a = \frac{\frac{۱}{۴}}{\log_۳^۲} = \frac{۱}{۴}\log_۲^۳ = \log_{۲^۴}^۳ = \frac{۱}{۲}\log_۴^۳ = \log_۴^{\sqrt{۳}}$$

$$a = \log_۴^b \rightarrow \log_۴^{\sqrt{۳}} = \log_۴^b \rightarrow b = \sqrt{۳}$$

۱۷ - گزینه ۴



$$\overset{\Delta}{AOB} : OA = OB = R \rightarrow \hat{O}_۱ = ۱۸۰^\circ - ۲ \times ۳۲^\circ = ۱۱۶^\circ$$

$$\overset{\Delta}{COD} : OC = OD = R \rightarrow \hat{O}_۳ = ۱۸۰^\circ - ۲ \times ۲۸^\circ = ۱۲۴^\circ$$

$$\hat{O}_۱ + \hat{O}_۲ + \hat{O}_۳ + \hat{O}_۴ = ۳۶۰^\circ$$

$$\rightarrow ۱۱۶^\circ + ۱۰۶^\circ + ۱۲۴^\circ + \hat{O}_۴ = ۳۶۰^\circ \rightarrow \hat{O}_۴ = ۱۴^\circ \rightarrow \overset{\frown}{AD} = ۱۴^\circ$$

۱۸ - گزینه ۳ روش اول:

$$\underbrace{۴n^۲ - ۴n + ۱}_{(۲n-۱)^۲} < ۴n^۲ - ۳n + ۱ < \underbrace{۴n^۲}_{(۲n)^۲} \rightarrow ۲n - ۱ < \sqrt{۴n^۲ - ۳n + ۱} < ۲n \Rightarrow \left[\sqrt{۴n^۲ - ۳n + ۱}\right] = ۲n - ۱$$

$$\underbrace{n^۲ - ۴n + ۴}_{(n-۲)^۲} < n^۲ - ۲n < \underbrace{n^۲ - ۲n + ۱}_{(n-۱)^۲} \rightarrow n - ۲ < \sqrt{n^۲ - ۲n} < n - ۱ \Rightarrow \left[\sqrt{n^۲ - ۲n}\right] = n - ۲$$

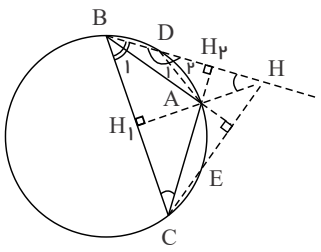
$$\left[\sqrt{۴n^۲ - ۳n + ۱}\right] - ۲\left[\sqrt{n^۲ - ۲n}\right] = (۲n - ۱) - ۲(n - ۲) = ۳$$

روش دوم: کافی است یک عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۲ مثلاً $n = ۳$ را قرار دهیم.

$$n = ۳ \rightarrow \left[\sqrt{۳۶ - ۹ + ۱}\right] - ۲\left[\sqrt{۹ - ۶}\right] = \underbrace{[\sqrt{۲۸}]}_{۵,\cdots} - ۲\underbrace{[\sqrt{۳}]}_{۱,\cdots} = ۵ - ۲(۱) = ۳$$

۱۹ - گزینه ۳ می‌دانیم در هر مثلث، ارتفاع‌ها هم‌رسند، پس امتداد ارتفاع $AH_۱$ نیز از H می‌گذرد.

داریم:



$$\begin{cases} \overset{\Delta}{BH_۱H} : A\hat{H}D + \hat{B}_۱ = ۹۰^\circ \\ \overset{\Delta}{BCH_۲} : \hat{C} + \hat{B}_۱ = ۹۰^\circ \end{cases} \Rightarrow A\hat{H}D = \hat{C} \quad (*)$$

در گزینه‌ها، خبری از $\hat{C}$ نیست، پس باید به دنبال زاویهٔ معادل $\hat{C}$ باشیم. در چهارضلعی محاطی $ACBD$ داریم:

$$\begin{cases}\hat{D}_1+\hat{C}=180^\circ\\ \hat{D}_1+\hat{D}_2=180^\circ\end{cases}\Rightarrow \hat{C}=\hat{D}_2\xrightarrow{(*)}A\hat{H}D=\hat{D}_2=A\hat{D}H$$

۲۰ - گزینه ۳ ابتدا ضابطهٔ تابع f را تعیین می‌کنیم، برای این کار معادلهٔ خط گذرنده از نقاط $(0,4)$ و $(2,0)$ و همچنین خط گذرنده از نقاط $(0,4)$ و $(-4,0)$ را به‌دست می‌آوریم.

$$(0,4),(2,0)\Rightarrow \frac{y-4}{x}=\frac{4}{-2}=-2\rightarrow y=-2x+4$$

$$f(x)=\begin{cases}x+4 & x<0\\ -2x+4 & x\geq 0\end{cases},\quad g(x)=\sqrt{2-|f(x)|}\Rightarrow 2-|f(x)|\geq 0\Rightarrow |f(x)|\leq 2$$

$$\Rightarrow -2\leq f(x)\leq 2$$

$$(0,4),(-4,0)\Rightarrow \frac{y-4}{x}=\frac{4}{4}=1\rightarrow y=x+4$$

$$x<0\Rightarrow -2\leq x+4\leq 2\Rightarrow -2-4\leq x\leq 2-4\Rightarrow -6\leq x\leq -2\xrightarrow{x<0}-6\leq x\leq -2\quad (1)$$

$$x\geq 0\Rightarrow -2\leq -2x+4\leq 2\Rightarrow -6\leq -2x\leq -2\xrightarrow{\div(-2)}3\geq x\geq 1\xrightarrow{x\geq 0}1\leq x\leq 3\quad (2)$$

جواب نهایی : $(1)\cup(2)\Rightarrow [-6,-2]\cup[1,3]$

۲۱ - گزینه ۴

$$\left(\frac{4\sqrt{32}}{2\sqrt{8}}\right)^2=\left(\frac{4^4\sqrt{2}}{2^2\sqrt{2}}\right)^2=\left(\frac{(2^2)^{4\sqrt{2}}}{2^2\sqrt{2}}\right)^2=\left(\frac{2^{8\sqrt{2}}}{2^2\sqrt{2}}\right)^2$$

$$=\left(2^{6\sqrt{2}}\right)^2=2^{12\sqrt{2}}=2^A\rightarrow A=12\sqrt{2}$$

۲۲ - گزینه ۴ نقطهٔ C دوران‌یافتهٔ نقطهٔ B حول نقطهٔ A است. (زاویهٔ دوران 50°)

نقطهٔ D دوران‌یافتهٔ نقطهٔ E حول نقطهٔ A است. (زاویهٔ دوران 50°)

پس پاره‌خط CD دوران‌یافتهٔ BE حول نقطهٔ A است (زاویهٔ دوران 50°). بنابراین، زاویهٔ بین BE و CD برابر 50° است. بنابراین $\alpha=130^\circ$ است.

۲۳ - گزینه ۲ در دوران تبدیل‌یافته، مرکز دوران حول خودش، خودش می‌شود. در بازتاب (تقارن محوری)، تبدیل‌یافته هر نقطه روی محور بازتاب، برخود آن نقطه تصویر می‌شود. در تجانس، متجانس مرکز تجانس خودش می‌شود. ولی در انتقال، تبدیل هیچ نقطه‌ای از صفحه بر خودش منطبق نمی‌شود.

۲۴ - گزینه ۲

نکته:

۱) $p\Rightarrow q\equiv\sim p\vee q$

۲) $\sim(p\Rightarrow q)\equiv p\wedge\sim q$

نقیض عکس گزاره $\equiv\sim[(q\Rightarrow r)\Rightarrow p]\equiv(q\Rightarrow r)\wedge\sim p$

۲۵ - گزینه ۲ اگر A دروغ گفته باشد، یعنی A یا کوتاه‌ترین است یا بلندترین. در این صورت حتماً یکی از C و D هم دروغ گفته‌اند که ممکن نیست. پس A راست گفته است.

اگر B دروغ گفته باشد، یعنی B کوتاه‌ترین است، پس D هم دروغ می‌گوید که ممکن نیست، بنابراین B هم راست گفته است.

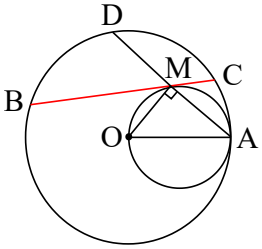
اگر D دروغ گفته باشد و بقیه راست گفته باشند، هیچ‌یک از A، B، C و D کوتاه‌ترین فرد نیستند که ممکن نیست. پس D هم راست گفته است.

تنها حالتی که باقی می‌ماند، این است که C دروغ گفته باشد. در این حالت، D کوتاه‌ترین فرد است. هیچ‌یک از A و C هم بلندترین فرد نیستند. پس B بلندترین فرد است.

۲۶ - گزینه ۲

اگر از نقطهٔ M به نقاط O و A وصل کنیم در این‌صورت زاویهٔ $\hat{M}$ قائمه خواهد بود زیرا محاطی و روبه‌رو به قطر می‌باشد .از آنجا که OM بر وتر AD عمود است

پس $MA=MD$ و طبق روابط طولی در دایره داریم:

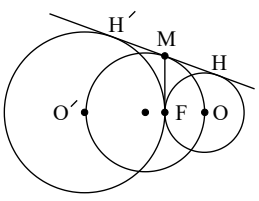


$$MB\times MC=MA\times MD\xrightarrow{MA=MD}MB\times MC=MA^2$$

۲۷ - گزینه ۱

طول مماس مشترک خارجی این دو دایرهٔ مماس‌برون برابر است با:

$$HH'=2\sqrt{RR'}=2\sqrt{4\times 9}=12$$



دایره به قطر OO' بر مماس مشترک خارجی در نقطهٔ وسط آن مماس است (چرا؟)

از طرفی این نقطه (M) روی مماس مشترک داخلی دو دایره قرار دارد، زیرا داریم:

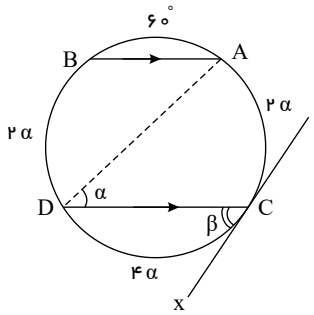
$$\left.\begin{matrix} MH=MF \\ MH'=MF \end{matrix}\right\} \Rightarrow MF=MH'=MH=\frac{HH'}{۲} \Rightarrow MF=\frac{۱۲}{۲}=۶$$

۲۸ - گزینه ۴

چون AB برابر شعاع دایره است، پس کمان متناظر با آن ۶۰ درجه است، یعنی:

$$\overset{\frown}{AB}=۶۰^\circ$$

همچنین طبق فرض داریم:



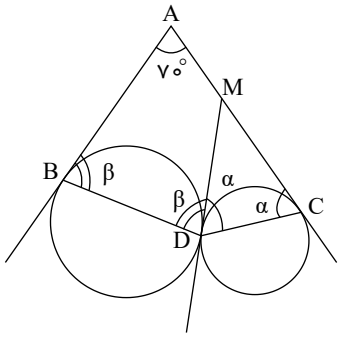
$$\begin{cases} AB||CD \Rightarrow \overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{AC} \\ \text{محاطی}: \hat{D}=\frac{\overset{\frown}{AC}}{۲}=\alpha \end{cases} \Rightarrow \overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{AC}=۲\alpha$$

$$\text{ظلی}: D\hat{C}X=\frac{\overset{\frown}{CD}}{۲}=\beta \xrightarrow{\beta=۲\alpha} \overset{\frown}{CD}=۴\alpha$$

$$\text{مجموع کمان‌های دایره}=۶۰^\circ+۲\alpha+۲\alpha+۴\alpha=۳۶۰^\circ \Rightarrow ۸\alpha=۳۰۰^\circ \Rightarrow \alpha=\frac{۷۵^\circ}{۲}$$

$$\Rightarrow \overset{\frown}{BD}=۲\alpha=۷۵^\circ$$

۲۹ - گزینه ۴ در نقطهٔ D، MD مماس بر دایره‌ها می‌باشد. داریم:



$$\text{ظلی } M\hat{D}C=M\hat{C}D=\alpha=\frac{\overset{\frown}{DC}}{۲}$$

$$\text{ظلی } A\hat{B}D=M\hat{D}B=\beta=\frac{\overset{\frown}{BD}}{۲}$$

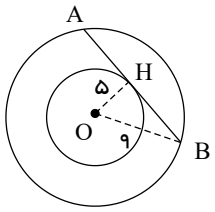
$$ABDC: ۷۰^\circ+\beta+\beta+\alpha+\alpha=۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha+\beta=\frac{۲۹۰^\circ}{۲}=۱۴۵^\circ \Rightarrow B\hat{D}C=۱۴۵^\circ$$

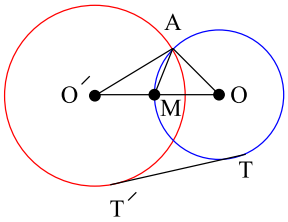
۳۰ - گزینه ۲

با توجه به شکل $AB=۲BH$ است و داریم: $BH=\sqrt{OB^۲-OH^۲}=\sqrt{۸۱-۲۵}=\sqrt{۵۶}=۲\sqrt{۱۴}$

در نتیجه $AB=۴\sqrt{۱۴}$.

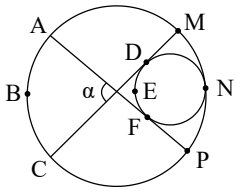


۳۱ - گزینه ۳ با توجه به فرض و شکل زیر داریم $AM=\frac{۱}{۲}OO'$، پس مثلث OAO' قائم‌الزاویه است و وتر OO' در این مثلث قائم‌الزاویه برابر $\sqrt{۳^۲+۴^۲}=۵$ می‌شود. اندازهٔ مماس مشترک خارجی در این دو دایره برابر است با:



$$TT'=\sqrt{OO'^۲-(R-R')^۲}=\sqrt{۲۵-۱}=۲\sqrt{۶}$$

۳۲ - گزینه ۳ با توجه به اینکه $\overset{\frown}{MNP}=۹۳^\circ$ و با فرض $\overset{\frown}{ABC}=\overset{\frown}{DEF}=x$، مطابق شکل داریم:



$$\alpha=\frac{\overset{\frown}{ABC}+\overset{\frown}{MNP}}{۲} \Rightarrow ۲\alpha=x+۹۳^\circ \quad (۱)$$

$$\alpha=\frac{\overset{\frown}{DNF}-\overset{\frown}{DEF}}{۲} \Rightarrow \alpha=\frac{(۳۶۰^\circ-۲x)}{۲} \Rightarrow \alpha=۱۸۰^\circ-x \quad (۲)$$

با جمع طرفین تساوی‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

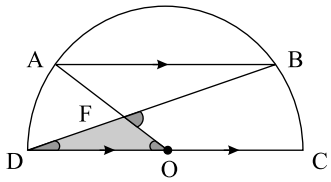
$۲\alpha+\alpha=(x+۹۳^\circ)+(۱۸۰^\circ-x)\Rightarrow ۳\alpha=۲۷۳^\circ\Rightarrow\alpha=۹۱^\circ$

۳۳ - گزینه ۳ می‌دانیم کمان متناظر با وتری که طولش $\sqrt{۳}$ برابر اندازهٔ شعاع است برابر ۱۲۰ درجه است، یعنی:

$\overset{\frown}{AB}=۱۲۰^\circ$

$AB\|CD\rightarrow\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}=\dfrac{۱۸۰^\circ-۱۲۰^\circ}{۲}=۳۰^\circ$

با توجه به شکل، زاویهٔ $B\hat{F}O$ زاویهٔ خارجی مثلث OFD است، پس:

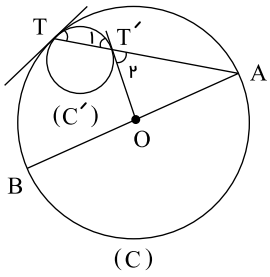


$$\begin{cases}\text{محاطی }\hat{D}=\dfrac{\overset{\frown}{BC}}{۲}=\dfrac{۳۰^\circ}{۲}=۱۵^\circ\\ \text{مرکزی }\hat{O}=\overset{\frown}{AD}=۳۰^\circ\end{cases}$$

$\Rightarrow$ زاویهٔ خارجی $\hat{F}=\hat{O}+\hat{D}=۱۵^\circ+۳۰^\circ=۴۵^\circ$

۳۴ - گزینه ۳ مماس مشترک خارجی دو دایره را رسم می‌کنیم. اگر $\hat{T}=\alpha$ فرض کنیم، داریم:

$$\left.\begin{array}{l}C'\text{ ظلی در دایره }\hat{T}=\dfrac{\overset{\frown}{TT'}}{۲}\\ C'\text{ ظلی در دایره }\hat{T}'_۱=\dfrac{\overset{\frown}{TT'}}{۲}\end{array}\right\}\rightarrow\left.\begin{array}{l}\hat{T}=\hat{T}'_۱=\alpha\\ \hat{T}'_۱=\hat{T}'_۲\end{array}\right\}\rightarrow\hat{T}'_۲=\alpha$$



نقطهٔ A را به مرکز O وصل کرده و امتداد می‌دهیم تا دایرهٔ (C) را در B قطع کند، داریم:

C ظلی در دایره $\hat{T}=\dfrac{\overset{\frown}{AT}}{۲}=\alpha\rightarrow\overset{\frown}{AT}=۲\alpha$

C در دایره : $\overset{\frown}{ATB}=۱۸۰^\circ\rightarrow\overset{\frown}{AT}+\overset{\frown}{TB}=۱۸۰^\circ\rightarrow۲\alpha+\overset{\frown}{TB}=۱۸۰^\circ\rightarrow\overset{\frown}{TB}=۱۸۰^\circ-۲\alpha$

$(\text{محاطی})\hat{A}=\dfrac{\overset{\frown}{TB}}{۲}=\dfrac{۱۸۰^\circ-۲\alpha}{۲}=۹۰^\circ-\alpha$

در مثلث AOT' داریم:

$\overset{\Delta}{AOT'}:\hat{T}'_۲+\hat{A}+A\hat{O}T'=۱۸۰^\circ\rightarrow\alpha+۹۰^\circ-\alpha+A\hat{O}T'=۱۸۰^\circ\rightarrow A\hat{O}T'=۹۰^\circ\rightarrow$ مثلث AOT' الزاماً قائم‌الزاویه است.

۳۵ - گزینه ۲

A: پیشامد آنکه عدد انتخابی مضارب ۶ باشد B: پیشامد آنکه عدد انتخابی مضارب ۷ باشد

$$\text{جواب}=P(A\cup B)-P(A\cap B)=P(A)+P(B)-۲P(A\cap B)$$
$$=\frac{\left(\left[\frac{۳۰۰}{۶}\right]-\left[\frac{۵۰}{۶}\right]\right)+\left(\left[\frac{۳۰۰}{۷}\right]-\left[\frac{۵۰}{۷}\right]\right)-۲\left(\left[\frac{۳۰۰}{۴۲}\right]-\left[\frac{۵۰}{۴۲}\right]\right)}{۲۵۰}$$
$$=\frac{۵۰-۸+۴۲-۷-۱۴+۲}{۲۵۰}=\frac{۲۶}{۱۰۰}$$

۳۶ - گزینه ۱ A: اعدادی که بر ۲ بخش‌پذیرند.

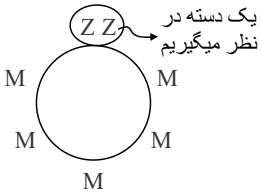
B: اعدادی که بر ۳ بخش‌پذیرند.

$A\cap B$: اعدادی که بر ۶ بخش‌پذیرند.

$$P(A'\cap B')=P(A\cup B)'=۱-P(A\cup B)=۱-(P(A)+P(B)-P(A\cap B))=۱-\left(\frac{\left[\frac{۱۰۰}{۲}\right]}{۱۰۰}+\frac{\left[\frac{۱۰۰}{۳}\right]}{۱۰۰}-\frac{\left[\frac{۱۰۰}{۶}\right]}{۱۰۰}\right)=۱-(\frac{۵۰}{۱۰۰}+\frac{۳۳}{۱۰۰}-\frac{۱۶}{۱۰۰})$$
$$=۱-\frac{۶۷}{۱۰۰}=\frac{۳۳}{۱۰۰}$$

۳۷ - گزینه ۴ ابتدا فضای نمونه‌ای کل را به دست می‌آوریم: چون افراد دور میز گرد نشسته‌اند $\Leftarrow$ $۷!$ غلط است و $n(S) = (۷-۱)! = ۶!$

A پیشامد حالات مطلوب است.



$$\Rightarrow n(A) = (۶-۱)! \times \overbrace{۲!}^{\text{جابه‌جایی زن‌ها}}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\cancel{۵!} \times ۲!}{۶ \times \cancel{۵!}} = \frac{۱}{۳}$$

۳۸ - گزینه ۱ مجموع ارقام سه تاس، عددی بین ۳ تا ۱۸ می باشد:

$$P(۳) + P(۴) + \cdots + P(۹) + P(۱۰) + P(۱۱) + \cdots + P(۱۸) = ۱ \Rightarrow \underbrace{P(۱۱) + P(۱۲) + \cdots + P(۱۸)}_{\text{نیمی از حالات}} = \frac{۱}{۲}$$

$$P(x = ۱۸) = \frac{۱}{۲۱۶} \text{ و } P(۱۰ < x \leq ۱۸) = \frac{۱}{۲} \Rightarrow P(۱۰ < x < ۱۸) = \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۲۱۶} = \frac{۱۰۷}{۲۱۶}$$

$$\underbrace{P(۳) + P(۵) + P(۷) + \cdots + P(۱۷)}_{\text{مجموع سه تاس: عدد فرد}} = \frac{۱}{۲}$$

$$\text{جواب} = \frac{\frac{۱۰۷}{۲۱۶}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱۰۷}{۱۰۸}$$

۳۹ - گزینه ۳

$$P(\text{حداقل ۲ دختر}) = ۱ - P(\text{هیچ دختر یا یک دختر}) = ۱ - \frac{\binom{۶}{۰} + \binom{۶}{۱}}{۲^۶} = ۱ - (\frac{۱+۶}{۶۴}) = \frac{۵۷}{۶۴}$$

۴۰ - گزینه ۴ روش اول:

A: بر ۲ بخش‌پذیر باشد. B: بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

$$P(A \cup B') = P(A' \cap B)' = P(B - A)' = ۱ - P(B - A)$$

$$P(B) = \frac{[\frac{۹۹}{۳}] - [\frac{۹}{۳}]}{۹۰} = \frac{۳۳ - ۳}{۹۰} = \frac{۳۰}{۹۰} = \frac{۱}{۳}$$

$$P(A \cap B) = \frac{[\frac{۹۹}{۶}] - [\frac{۹}{۶}]}{۹۰} = \frac{۱۶ - ۱}{۹۰} = \frac{۱۵}{۹۰} = \frac{۱}{۶}$$

$$۱ - P(B - A) = ۱ - (P(B) - P(A \cap B)) = ۱ - (\frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۶}) = \frac{۵}{۶}$$

پاسخنامه تشریحی

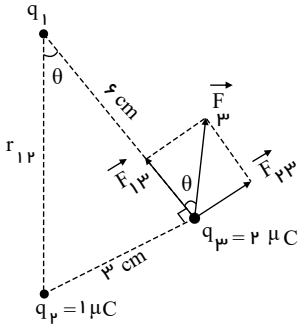
۴۱ - گزینه ۳

$$\text{۰٫۲۵}q_1 = \text{۲۰}\mu C \rightarrow \begin{cases} q_1' = \text{۸۰} - \text{۲۰} = \text{۶۰}\mu C \\ q_2' = (-\text{۵۰}) + \text{۲۰} = -\text{۳۰}\mu C \end{cases}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{q_1'|q_2'|}{q_1|q_2|} = \frac{\text{۶۰} \times \text{۳۰}}{\text{۸۰} \times \text{۵۰}} = \frac{\text{۱۸}}{\text{۴۰}} = \frac{\text{۹}}{\text{۲۰}} \rightarrow \frac{\Delta F}{F} = -\frac{\text{۱۱}}{\text{۲۰}} = -\text{۵۵}\%$$

یعنی نیروی جاذبه، **۵۵** درصد کاهش می‌یابد.

۴۲ - گزینه ۴ اگر نیروی $\vec{F}_3$ (برایند نیروهای وارد بر بار q_3) را مطابق شکل تجزیه کنیم، می‌توان نتیجه گرفت که بارهای q_1 و q_2 ناهمنام‌اند (چون هردو q_3 را دفع کرده‌اند). از قاعدهٔ جمع برداری می‌توان نوشت:



$$\left.\begin{aligned} F_{23} &= F_3 \sin\theta \\ F_{23} &= \frac{kq_2q_3}{r_{23}^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{kq_2q_3}{r_{23}^2} = F_3 \sin\theta \quad (1)$$

با محاسبه‌ی r_{12} داریم:

$$r_{12} = \sqrt{\text{۳}^2 + \text{۶}^2} = \sqrt{\text{۴۵}} = \text{۳}\sqrt{\text{۵}}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{\text{۹} \times \text{۱۰}^9 \times \text{۱} \times \text{۲} \times \text{۱۰}^{-12}}{(\text{۳} \times \text{۱۰}^{-2})^2} = F_3 \times \frac{\text{۳}}{\text{۳}\sqrt{\text{۵}}} \Rightarrow \text{۲۰} = F_3 \times \frac{\text{۱}}{\sqrt{\text{۵}}} \Rightarrow F_3 = \text{۲۰}\sqrt{\text{۵}}N$$

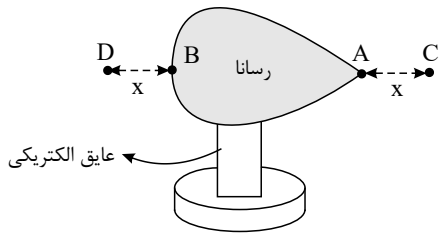
۴۳ - گزینه ۴ در مورد انرژی پتانسیل می‌توان راحت‌تر تحلیل کرد. چون حرکت بار منفی در جهت میدان (حرکت به سمت منفی‌ها) اجباری است پس انرژی پتانسیل زیاد می‌شود.

در این جابجایی کار نیروی میدان الکتریکی، روی الکترون منفی است. پس انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون افزایش می‌یابد ولی بسته به این که الکترون با سرعت ثابت جابه‌جا شود و یا برآیند نیروهای خارجی وارد بر آن صفر نباشد، ممکن است سرعت آن هرگونه تغییراتی داشته باشد.

۴۴ - گزینه ۳ برای پاسخ به این تست به موارد زیر توجه می‌کنیم:

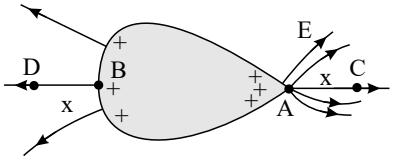
مرحله به مرحله:

۱) در شرایط تعادل الکترواستاتیک پتانسیل الکتریکی در تمام نقاط یک رسانا با هم برابر است: $(*)$ $\boxed{V_A = V_B}$



۲) جسم رسانا دارای بار $+$ است، پس خطوط میدان الکتریکی از آن خارج می‌شود. اما چون چگالی سطحی بار (تجمع بار الکتریکی در واحد سطح) در A بیشتر از B است، میدان در پیرامون A بیشتر از میدان در پیرامون B (بیرون رسانا) است.

بنابراین تراکم خطوط میدان الکتریکی در فضای A تا C بیشتر از تراکم خطوط در فضای B تا D است.



۳) در جهت خطوط میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، بنابراین:

$\boxed{V_D < V_B \ , \ V_C < V_A}$ $(**)$

هر چه تراکم خطوط میدان بیشتر باشد با حرکت در جهت خطوط میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی با شدت بیشتر کاهش می‌یابد.

بنابراین:

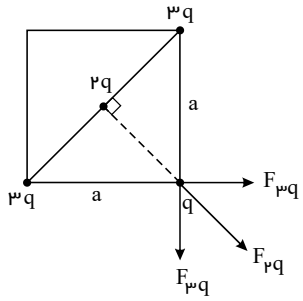
$$V_B - V_D < V_A - V_C \xrightarrow[V_A=V_B]{\text{از طرفی :}} \boxed{V_D > V_C} \quad (***)$$

$$\xrightarrow{(*)\ ,\ (**)\ ,\ (***)} \boxed{V_A = V_B > V_D > V_C}$$

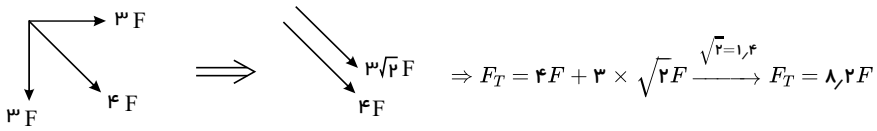
۴۵ - گزینه ۱ برایند نیروهای وارد بر بارهای q و $2q$ را به‌طور جداگانه حساب می‌کنیم:

برای ساده‌سازی اگر $F = \frac{kqq}{a^2}$ باشد، طبق نکتهٔ $F \propto q' \times \frac{1}{r^2}$ خواهیم داشت: $\begin{cases} F_{3q} = 3F \\ F_{2q} = 4F \end{cases}$

نیروی برایند وارد بر q



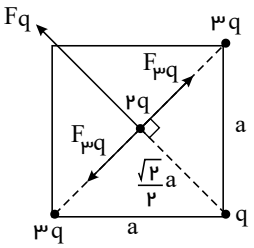
پس:



$$\Rightarrow F_T = 4F + 3 \times \sqrt{2}F \xrightarrow{\sqrt{2}=1,4} F_T = 8,2F$$

و برای بار $2q$ داریم:

برایند نیروی وارد بر $2q$



$$\begin{cases} F_{3q} \text{ ها خنثی می‌شود} \\ F_q = 4F \end{cases} \Rightarrow F_T = F_q = 4F$$

سؤال نسبت نیروی برایند را خواسته است، پس:

$$\frac{F_{Tq}}{F_{T2q}} = \frac{8,2F}{4F} = 2,05$$

۴۶ - گزینه ۲ بدیهی است که با افزایش انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد. بنابراین داریم:

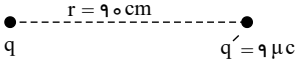
بنابر اصل پایستگی انرژی: $\Delta U + \Delta K = 0 \Rightarrow \Delta U = -\Delta K$

$$\Delta U = -8mJ \Rightarrow \Delta U = q\Delta V$$

$$\Rightarrow -8 \times 10^{-3} = -4 \times 10^{-6}(V_B - V_A) \Rightarrow V_B - V_A = 2000V = 2kV$$

۴۷ - گزینه ۳ در ابتدا باید بار الکتریکی‌ای که میدان الکتریکی را در اطراف خود ساخته، بیابیم.

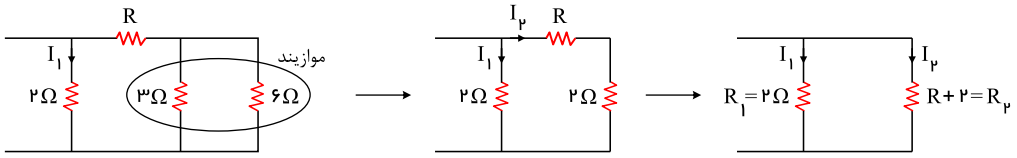
$$E = \frac{kq}{r^2} \rightarrow (2,25 \times 10^5) = \frac{k(q)}{(0,8)^2} \rightarrow \boxed{kq = 1,44 \times 10^5}$$



$$\rightarrow F = \frac{kqq'}{r^2} = \frac{(1,44 \times 10^5)(9 \times 10^{-6})}{(0,9)^2} = 1,6N$$

$$\rightarrow \boxed{F = 1,6N}$$

۴۸ - گزینه ۲



$$R_{۳,۶}=\frac{۶\times۳}{۶+۳}=۲\Omega \quad , \quad I=I_۱+I_۲=۱۵\Rightarrow I_۱=۱۵-I_۲$$

$$R_۱I_۱=R_۲I_۲\Rightarrow ۲I_۱=(R+۲)I_۲\Rightarrow ۲(۱۵-I_۲)=(R+۲)I_۲$$

$$\Rightarrow ۳۰-۲I_۲=RI_۲+۲I_۲\xrightarrow[RI_۲=۱۰]{}۳۰-۲I_۲=۱۰+۲I_۲\Rightarrow ۲۰=۴I_۲\Rightarrow I_۲=۵A$$

$$\Rightarrow RI_۲=۱۰\Rightarrow R\times۵=۱۰\Rightarrow R=۲\Omega$$

۴۹ - گزینه ۱ ابتدا بزرگی میدان‌های حاصل از دو بار $q_۱$ و $q_۳$ را در نقطهٔ O پیدا می‌کنیم تا نوع بار $q_۳$ را تشخیص دهیم:

$$O \text{ در } q_۱ \text{ میدان بار}: E_۱=\frac{kq_۱}{r^۲}=\frac{۹\times۱۰^۹\times۸\times۱۰^{-۹}}{۹۰۰\times۱۰^{-۴}}=۸۰۰\ N/C$$

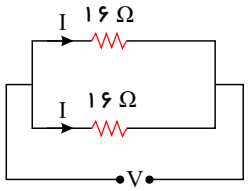
$$O \text{ در } q_۳ \text{ میدان بار}: E_۳=\frac{k|q_۳|}{r^۲}=\frac{۹\times۱۰^۹\times۲\times۱۰^{-۹}}{۱۰۰\times۱۰^{-۴}}=۱۸۰۰\ N/C$$

پس بار $q_۲$ باید مثبت باشد که میدان آن هم‌جهت با میدان بار $q_۱$ در نقطهٔ O باشد.

$$E_۳-(E_۱+E_۲)=۱۰۰\Rightarrow ۱۸۰۰-(۸۰۰+E_۲)=۱۰۰\Rightarrow E_۲=۹۰۰\ N/C\rightarrow E_۲=\frac{k|q_۲|}{r^۲}\Rightarrow ۹۰۰=\frac{۹\times۱۰^۹q_۲}{۴۰۰\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow q_۲=۴\times۱۰^{-۹}C=۴\ nC$$

۵۰ - گزینه ۱

وقتی کلید باز است $\Rightarrow$

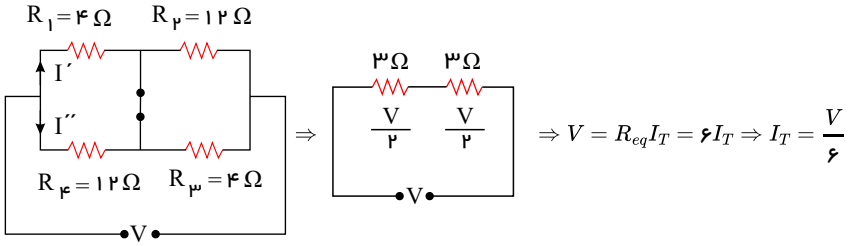


$$V=R_{eq}I_T\Rightarrow V=۸I_T\Rightarrow I_T=\frac{V}{۸}$$

جریان کل بین دو مقاومت موازی و برابر ۱۶ اهمی تقسیم می‌شود و به هر شاخه جریان $I=\frac{V}{۱۶}$ می‌رسد.

با بستن کلید نوع اتصال مقاومت‌ها تغییر می‌کند.

وقتی کلید بسته است $\Rightarrow$



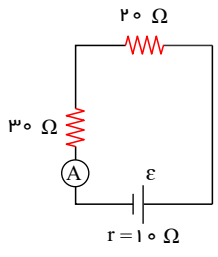
$$\Rightarrow V=R_{eq}I_T=۶I_T\Rightarrow I_T=\frac{V}{۶}$$

و جریان I_T بین مقاومت ۴ و ۱۲ اهمی به نسبت ۳ به ۱ تقسیم می‌شوند و جریان مقاومت ۴Ω برابر $I'=\frac{V}{۸}$ می‌شود.

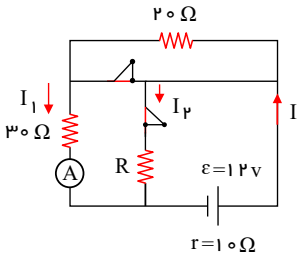
$$\frac{I'\text{کلید بسته}}{I\text{کلید باز}}=\frac{\frac{V}{۸}}{\frac{V}{۱۶}}=\frac{۱۶}{۸}=۲$$

۵۱ - گزینه ۳ وقتی هر دو کلید بازهستند، می‌توان مدار را به‌صورت زیر در نظر گرفت و جریان مدار را محاسبه کرد:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\rightarrow ۰/۲=\frac{\varepsilon}{۵۰+۱۰}\rightarrow \varepsilon=۱۲V$$



وقتی هر دو کلید بسته‌اند، مدار به شکل زیر است و چنان که می‌بینید، مقاومت ۲۰ اهمی اتصال کوتاه شده است و دو مقاومت دیگر هم موازی‌اند. ولتاژ دو سر مقاومت ۳۰ اهمی را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد.



$V_1 = R_1 I_1 \rightarrow V_1 = ۳۰ \times ۰/۲ = ۶$ ولت

ولتاژ دو سر مولد نیز همین مقدار است:

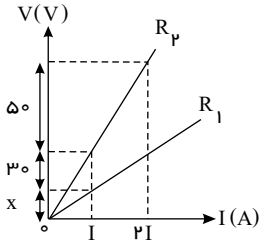
$V = \varepsilon - rI \rightarrow ۶ = ۱۲ - ۱۰I \rightarrow I = ۰/۶A$

به این ترتیب، جریان دو مقاومت R برابر $۰/۴ = ۰/۲ - ۰/۶$ آمپر است و چون ولتاژ دو سرآن هم ۶ ولت است، می‌توان نوشت:

$V_2 = RI_2 \rightarrow ۶ = R \times ۰/۴ \rightarrow R = ۱۵\Omega$

۵۲ - گزینه ۳

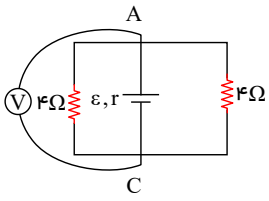
شیب خط مربوط به R_2 را در دو حالت I و $2I$ برابر قرار می‌دهیم تا x به دست آید:

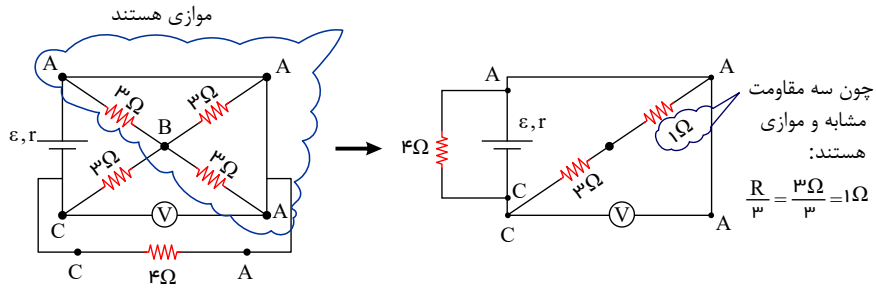


$$\frac{۳۰ + x}{I} = \frac{۸۰ + x}{۲I} \Rightarrow ۶۰ + ۲x = ۸۰ + x \Rightarrow x = ۲۰V$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_{2\ \text{شیب خط}}}{R_{2\ \text{شیب خط}}} = \frac{\frac{۳۰+۲۰}{I}}{\frac{۲۰}{I}} = \frac{۵}{۲}$$

۵۳ - گزینه ۱ قدم اول: با تعیین نقاط هم پتانسیل:

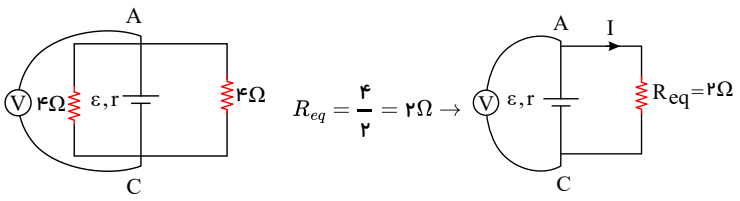




قدم دوم:

مقاومت ۱Ω با ۳Ω متوالی است.

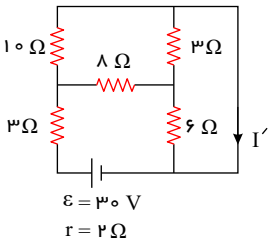
ضمن اینکه ولت‌سنج هم‌چنان اختلاف پتانسیل دو سر مولد الکتریکی را نشان می‌دهد.



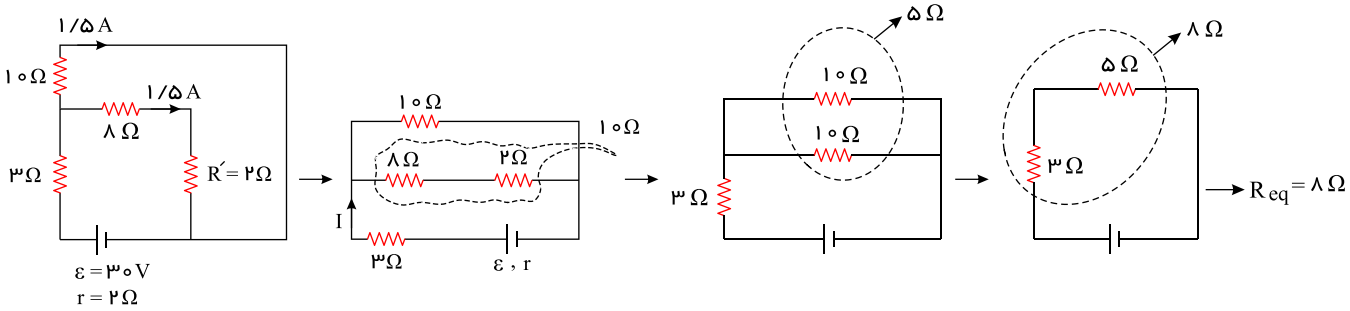
$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{۱۲}{۱ + ۲} = ۴A \rightarrow V = \varepsilon - rI = ۱۲ - ۱ \times ۴ = ۸V$$

۵۴ - گزینه ۳

مقاومت ۳Ω با مقاومت ۶Ω موازی است: $R' = \frac{۳ \times ۶}{۳ + ۶} = ۲\Omega$

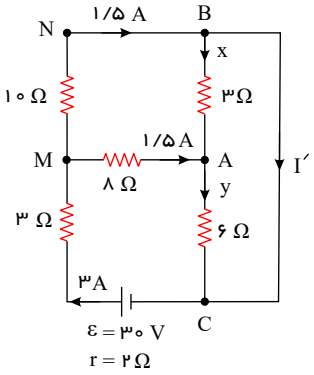


مدار ساده‌شده به صورت زیر است:



$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_{eq}} = \frac{۳۰}{۲ + ۸} = ۳A$$

حال اگر مرحله به مرحله، جریان $۳A$ را در شاخه‌ها تقسیم کنیم، داریم:

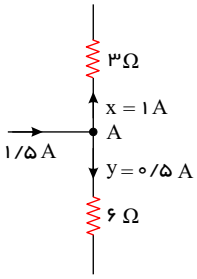


$$V_{AB} = V_{AC} \rightarrow ۳I_۱ = ۶I_۲ \rightarrow \begin{cases} I_۱ = ۲I_۲ \\ I_۲ = x\ ,\ I_۱ = ۲x \end{cases}$$

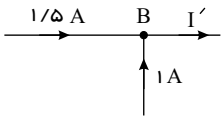
حلقهٔ $AMNBA$: $V_A + ۸ \times ۱/۵ - ۱۰ \times ۱/۵ - ۳x = V_A$

$$\rightarrow ۱۲ - ۱۵ - ۳x = ۰$$

گرهٔ A : $\rightarrow x = -۱A \Rightarrow$

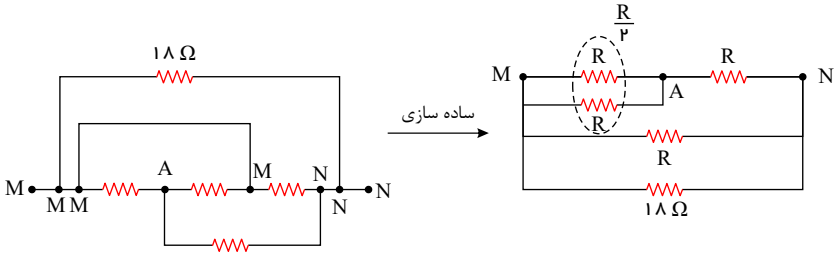


گرهٔ B :



$$\boxed{I' = ۲/۵A}$$

۵۵ - گزینه ۳ مدار را به‌صورت زیر مرتب کرده، سپس مقاومت معادل را برحسب R نوشته و مقدار R را به دست می‌آوریم.



$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{\frac{R}{۲} + R} + \frac{۱}{R} + \frac{۱}{۱۸} \Rightarrow \frac{۱}{\frac{R}{۲}} = \frac{۱}{\frac{۳}{۲}R} + \frac{۱}{R} + \frac{۱}{۱۸} \Rightarrow R = ۶\Omega$$

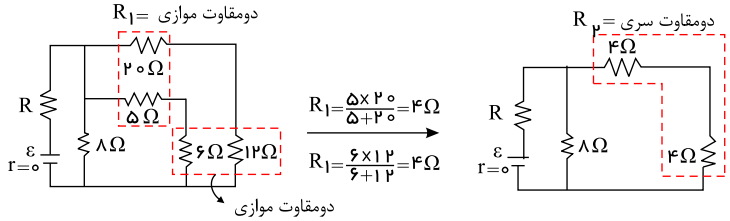
۵۶ - گزینه ۳

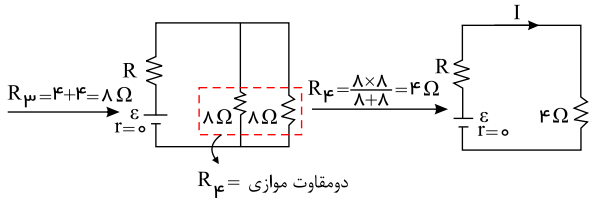
حالت اول : $V_۱ = \varepsilon - rI_۱$

حالت دوم : $V_۲ = \varepsilon - rI_۲$

تفاضل دو رابطه $\Rightarrow V_۱ - V_۲ = r(I_۲ - I_۱) \Rightarrow ۴ = r \times ۲ \Rightarrow r = ۲\Omega$

۵۷ - گزینه ۳ می‌دانیم توان مصرفی در مقاومت مورد نظر، از رابطهٔ $P = RI^۲$ به‌دست می‌آید. بنابراین ابتدا باید مقدار جریان در مدار را به‌دست آوریم:





روش اول:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{\varepsilon}{(R+۴)+۰} = \frac{\varepsilon}{R+۴}$$

بنابراین مقدار جریان عبوری از مقاومت R برابر است با:

R محاسبهٔ توان مقاومت $\Rightarrow P = RI^۲ = R(\frac{\varepsilon}{R+۴})^۲ = \varepsilon^۲ \frac{R}{(R+۴)^۲}$

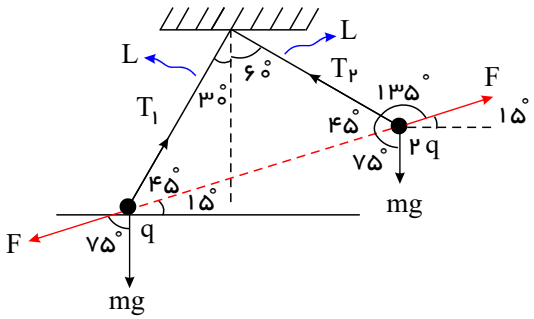
برای یافتن مقدار مقاومت R به منظور بیشینه شدن توان مصرفی در آن $(P_{\max})$ ، باید مشتق P نسبت به R برابرصفرگردد، بنابراین از $\frac{R}{(R+۴)^۲}$ نسبت به R مشتق می‌گیریم:

$$\frac{dP}{dR} = ۰ \xrightarrow{\text{مشتق}} \varepsilon^۲ \left[\frac{۱ \times (R+۴)^۲ - R[۲(R+۴)]}{(R+۴)^۴}\right] = ۰ \xrightarrow{\text{صورت کسر}=۰} (R+۴)^۲ - ۲R(R+۴) = ۰$$

$$\Rightarrow (R+۴)[(R+۴) - ۲R] = ۰ \Rightarrow \begin{cases} R+۴ = ۰ \Rightarrow R = -۴ & \text{غ ق ق} \\ R+۴-۲R = ۰ \Rightarrow R = ۴\Omega & \text{ق ق} \end{cases}$$

روش دوم: می‌دانیم توان خروجی مولد در حالتی‌که $R_{eq} = r$ است بیشینه می‌شود. حال چون $r = ۰$ است، اگر فرض کنیم R نقش r را بازی می‌کند (در اینجا R به طور متوالی با مولد بسته شده) برای بیشینه شدن توان، باید $R = ۴\Omega$ باشد.

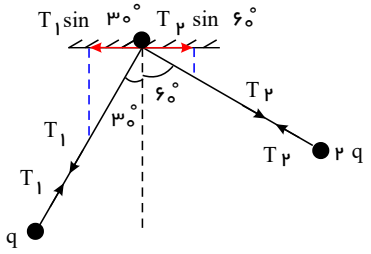
۵۸ - گزینه ۳ راه حل اول: با رسم نیروهای وارد بر هر یک از آونگ‌های باردار و با توجه به اینکه هر دو آونگ هم‌طول و در حال تعادل قرار دارند، با استفاده از قضیه سینوس‌ها داریم:



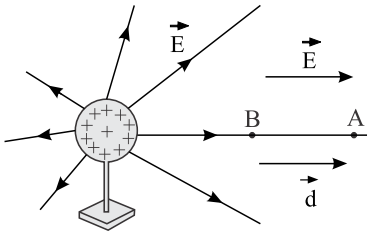
$$\begin{cases} \frac{T_۱}{\sin ۷۵^\circ} = \frac{F}{\sin ۱۵۰^\circ} \\ \frac{T_۲}{\sin ۱۰۵^\circ} = \frac{F}{\sin ۱۲۰^\circ} \end{cases} \xrightarrow{\sin ۱۰۵^\circ = \sin ۷۵^\circ} \frac{T_۱}{T_۲} = \frac{\sin ۱۲۰^\circ}{\sin ۱۵۰^\circ} = \frac{\sin ۶۰^\circ}{\sin ۳۰^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۳}$$

راه حل دوم: راه سریع‌تر استفاده از این نکته است که برایند نیروها در نقطه‌ی O محل اتصال نخ‌ها به سقف، باید صفر باشد. در نتیجه داریم:

$$T_1 \sin ۳۰^\circ = T_۲ \sin ۶۰^\circ \Rightarrow \frac{T_1}{T_۲} = \frac{\sin ۶۰^\circ}{\sin ۳۰^\circ} = \sqrt{۳}$$



۵۹ - گزینه ۲ بار کره مثبت است، پس خطوط میدان الکتریکی از آن خارج می‌شود. با این حساب جهت خطوط میدان از B به A است. چون بار ذرهٔ باردار مثبت است، در جابه‌جایی با سرعت مثبت در جهت خطوط میدان، کار شخص منفی $(W < ۰)$، کار میدان مثبت $(W' > ۰)$ و اختلاف پتانسیل ذکرشده هم منفی $(\Delta V < ۰)$ خواهد بود.



۶۰ - گزینه ۲ ابتدا مقدار بار منفی که جسم به دلیل گرفتن ۵×۱۰^{۱۳} الکترون به‌دست می‌آورد را محاسبه می‌کنیم:

$$q = -ne \rightarrow q = -۵ \times ۱۰^{۱۳} \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} = -۸ \times ۱۰^{-۶} = -۸\mu C$$

وقتی این کره با بار اولیهٔ q، $۸\mu C$ بار منفی را می‌گیرد بار آن منفی می‌شود و اندازهٔ بار منفی آن $\frac{۲}{۳}$ اندازهٔ بار اولیه‌اش می‌شود:

$$q - ۸ = -\frac{۲}{۳}q \rightarrow \frac{۵}{۳}q = ۸ \rightarrow q = ۴/۸\mu C$$

$$\text{بار نهایی کره} = -\frac{۲}{۳} \times q = -\frac{۲}{۳} \times ۴/۸ = -۳/۲\mu C$$

با اتصال این کره به کرهٔ رسانا و مشابه، بار هر کره نصف بار کل و خالص آن‌ها می‌شود:

$$q'_1 = q'_۲ = \frac{q_1 + q_۲}{۲} = \frac{-۳/۲ + ۱۹/۲}{۲} = ۸\mu C$$

مقدار باری که از یک به دیگری منتقل می‌شود برابر است با:

$$|q_1 - q'_1| = ۱۹/۲ - ۸ = ۱۱/۲\mu C$$

درواقع $۱۱/۲\mu C$ بار منفی از کره با بار $-۳/۲\mu C$ به کره با بار $۱۹/۲C$ منتقل شده است.

۶۱ - گزینه ۲ با استفاده از رابطهٔ $R = \rho\frac{\ell}{A}$ و $\rho = \frac{m}{V}$ داریم:

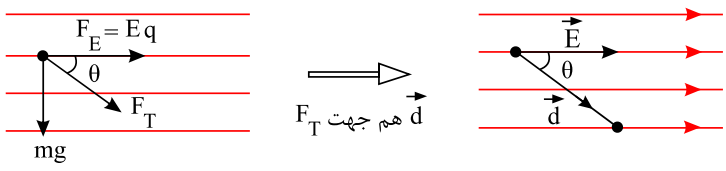
$$\begin{cases} R = \rho_{\text{مقاومت ویژه}}\frac{\ell}{A} \\ \rho_{\text{چگالی}} = \frac{m}{V} \xrightarrow{V=A\cdot L} \rho_{\text{چگالی}} = \frac{m}{A \cdot L} \Rightarrow A = \frac{m}{\rho \cdot L} \end{cases} \Rightarrow R = \rho_{\text{مقاومت ویژه}}\frac{\ell}{\frac{m}{\rho_{\text{چگالی}} \cdot \ell}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R = \rho_{\text{مقاومت ویژه}}\frac{\rho_{\text{چگالی}} \cdot \ell^۲}{m} \\ R = \frac{V}{I} \end{cases} \Rightarrow \frac{V}{I} = \rho_{\text{مقاومت ویژه}}\frac{\rho_{\text{چگالی}} \cdot \ell^۲}{m}$$

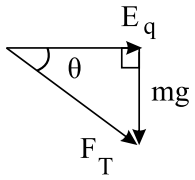
$$\Rightarrow \frac{۳}{۱/۲} = \frac{۱/۸ \times ۱۰^{-۸} \times ۸۰۰۰ \times (۲۵)^۲}{m} \Rightarrow m = ۰/۰۳۶kg \Rightarrow m = ۳۶g$$

۶۲ - گزینه ۳ برای محاسبهٔ Δu ، d, E و q را داریم و تنها کافیست $\cos\theta$ را بدست بیاریم. می‌دانیم چون بار ساکن بوده در جهت برآیند نیروها شتاب گرفته و حرکت می‌کند بنابراین کافیست جهت برآیند نیروها (که هم جهت با جابه‌جایی می‌شود) را با جهت بردار میدان پیدا کنیم.

خب به بار دو نیروی گرانشی (به سمت پایین) و نیروی الکتریکی در جهت میدان (که افقی است) وارد می‌شود که مطابق شکل داریم:



$$\cos\theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{Eq}{F_T} \xrightarrow{F_T=\text{برآیند دوبردار عمود برهم}} \frac{Eq}{\sqrt{(Eq)^۲ + mg^۲}}$$



$$\xrightarrow[mg=۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰=۲\times۱۰^{-۲}]{Eq=۲۰۰۰\times۵\times۱۰^{-۶}=۱۰^{-۲}} \cos\theta = \frac{۱۰^{-۲}}{\sqrt{(۱۰^{-۲})^۲ + (۲\times۱۰^{-۲})^۲}} = \frac{۱۰^{-۲}}{\sqrt{۵\times۱۰^{-۴}}} = \frac{۱۰^{-۲}}{۱۰^{-۲}\sqrt{۵}} = \frac{۱}{\sqrt{۵}}$$

$$\Delta U = -Edq\cos\theta = -۲۰۰۰ \times ۰/۱۵ \times ۵ \times ۱۰^{-۶} \times \frac{۱}{\sqrt{۵}} = -\frac{۱۵\times۱۰^{-۴}}{\sqrt{۵}}$$

$$= -۳\times۱۰^{-۴}\sqrt{۵}J = -۰/۳\sqrt{۵}mJ$$

۶۳ - گزینه ۳ می‌دانیم که با کاهش فاصلهٔ بین صفحات، ظرفیت خازن به‌صورت زیر افزایش می‌یابد.

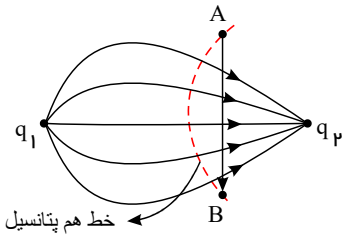
$$C = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d} \xrightarrow[d_۱=۵mm\,,\,d_۲=۱mm]{\kappa=۱} \Delta C = \varepsilon_۰ A(\frac{۱}{۱} - \frac{۱}{۵mm})$$

$$\rightarrow \Delta C = (۹\times۱۰^{-۱۲})(۴۰\times۱۰^{-۴})(\underbrace{۱ - \frac{۱}{۵}}_{\frac{۴}{۵mm}=\frac{۴۰۰۰}{۵}=۸۰۰})$$

$$\rightarrow \Delta C = (۹\times۴\times۸)(۱۰^{-۱۳})$$

$$\rightarrow \Delta C = ۲۸۸\times۱۰^{-۱۳}F \rightarrow \Delta C = ۲۸/۸\times۱۰^{-۱۲}F = ۲۸/۸\,pF$$

۶۴ - گزینه ۲ روش اول: از آنجا که $q_۱ > ۰$ است و $q_۲ = -۲q_۱$ ، پس $q_۲ < ۰$ و مقدارش از $q_۱$ بیشتر است. با این توضیح می‌توان خطوط میدانِ اطراف این دو بار را به شکل زیر رسم کرد.



همان‌طور که با دقت مشخص می‌شود از A تا B در جهت خطوط میدان جابه‌جا شده‌ایم، پس پتانسیل کاهش داشته است.

بحث بیشتر: اگر خطی فرضی بر خطوط میدان از نقطهٔ A رسم کنیم، این خط یک سطح هم پتانسیل را نشان می‌دهد که با حرکت از A به B از این خط دور می‌شویم و به سمت بار منفی می‌رویم، پس پتانسیل کاهش می‌یابد.

روش دوم: نکته: طبق رابطهٔ $\Delta V = \frac{\Delta u}{q}$ و $\Delta u = -Edq\cos\theta$ در یک جابه‌جایی تا زمانی که θ (زاویهٔ بین بردار میدان E و بردار جابه‌جایی d) حاده باشد $(\theta < ۹۰^\circ)$ پتانسیل کاهش می‌یابد $(\Delta V < ۰)$ و برعکس اگر زاویهٔ θ باز باشد، $(\theta > ۹۰^\circ)$ پتانسیل افزایش می‌یابد.

(البته خودتون بهتر می‌دونید که اگر $\theta = ۹۰$ باشه $\Delta V = ۰$ می‌شه)

در این تست هم همان‌طور که در شکل پیداست $\theta < ۹۰$، پس $\Delta V < ۰$ می‌شود.

۶۵ - گزینه ۲ میدان الکتریکی بین صفحاتِ خازن همه‌جا باهم برابر است، بنابراین رابطهٔ بین اختلاف پتانسیل بین دو نقطه و فاصلهٔ آنها از هم، یک رابطهٔ خطی است یعنی:

$$\Delta V = E\cdot d$$

$$\begin{cases} E = \frac{V_+ - V_-}{۱۰mm} = \frac{V_+ - V_A}{۴mm} \Rightarrow \frac{۰ - V_-}{۵} = \frac{۰ - V_A}{۲} \Rightarrow \frac{۸۰}{۵} = \frac{-V_A}{۲} \Rightarrow V_A = -۳۲V \\ \text{اختلاف پتانسیل صفحات خازن} = ۸۰V = V_+ - V_- = ۰ - V_- \end{cases}$$

۶۶ - گزینه ۴ در اینجا بارها تغییرها نکرده‌اند، پس فقط تغییر فاصله در تغییر نیرو مؤثر است، یعنی:

$$F = \frac{kq_۱q_۲}{r^۲} \Rightarrow \frac{F_۱}{F_۲} \Rightarrow (\frac{r_۲}{r_۱})^۲ \Rightarrow \frac{F}{۲F} = (\frac{r_۲}{r})^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲} = (\frac{r_۲}{r})^۲ \Rightarrow \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \frac{r_۲}{r}$$

$$r_۲ = \frac{r}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}r$$

۶۷ - گزینه ۱ میدان الکتریکی درون اجسام رسانای در حال تعادل الکترواستاتیک صفر است.

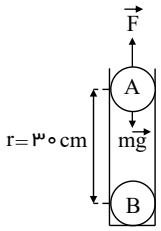
پتانسیل الکتریکی در همه جای یک جسم رسانای در حال تعادل الکترواستاتیک ثابت و برابر است.

۶۸ - گزینه ۱ ابتدا نیروهای وارد بر گلولهٔ A را رسم و اندازهٔ هر یک را محاسبه می‌کنیم. بر گلولهٔ A نیروی دافعهٔ الکتریکی رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین وارد می‌شود.

$$F=k\frac{|q_A||q_B|}{r^2}\xrightarrow[r=۳۰cm=۳\times۱۰^{-۱}m]{|q_A|=|q_B|=۲\times۱۰^{-۶}}F=\frac{۹\times۱۰^{۹}\times۲\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۲}}\Rightarrow F=۰/۴N$$

سپس با استفاده از قانون دوم نیوتون به‌صورت زیر جرم گلولهٔ A را حساب می‌کنیم.

$$F_{net}=ma\Rightarrow F-mg=ma$$
$$\xrightarrow[a=۳۰m/s^2]{F=۰/۴N}۰/۴-m\times۱۰=m\times۳۰\Rightarrow۰/۴=۴۰m\Rightarrow m=\frac{۰/۴}{۴۰}=۰/۰۱kg=۱۰g$$



۶۹ - گزینه ۴ C به V (اختلاف پتانسیل صفحات خازن) بستگی ندارد.

$$U=\frac{۱}{۲}CV^2\Rightarrow\Delta U=\frac{۱}{۲}C(V_۲^2-V_۱^2)\Rightarrow\begin{cases}U_۲=U_۱+۵\times۱۰^{-۶}J\Rightarrow\Delta U=۵\mu J\\C=۲\mu F\\\Delta U=\frac{۱}{۲}C(V_۲^2-V_۱^2)\Rightarrow۵\mu J=\frac{۱}{۲}(۲\mu F)((V_۱+۱)^2-V_۱^2)\\V_۲=V_۱+۱\end{cases}\Rightarrow۵=۲V_۱+۱\Rightarrow V_۱=۲V$$

۷۰ - گزینه ۲ ابتدا بار اولیه و نهایی خازن را حساب می‌کنیم:

$$q_۱=CV=۴\times۸=۳۲\mu C=۳۲\times۱۰^{-۶}C$$
$$q_۲=q_۱+\underbrace{\Delta q}_{ne}=۳۲\times۱۰^{-۶}+(۸\times۱۰^{۱۴}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹})=۱۶۰\times۱۰^{-۶}C$$

حال از رابطهٔ نسبتی ظرفیت خازن استفاده می‌کنیم:

$$\frac{C_۲}{C_۱}=\frac{q_۲}{q_۱}\times\frac{V_۱}{V_۲}\xrightarrow{C\text{ با }\kappa\text{ متناسب است}}\frac{\kappa_۲}{\kappa_۱}=\frac{q_۲}{q_۱}\times\frac{V_۱}{V_۲}\Rightarrow\frac{\kappa_۲}{۱}=\frac{۱۶۰\times۱۰^{-۶}}{۳۲\times۱۰^{-۶}}\times\frac{۸}{۱۶}$$
$$\Rightarrow\kappa_۲=\frac{۵}{۲}$$

۷۱ - گزینه ۲

$$(U=\frac{۱}{۲}CV^2)\text{ خازن وصل به مولد}:\frac{U'}{U}=\frac{C'}{C}=\frac{d}{d'}\Rightarrow\frac{U'}{U}=\frac{d}{۳d}=\frac{۱}{۳}\ (۱)$$
$$(U=\frac{۱}{۲}q^2/C)\text{ خازن جدا از مولد}:\frac{U''}{U'}=\frac{C'}{C''}=\frac{k'}{k''}\Rightarrow\frac{U''}{U'}=\frac{۱}{۲}\xrightarrow{(۱)}\frac{U''}{\frac{۱}{۳}U}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{U''}{U}=\frac{۱}{۶}$$

۷۲ - گزینه ۱

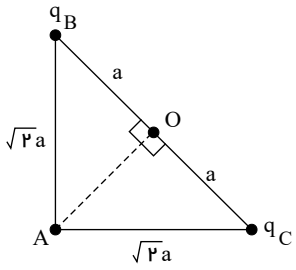
$$Q=CV\xrightarrow{Q=ne}n=\frac{CV}{e}\xrightarrow[v=۸۰\times۱۰^{-۳}v\ ,\ e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C]{C=۳\times۱۰^{-۱۲}F}n=\frac{۳\times۱۰^{-۱۲}\times۸۰\times۱۰^{-۳}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}$$

تعداد یون در هر صفحهٔ خازن $\Rightarrow n=۳\times۵\times۱۰^{۵}=۱۵\times۱۰^{۵}$

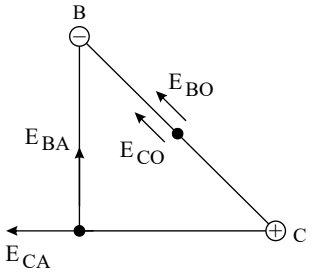
تعداد یون در دو صفحهٔ خازن $=۲n=۳\times۱۰^{۶}$

۷۳ - گزینه ۲

اگر طول وتر مثلث قائم‌الزاویه را $۲a$ فرض کنیم، مطابق شکل روبه‌رو فاصلهٔ نقطهٔ O از بارهای q_B و q_C برابر a و فاصلهٔ نقطهٔ A از بارهای q_B و q_C برابر $\sqrt{۲}a$ می‌شود.



باتوجه به شکل روبه‌رو میدان‌های الکتریکی ناشی از بارهای q_B و q_A در نقطهٔ O هم‌سو هستند و در نقطهٔ A بر هم عمود می‌باشند. اندازهٔ بارهای q_B و q_C را که یکسان هستند، q فرض می‌کنیم و داریم:



$$E_{BO}=E_{CO}=k\frac{q}{a^۲}\ \Rightarrow\ E_O=E_{BO}+E_{CO}=۲k\frac{q}{a^۲}$$

$$E_{BA}=E_{CA}=k\frac{q}{(\sqrt{۲}a)^۲}=k\frac{q}{۲a^۲}\ \Rightarrow\ E_A=\sqrt{E_{BA}^۲+E_{CA}^۲}=\sqrt{۲}(k\frac{q}{۲a^۲})\frac{\sqrt{۲}}{۲}k\frac{q}{a^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{E_O}{E_A}=\frac{۲}{(\frac{\sqrt{۲}}{۲})}=\frac{۴}{\sqrt{۲}}=۲\sqrt{۲}$$

پس پاسخ گزینهٔ **۲** است.

۷۴ - گزینه ۲ با توجه به رابطهٔ $\Delta V=\frac{\Delta U}{q}$، می‌توان نوشت:

$$V_B-V_A=\frac{U_B-U_A}{q}\Rightarrow\ V_B-۲۰=\frac{(۰/۶-۰/۴)\times ۱۰^{-۳}}{-۲\times ۱۰^{-۶}}=-۱۰۰\Rightarrow V_B=-۸۰V$$

تذکر:انرژی پتانسیل الکتریکی بارمنفی q با حرکت از نقطهٔ A تا B افزایش یافته است. بنابراین حرکت آن درجهت خطوط میدان بوده (چرا؟) و از طرفی با حرکت در جهت خطوط میدان، پتانسیل کم می‌شود. در نتیجه $V_B<V_A$ می‌باشد، پس گزینه‌های **۱** و **۴** نادرست هستند.

۷۵ - گزینه ۴

با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho\frac{L_۲}{A_۲}}{\rho\frac{L_۱}{A_۱}}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{L_۲A_۱}{L_۱A_۲}$$

از طرفی می دانیم که حجم سیم تغییر نکرده، پس:

$$V_۲=V_۱\Rightarrow L_۲A_۲=L_۱A_۱\Rightarrow\frac{L_۲}{L_۱}=\frac{A_۱}{A_۲}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\left(\frac{A_۱}{A_۲}\right)^۲$$

اما سطح دایره با مربع شعاع آن متناسب است. پس:

$$\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\left[\left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲\right]^۲=\left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۴$$

۷۶ - گزینه ۴

با توجه به واکنش: $۲A+B\rightarrow ۲C+۳D$

$$R_{\text{واکنش}}=\frac{RA}{۲}=\frac{RB}{۱}=\frac{\cancel{RC}^{۱}}{۲}=\frac{RO}{۳}\Rightarrow R_{\text{واکنش}}=۰/۵\ ,\ R_A=۱\ ,\ R_B=۰/۵\ ,\ R_D=۱/۵$$

۷۷ - گزینه ۳ خرد شدن ورقه‌های کاغذ در اثر تجزیه‌ی سلولز کاغذ صورت می‌گیرد که این واکنش نوعی واکنش شیمیایی کند است.

بررسی گزینه‌ی **۱**:(نادرست) واکنش فلز آهن با آب کند است ولی فلزات قلیایی به سرعت با آب واکنش می‌دهند.

۷۸ - گزینه ۱ $KNO_۳$ جامد است و غلظت آن کاهش نمی‌یابد ولی مقدار مول آن کم می‌شود.

توجه: با گذشت زمان سرعت متوسط مواد شرکت کننده در واکنش کاهش یابد.

۷۹ - گزینه ۱ واکنش سوختن بنزین در سیلندر یک خودرو بسیار سریع، زنگ زدن وسایل آهنی آهسته و پوسیده شدن ورقه‌های کاغذ (یعنی همان سلولز) بسیار آهسته است.

۸۰ - گزینه ۱

$$۴HCl(g) \rightarrow ۲H_۲(g) + ۲Cl_۲(g) \quad \Delta H^\circ = ۴ \times ۹۲\ kJ \quad \text{وارونه و ضرب در } ۴$$
$$۲H_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲H_۲O(l) \quad \Delta H^\circ = ۲ \times (-۲۸۶) kJ \quad \text{ضرب در } ۲$$
$$۲H_۲O(l) \rightarrow ۲H_۲O(g) \quad \Delta H^\circ = ۲ \times ۴۱٫۱\ kJ \quad \text{ضرب در } ۲$$
$$۴HCl(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲Cl_۲(g) + ۲H_۲O(g) \quad \Delta H^\circ = -۱۲۱٫۸\ kJ$$

۸۱ - گزینه ۴ در ساختار روغن پیوند دوگانه بیشتری نسبت به چربی وجود دارد بنابراین به همین دلیل روغن واکنش‌پذیری بیش‌تری نسبت به چربی دارد. دلیل اصلی این مطلب آن است که وجود پیوندهای کووالانسی با مرتبهٔ بالاتر هرچه بیشتر باشد واکنش‌پذیری را افزایش بیشتری خواهد داد.

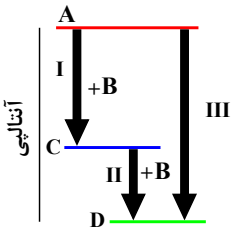
۸۲ - گزینه ۲

با توجه به $۲A \rightarrow B$ داریم:

$$R_{(B)} = \frac{+\Delta n(B)}{\Delta t} = \frac{(۷٫۵ - ۵٫۵)mol}{۲۰\ \min} = ۰٫۱\ mol \cdot min^{-۱}$$
$$\frac{R_{(A)}}{۲} = \frac{R_{(B)}}{۱} \Rightarrow R_{(A)} = ۲ \times ۰٫۱ = ۰٫۲ \frac{mol}{\min}$$

۸۳ - گزینه ۳

$$A + B \rightarrow C \quad \Delta H_۱ = -۱۰۰ kJ$$
$$C + B \rightarrow D \quad \Delta H_۲ = -۵۰ kJ$$
$$A + ۲B \rightarrow D$$
$$\Delta H = \Delta H_۱ + \Delta H_۲ = (-۱۰۰) + (-۵۰) = -۱۵۰ kJ$$



۸۴ - گزینه ۴

با توجه به اطلاعات سؤال، ابتدا سرعت متوسط تولید $No_۲$ را با توجه به رابطهٔ $\bar{R}(No_۲) = \frac{\Delta t(No_۲)}{\Delta t}$ به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta t = t_۲ - t_۱ = ۱۲۰ - ۵ = ۱۱۵ s$$
$$\Delta n = n_۲ - n_۱ = (۲۵٫۱ \times ۱۰^{-۲}) - (۲٫۱ \times ۱۰^{-۲}) = ۰٫۲۳ mol$$
$$\bar{R}_{(NO_۲)} = \frac{۰٫۲۳}{۱۱۵} = ۰٫۰۰۲ mol \cdot s^{-۱}$$
$$\bar{R}_{O_۲} = \frac{۱}{۴}\bar{R}_{NO_۲} = \frac{۱}{۴} \times ۰٫۰۰۲ = ۵ \times ۱۰^{-۴} mol \cdot s^{-۱}$$

۸۵ - گزینه ۳ ضریب استوکیومتری آب، ۸ است.

$$۲۰HNO_۳(aq) + ۳P_۴(s) + ۸H_۲O(l) \rightarrow ۱۲H_۳PO_۴(aq) + ۲۰NO(g)$$
$$\frac{\bar{R}_{H_۳PO_۴}}{۱۲} = \frac{\bar{R}_{H_۲O}}{۸} \Rightarrow \frac{\bar{R}_{H_۳PO_۴}}{\bar{R}_{H_۲O}} = \frac{۱۲}{۸} = ۱٫۵$$

۸۶ - گزینه ۴ ابتدا معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش سوختن کامل اتانول را می‌نویسیم:

$$C_۲H_۵OH(l) + ۳O_۲(g) \rightarrow ۲CO_۲(g) + ۳H_۲O(l)$$
$$\bar{R}_{CO_۲} = \frac{\Delta n(CO_۲)}{\Delta t} = \frac{\frac{۵٫۶}{۲۲٫۴}}{\frac{۵۰}{۶۰}} = \frac{\frac{۱}{۴}}{\frac{۵}{۶}} = \frac{۶}{۲۰} = ۰٫۳ mol/min$$
$$\frac{\bar{R}_{CO_۲}}{۲} = \frac{\bar{R}_{O_۲}}{۳} \Rightarrow \bar{R}_{O_۲} = \frac{۳}{۲} \times \frac{۳}{۱۰} = \frac{۹}{۲۰} = ۰٫۴۵\ mol \cdot min^{-۱}$$

۸۷ - گزینه ۴ سرعت متوسط واکنش با نسبت سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد شرکت‌کننده در واکنش به ضرایب استوکیومتری آن‌ها برابر است:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{H_۲}}{۳} \rightarrow \bar{R}_{H_۲} = ۳ \times ۱۰^{-۲} mol \cdot s^{-۱} \rightarrow \bar{R}_{H_۲} = \frac{۳}{۵} \times ۱۰^{-۲} mol \cdot L^{-۱} \cdot s^{-۱}$$
$$\bar{R}_{H_۲} = \frac{-\Delta [H_۲]}{\Delta t} \rightarrow ۶ \times ۱۰^{-۳} = \frac{-(۰٫۶ - x)}{۲۰}$$
$$۰٫۱۲ = x - ۰٫۶ \rightarrow x = ۰٫۷۲ mol \cdot L^{-۱}$$

۸۸ - گزینه ۳ نکته: با تعداد کربن برابر، (الکل با اتر)، (آلدهید با کتون) و (اسید با استر) ایزومر است.

اتانول $(CH_۳CH_۲OH)$ و دی‌متیل اتر $(CH_۳ - O - CH_۳)$ دارای فرمول مولکولی یکسان $(C_۲H_۶O)$ می‌باشند، پس ایزومرند.

۸۹ - گزینه ۲

واکنش اول در سه ضرب

$$۳H_۲ + \frac{۳}{۲}O_۲ \rightarrow ۳H_۲O \ , \ \Delta H_۱ = -۸۵۵ kJ$$

واکنش دوم در ۲ ضرب

$$۲C + ۲O_۲ \rightarrow ۲CO_۲ \quad , \quad \Delta H_۲ = -۷۸۶kJ$$

واکنش سوم معکوس کرده و بر ۲ تقسیم می‌کنیم.

$$۲CO_۲(g) + ۳H_۲O(l) \rightarrow C_۲H_۶ + \frac{۷}{۲}O_۲ \quad , \quad \Delta H_۳ = +۱۵۶۰$$

$$۲C(s) + ۳H_۲(g) \rightarrow C_۲H_۶(g) \quad , \quad \Delta H = -۸۱$$

۹۰ - گزینه ۴

با توجه به داده‌های صورت سؤال، می‌توان سرعت متوسط تولید گاز $H_۲$ را با استفاده از رابطهٔ $\frac{\Delta n(H_۲)}{\Delta t \cdot V}$ برحسب $\frac{mol}{L \cdot min}$ به‌دست آورد:

$$\bar{R}_{H_۲} = \frac{\Delta n(H_۲)}{V \cdot \Delta t} = \frac{(۱۶۰۰ - ۷۵۰)ml \times \frac{۱mol}{۲۵۰۰۰mL}}{۱٫۷L \times (۸ - ۲)min} = \frac{۰٫۰۳۴mol}{۶ \times ۱٫۷L \cdot \min} = \frac{۱}{۳۰۰}mol \cdot L^{-۱} \cdot \min^{-۱}$$

۹۱ - گزینه ۳ واکنش تشکیل $N_۲O_۵$ به صورت زیر است:

$$\text{واکنش کلی : } N_۲(g) + \frac{۵}{۲}O_۲(g) \rightarrow N_۲O_۵(g) \qquad \Delta H^\circ_{\text{تشکیل}} = ?$$

پس طبق قانون هس باید حاصل جمع ۳ واکنش به صورت واکنش کلی درآید. بدین ترتیب واکنش ۱ و ۲ را بدون تغییر نوشته اما واکنش (۳) را بر ۲ تقسیم می‌نماییم حال خواهیم داشت:

$$۱) N_۲ + O_۲ \rightarrow ۲NO \qquad \Delta H_۱ = +۱۸۰٫۵kJ$$

$$۲) ۲NO + O_۲ \rightarrow ۲NO_۲ \qquad \Delta H_۲ = -۱۱۴٫۱kJ$$

$$۳) ۲NO_۲ + \frac{۱}{۲}O_۲ \rightarrow N_۲O_۵ \qquad \Delta H_۳ = -۵۵٫۱kJ$$

$$N_۲ + \frac{۵}{۲}O_۲ \rightarrow N_۲O_۵ \qquad \Delta H_{\text{کلی}} = \Delta H_۱ + \Delta H_۲ + \Delta H_۳$$

$$\Delta H_{\text{کلی}} = +۱۸۰٫۵ + (-۱۱۴٫۱) + (-۵۵٫۱) \ , \ \Delta H_{\text{کلی}} = ۱۱٫۳kJ \Rightarrow \Delta H^\circ_{\text{تشکیل}}(N_۲O_۵) = ۱۱٫۳kJ$$

۹۲ - گزینه ۳

$$\text{معادلهٔ اول به همان صورت} \Rightarrow C(s) + O_۲(g) \rightarrow CO_۲(g) \qquad \Delta H_۱ = -۳۹۳٫۵kJ$$

$$(\times\frac{۱}{۲}) \text{ معادلهٔ دوم، معکوس و } \Rightarrow CO_۲(g) \rightarrow CO(g) + \frac{۱}{۲}O_۲(g) \qquad \Delta H_۲ = +۲۷۸kJ$$

$$(\times\frac{۱}{۲}) \text{ معادلهٔ سوم، معکوس و } \Rightarrow H_۲O(g) \rightarrow H_۲(g) + \frac{۱}{۲}O_۲ \qquad \Delta H_۳ = +۲۴۱٫۸kJ$$

$$C(s) + H_۲O(g) \rightarrow CO(g) + H_۲(g)$$

$$\Rightarrow \Delta H = \Delta H_۱ + \Delta H_۲ + \Delta H_۳ = +۱۲۶٫۳kJ$$

۹۳ - گزینه ۳ ابتدا تعداد مول‌های $O_۲$ را در ثانیهٔ ۱۵ به‌دست می آوریم:

$$\bar{R}_{O_۲(۱۰-۱۵s)} = \frac{n_{۱۵} - n_{۱۰}}{\Delta t} \Rightarrow ۰٫۰۸ = \frac{n_{۱۵} - ۱٫۶}{۵} \Rightarrow ۰٫۴ = n_{۱۵} - ۱٫۶ \Rightarrow n_{۱۵} = ۲mol$$

پس جدول داده شده به شکل زیر در خواهد آمد:

زمان (s)	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰
تعداد مول‌های $O_۲$	۰	۱	۱٫۶	۲	X

حالا برای بدست آوردن گزینهٔ صحیح به نکات زیر خوب دقت کنید:

۱) $O_۲$ یکی از فرآورده‌هاست؛یعنی باید تعداد مول‌های آن افزایش یابد؛ بنابراین تعداد مول‌های در ثانیهٔ ۲۰، قطعاً عددی بزرگتر از ۲ خواهد بود. (رد گزینه‌های ۱ و ۲)

۲) می‌دانیم که سرعت متوسط واکنش‌ها در طول زمان روبه کاهش است؛ بنابراین با گذشت زمان در فاصله‌های زمانی برابر، مقدار کمتری فرآورده تولید می‌شود .در فاصلهٔ زمانی ۰ تا ۵ ثانیه، یک مول گاز $O_۲$ تولید شده است ودر فاصلهٔ زمانی ۵ تا ۱۰ ثانیه، مقدارتولید گاز $O_۲$ از یک مول به ۱٫۶ مول رسیده است؛یعنی ۰٫۶ مول گاز $O_۲$تولید شده است و در فاصلهٔ زمانی ۱۰ تا ۱۵ ثانیه، ۰٫۴ مول گاز $O_۲$ تولید شده است؛ بنابراین در فاصلهٔ زمانی ۱۵ تا ۲۰ ثانیه، مقدار گاز $O_۲$تولیدی باید کمتر از ۰٫۴ مول باشد. اگر مقدار گاز $O_۲$ تولیدی، ۰٫۴ مول بود؛ در نتیجه $x = ۲٫۴$ می‌شد و حالا که کمتر از ۰٫۴ مول است؛ قطعاً X عددی کوچک‌تر از ۲٫۴ است؛ پس $۲ < x < ۲٫۴$ است. (تایید گزینهٔ ۳)

$$\bar{R}O_{۲(۱۰ \rightarrow ۱۵s)} > RO_{۲(۱۵ \rightarrow ۲۰)}$$

$$\Delta nO_{۲(۱۰ \rightarrow ۱۵s)} > \Delta nO_{۲(۱۵ \rightarrow ۲۰s)} \rightarrow \begin{matrix} ۲ - ۱٫۶ > x - ۲ \\ ۲٫۴ > x \end{matrix}$$

۹۴ - گزینه ۱ ابتدا با استفاده از قانون هس، ΔH واکنش اصلی را به دست می‌آوریم:

$$\text{۱) بدون تغییر : } P_۴O_{۱۰}(s) + ۶H_۲O(l) \rightarrow ۴H_۳PO_۴(aq), \Delta H_۱ = -۳۹۷\ kJ$$

$$\text{۲) در عدد ۶ ضرب می کنیم : } ۶PCl_۵(l) + ۲۴H_۲O(l) \rightarrow ۶H_۳PO_۴(aq) + ۳۰HCl(g), \Delta H_۲ = -۸۱۶kJ$$

$$\text{۳) معکوس و ضرب در عدد ۱۰ : } ۱۰H_۳PO_۴(aq) + ۳۰HCl(g) \rightarrow ۱۰POCl_۳(l) + ۳۰H_۲O(l), \Delta H = +۶۸۰\ kJ$$

$$\text{واکنش اصلی : } P_۴O_{۱۰}(s) + ۶PCl_۵ \rightarrow ۱۰POCl_۳(l)$$

$$\Delta H_{\text{کل}} = \Delta H_۱ + \Delta H_۲ + \Delta H_۳ \rightarrow \Delta H = -۳۹۷ + (-۸۱۶) + ۶۸۰ \rightarrow \Delta H = -۵۳۳kJ$$

$$\text{تناسب : } \frac{۱۰\ molPOCl_۳}{x mol\ POCl_۳} = \frac{-۵۳۳\ kJ}{-۲۶۶٫۵\ kJ} \rightarrow x = ۵\ mol\ POCl_۳$$

۹۵ - گزینه ۲ چون ضرایباستوکیومتری $H_۲$ و Zn برابرند؛ در زمانی که گاز هیدروژن به نصف حجم نهایی خود می‌رسد؛ فلز روی نیز نصف می‌شود، منحنی در حجم ۱۰۰ ثابت مانده و نصف آن برابر حجم ۵۰ است که اگر بر منحنی عمود کنیم؛زمان حدود ۵می‌باشد.

۹۶ - گزینه ۳ اگر در این واکنش تغییرات دما را $۱^\circ C$ وگرمای داده شده را معادل $۱J$ درنظر بگیریم خواهیم داشت:

$$\left.\begin{array}{l} x \text{ ظرفیت گرمایی ویژه} = \dfrac{q}{m \cdot \Delta\theta} = \dfrac{۱}{۱۰ \times ۱} = ۰/۱ J \cdot g^{-۱} \cdot C^{\circ -۱} \\ y \text{ ظرفیت گرمایی ویژه} = \dfrac{q}{m \cdot \Delta\theta} = \dfrac{۱}{۲۰ \times ۱} = ۰/۰۵ J \cdot g^{-۱} \cdot C^{\circ -۱} \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \underset{x}{\text{ظرفیت گرمایی ویژه}} = ۲(\underset{y}{\text{ظرفیت گرمایی ویژه}})$$

و از طرفی دیگر:

$$\left.\begin{array}{l} x \text{ ظرفیت گرمایی ویژه} = \dfrac{q}{\Delta\theta} = \dfrac{۱}{۱} = ۱ J \cdot C^{\circ -۱} \\ y \text{ ظرفیت گرمایی ویژه} = \dfrac{q}{\Delta\theta} = \dfrac{۱}{۱} = ۱ J \cdot C^{\circ -۱} \end{array}\right\} \rightarrow x \text{ ظرفیت گرمایی} = y \text{ ظرفیت گرمایی}$$

۹۷ - گزینه ۴

$$NH_۳ = ۱۴ + (۱ \times ۳) = ۱۷ g \cdot mol^{-۱}$$

در مورد گزینهٔ «۱»:

$$(II) \text{ در واکنش } ?kJ = ۶/۸ g NH_۳ \times \frac{۱ mol NH_۳}{۱۷ g NH_۳} \times \frac{۱۸۳ kJ}{۲ mol NH_۳} = ۳۶/۶ \, kJ$$

در مورد گزینهٔ «۲»:

$$(I) \text{ در واکنش } ?kJ = ۳/۳۶ lit H_۲ \times \frac{۱ mol H_۲}{۲۲/۴ lit H_۲} \times \frac{۹۲ kJ}{۳ mol H_۲} = ۴/۶ \, kJ$$

در مورد گزینهٔ «۳»: واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (I) پایدارتر از واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (II) هستند چون فرآورده در هر دو واکنش یکسان است و در واکنش (I) با از دست دادن مقدار کمتری از انرژی فرآورده تولید شده است.

علت نادرست بودن گزینهٔ «۴»:

مقدار گرمای آزاد شده در هر واکنش به طور عمده ناشی از تفاوت انرژی پتانسیل در مواد واکنش‌دهنده و فرآورده می‌باشد نه تفاوت انرژی جنبشی گونه‌های درون واکنش.

۹۸ - گزینه ۱

$$C_۲H_۶ = (۱۲ \times ۲) + (۱ \times ۶) = ۳۰ g \cdot mol^{-۱} \, , \, C_۲H_۵OH = (۱۲ \times ۲) + (۱ \times ۵) + ۱۶ + ۱ = ۴۶ g \cdot mol^{-۱}$$

ارزش سوختی به ازای سوختن ۱ گرم از هر کدام از مواد را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم؟

$$\text{برای ۱ گرم پروپن: } ?kJ = ۱ g \, C_۳H_۶ \times \frac{۱ mol \, C_۳H_۶}{۴۲ g \, C_۳H_۶} \times \frac{۲۰۵۸ kJ}{۲ mol \, C_۳H_۶} = ۲۴/۵ kJ$$

$$\text{برای ۱ گرم متانول: } ?kJ = ۱ g \, CH_۳OH \times \frac{۱ mol \, CH_۳OH}{۳۲ g \, CH_۳OH} \times \frac{۷۲۶ kJ}{۲ mol \, CH_۳OH} = ۱۱/۳۴ kJ$$

۹۹ - گزینه ۱ رد گزینهٔ (۱): نادرست. زیرا خواهیم داشت:

$$C_۲H_۶ = (۱۲ \times ۲) + (۱ \times ۶) = ۳۰ g \cdot mol^{-۱}$$

$$C_۲H_۵OH = (۱۲ \times ۲) + (۱ \times ۵) + ۱۶ + ۱ = ۴۶ g \cdot mol^{-۱}$$

$$\text{مقایسه ارزش سوختی : } \left\{\begin{array}{l} C_۲H_۶ \Rightarrow \frac{۳۱۲۰ kJ}{۲ \times ۳۰ g} = ۵۲ kJ \cdot g^{-۱} \\ C_۲H_۵OH \Rightarrow \frac{۱۳۶۸ kJ}{۴۶ g} = ۲۹/۷۴ kJ \cdot g^{-۱} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{۵۲}{۲۹/۷۴} = ۱/۷۵$$

گزینهٔ (۲): صحیح است. باتوجه به مقدار $[H_۲O(l)]$ تولید شده در دو واکنش در واکنش I گرمای آزاد شده بیشتر است.

گزینهٔ (۳): صحیح است. زیرا:

$$C_۲H_۶ \text{ در مورد } ?mol \, CO_۲ = ۱ g \, C_۲H_۶ \times \frac{۱ mol \, C_۲H_۶}{۳۰ g \, C_۲H_۶} \times \frac{۴ mol \, CO_۲}{۲ mol \, C_۲H_۶} = \frac{۱}{۱۵} mol \, CO_۲$$

$$C_۲H_۵OH \text{ در مورد اتانول } ?mol \, CO_۲ = ۱ g \, C_۲H_۵OH \times \frac{۱ mol \, C_۲H_۵OH}{۴۶ g \, C_۲H_۵OH} \times \frac{۲ mol \, CO_۲}{۱ mol \, C_۲H_۵OH} = \frac{۱}{۲۳} mol \, CO_۲$$

گزینهٔ (۴): صحیح است. زیرا:

$$?kJ = ۱۱/۲ lit \, CO_۲ \times \frac{۱ mol \, CO_۲}{۲۲/۴ lit \, CO_۲} \times \frac{۱۳۶۸ kJ}{۲ mol \, CO_۲} = ۳۴۲ kJ$$

۱۰۰ - گزینه ۲

$$C_x H_{۲x+۲} + \left(\frac{۳x+۱}{۲}\right) O_۲(g) \rightarrow x \, CO_۲(g) + (x+۱) \, H_۲O(g)$$

معادلهٔ سوختن کامل هیدروکربن (آلکان)

$$CO_۲ = (۱۲) + (۱۶ \times ۲) = ۴۴ g \cdot mol^{-۱}$$

$$?g\,CO_2 = 6g_{C_xH_{2x+2}} \times \frac{1mol\ C_xH_{2x+2}}{(14x+2)_g\ C_xH_{2x+2}} \times \frac{x\ mol\ CO_2}{1mol\ C_xH_{2x+2}} \times \frac{44g\ CO_2}{1mol\ CO_2}$$

$= 17/6g\,CO_2 \rightarrow x = 2 \rightarrow$ هیدروکربن : C_2H_6 اتان

و حالا آنتالپی واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$?kJ = 6g\,C_2H_6 \times \frac{1mol\,C_2H_6}{30g\,C_2H_6} \times \frac{|\Delta H|\ kJ}{1mol\,C_2H_6} = 312kJ \rightarrow |\Delta H| = 1560$$

و چون سوختن فرآیندی گرماده است بنابراین آنتالپی واکنش مقداری منفی است.

۱۰۱ - گزینه ۱ زیرا در برادهٔ آهن نسبت به گرد آهن سطح تماس کمتر و سرعت واکنش نیز کمتر می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ **۲)** با گرم کردن اسید سرعت زیاد می‌شود.

گزینهٔ **۳)** براده آهن نسبت به قطعه آهن سطح تماس بیشتری داشته و با اسید سریع‌تر واکنش می‌دهد.

گزینهٔ **۴)** هیدروکلریک اسید و نیتریک اسید، هر دو اسید قوی و یک ظرفیتی هستند و سرعت واکنش آن‌ها با آهن برابر است.

۱۰۲ - گزینه ۴ $CaCO_3$ ماده‌ای جامد است، غلظتش ثابت است و در طول زمان انجام واکنش تغییری نمی‌کند. در نتیجه منحنی به صورت یک خط افقی می‌باشد.

۱۰۳ - گزینه ۲ با توجه به اینکه غلظت B، کاهش و غلظت‌های A و C، افزایش یافته است؛ پس B، واکنش‌دهنده و A و C، فرآورده‌اند.با توجه به بازهٔ زمانی صفر تا **۲** می‌توان ضریب‌های استوکیومتری معادلهٔ واکنش را پیدا کرد.

$$0/6B \rightarrow 0/2A + 0/4C$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{3B \rightarrow A + 2C}$$

در بازهٔ زمانی صفرتا **۴** داریم:

$$\frac{\bar{R}_B}{3} = \frac{\bar{R}_A}{1} \Rightarrow \frac{-\Delta[B]}{3\Delta t} = \frac{\Delta[A]}{\Delta t} \Rightarrow -\frac{(y-2/5)}{3\times 4} = \frac{0/35}{1\times 4} \Rightarrow \quad \boxed{y = 1/45}$$

دربازهٔ زمانی صفر تا **۶** داریم:

$$-\frac{1/15-2/5}{3\times 6} = \frac{x}{1\times 6} \Rightarrow \quad \boxed{x = 0/45}$$

و در بازهٔ زمانی صفر تا **۸** داریم:

$$\frac{\bar{R}_B}{3} = \frac{\bar{R}_C}{2} \Rightarrow \frac{-\Delta[B]}{3\Delta t} = \frac{\Delta[C]}{2\Delta t} \Rightarrow -\frac{1-2/5}{3\times 8} = \frac{z}{2\times 8} \Rightarrow \quad \boxed{z = 1}$$

۱۰۴ - گزینه ۱ با توجه به معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش زیر، نسبت سرعت متوسط مصرف یا تولید در مادهٔ شرکت‌کننده در واکنش برابر نسبت ضرایب استوکیومتری آن‌ها است:

$$MnO_2(s) + 4HCl(aq) \rightarrow MnCl_2(aq) + Cl_2(g) + 2H_2O(l)$$

$$\frac{\bar{R}_{Cl_2}}{1} = \frac{\bar{R}_{MnO_2}}{1} \Rightarrow \bar{R}_{Cl_2} = \bar{R}_{MnO_2}$$

$$\bar{R}_{MnO_2} = 0/4\frac{mol}{\min} \times \frac{1\ \min}{60s} = 0/0067mol\cdot s^{-1}$$

جرم مولی $MnO_2 = (16\times 2) + 55 = 87g\cdot mol^{-1}$

$$130/5gMnO_2 \times \frac{1mol\,MnO_2}{87\,g\,MnO_2} = 1/5mol\,MnO_2$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{MnO_2} = \frac{\text{تعداد مول های مصرفی } MnO_2}{\Delta t} \Rightarrow 0/0067 = \frac{1/5}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t \simeq 224s$$

۱۰۵ - گزینه ۴

نسبت سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد شرکت کننده در واکنش با نسبت ضرایب استوکیومتری آن‌ها برابر است؛ از این‌رو می‌توان سرعت متوسط مصرف Bرا محاسبه کرد:

$$\frac{\bar{R}_B}{3} = \frac{\bar{R}_C}{2}$$

$$\bar{R}_B = \frac{3}{2} \times 2 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-3} mol/L\cdot min$$

$$3\times 10^{-3} = -\frac{\Delta[B]}{20} \rightarrow \Delta[B] = -0/06mol/L$$

$$x - 0/08 = -0/06 \rightarrow x = \underset{\text{باقیمانده}}{[B]} = 0/02mol/L \ , \quad \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_C}{2} = \frac{2\times 10^{-3}}{2} = 10^{-3} mol/L\cdot min$$